

Ю.А. ВЯЗОВИЧЕНКО, О.О. ЛАРІН

## ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ПІДХІД МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМО-НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ШИНИ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМУ АНАЛІЗУ ЇЇ САМОНАГРІВУ. ЧАСТИНА 1 – ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПІДХОДУ

Еластомери та їхні композити широко використовуються в сучасній інноваційній техніці: для виробництва авіаційних та автомобільних шин, антивібраційних елементів (гумові, гумо-металеві пружини), демпферів, еластомерних підшипників, застосовуються у підвісах валів, як прокладки між деталями конструкцій, опорних частин та кріплень. Еластомерні елементи конструкцій мають високу динамічну навантаженість, зокрема циклічного характеру, що супроводжується утворенням петель гістерезису та, як наслідок, виникнення явища самонагрівання. Підвищення температури у середині матеріалів викликає суттєві зміни у їхніх механічних властивостях, знижує характеристики міцності, прискорює процеси старіння та деградації, завдає істотного впливу протіканню втомних процесів. Крім того, підвищення температури викликає додатковий термо-напружений стан, здатний істотно змінити якісні картини розподілу НДС конструкції. Таким чином, метою даного дослідження є розробка підходу до оцінки термо-напруженого стану конструкцій з еластомерних матеріалів для можливості подальшого аналізу його впливу на роботу конструкції в цілому. Відповідний підхід побудовано на основі чисельного моделювання теплових та деформаційних процесів, що притікають в конструкції в експлуатації. Запропонований підхід включає в себе низку розрахунків на основі МСЕ і базується на фундаментальних підходах теорії пружності та в'язкопружності, теплопровідності та термо-пружності. Таким чином, в статті представлено підхід до аналізу термо-напруженого стану елементів конструкцій в умовах експлуатації. Даний підхід було застосовано до визначення термо-НДС пневматичної шини і отримано відповідні картини його розподілу.

**Ключові слова:** thermal stress state, algorithm, elastomeric composites, viscoelasticity, dissipation, self-heating, pneumatic tire.

Elastomers and their composites are widely used in modern innovative technology: for the production of aviation and automobile tires, anti-vibration elements (rubber, rubber-metal springs), dampers, elastomeric bearings. Also they are used in shaft suspensions, as spacers between structural parts, supporting parts and fasteners. Elastomeric elements of structures have a high dynamic load, in particular of a cyclic nature, which is accompanied by the formation of hysteresis loops and, as a result, the occurrence of the phenomenon of self-heating. An increase in temperature in the middle of materials causes significant changes in their mechanical properties, reduces strength characteristics, accelerates aging and degradation processes, and has a significant impact on fatigue processes. In addition, an increase in temperature causes an additional thermal stress state, capable of significantly changing the qualitative picture of the structure's deformation characteristics' distribution. Thus, the purpose of this study is development of approach to assessing the thermal stress state of structures made of elastomeric materials for the possibility of further analysis of its influence on the structure work as a whole. The appropriate approach was built on the basis of numerical modeling of thermal and deformation processes which takes place into the structure during operation. The proposed approach includes several related calculations by using FEM and is based on the fundamental approaches of the theories of elasticity and viscoelasticity, thermal conductivity and thermo-elasticity. Thus, the article presents an approach to the analysis of the thermal stress state of structural elements under operating conditions. This approach was applied to determine the thermo-strain-stress characteristics of a pneumatic tire and corresponding pictures of its distribution were obtained.

**Key words:** thermal stress state, algorithm, composite materials, elastic properties, pneumatic tire

### Вступ

У літературі є широковідомим фактом те, що еластомери, зокрема гумо-кордні матеріали є істотно чутливими до зміни температур[1]. Підвищення температури всередині таких матеріалів може суттєво вплинути на їх механічні характеристики, а також значно прискорити процеси старіння та втоми[2]. Іншим ефектом, що викликаний підвищенням температури, є поява додаткового термо-напруженого стану. Він в свою чергу, може значно вплинути на якісні та кількісні показники НДС[3]. Зокрема може викликати не тільки суттєве підвищення максимальних значень напружень, але привести до їх перерозподілу, а отже, зміщенню небезпечних зон.

Причини підвищення температури всередині таких матеріалів обумовлюються переважно умовами їх експлуатації[4]. Зокрема, гумокордні композити широко використовуються для виготовлення різних гумових демпферів, прокладок, підшипників та ін., тож сприймають вони переважно циклічне/періодичне навантаження[5]. Крім того, гумокорди демонструють в'язкопружну поведінку[6]. Поєднання таких властивостей із відповідним характером навантаження призводить до дисипації енергії всередині матеріалу і викликає таке явище, як самонагрів[7].

Пневматична шина є яскравим прикладом конструкції з гумокордного матеріалу, робота якої супроводжується явищем самонагріву, що викликане

циклічним деформуванням. Такий характер деформування виникає унаслідок її кочення і взаємодії із дорожнім покриттям.

Вплив явища самонагріву на напружено-деформований стан пропонується вивчати шляхом розрахунку термо-напруженого стану.

### Основна частина

Дослідження термо-напруженого стану базується на врахуванні додаткового навантаження у вигляді температурного поля, що потребує попереднього розрахунку. Тож розрахунок термо-напруженого стану шини базується на результатах низки попередніх досліджень. Зокрема, визначення експлуатаційних циклів деформування шини [8], визначення кількості енергії розсіяної всередині матеріалу у вигляді тепла [9], розрахунок температурного поля, що утворилося.



Рисунок 1 – Загальна схема розрахунку Т-НС

Задача розв'язувалась фактично у три етапи, перший і останній з яких потребують моделювання окремих СЕ моделей. Перша СЕ модель призначена для вирішення задачі визначення циклів деформацій. Для цього використовувалась 8 вузловий скінченний елемент з 3 ступенями свободи у вузлі. Навантажувалась внутрішнім тиском і вертикальним навантаженням.

Друга СЕ модель необхідна для вирішення задачі конвективного теплообміну. Для її створення використовується 20 вузловий СЕ з 1 ступеню свободи у вузлі. СЕ сітки обох моделей просторово повністю співпадають.

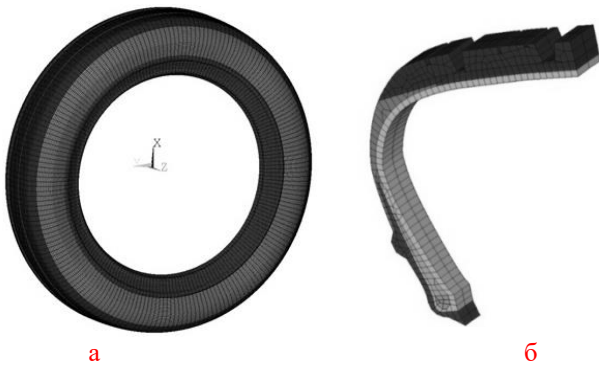


Рисунок 2 - СЕ- модель, а – повна модель шини, б – сегмент шини

Аналіз отриманих даних по НДС елементів шини дозволяє визначити, що найбільш навантаженими є каркас та брекер, у яких можна виділити чотири зони найбільших деформацій (3 у шарі каркасу та 1 у шарі брекеру, див рис.3).

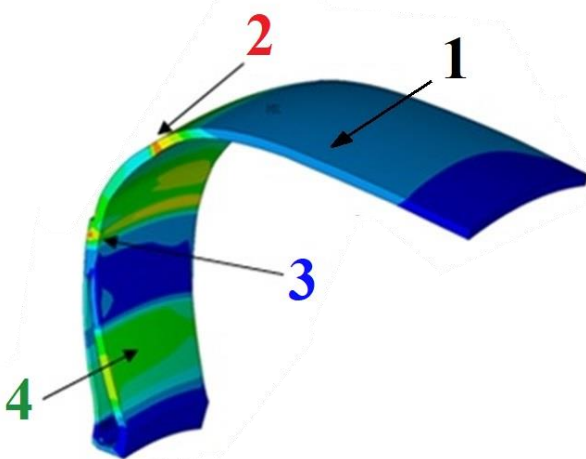
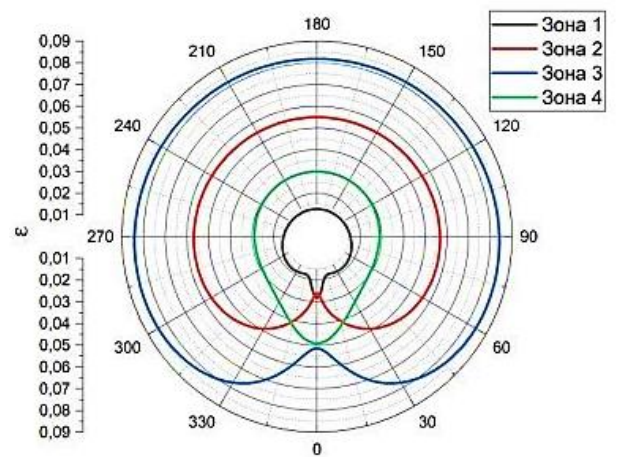


Рисунок 3 – Зони найбільших деформацій каркасу: 1 – підбрекерна, 2 – плечова; 3 – здвоєння каркасу; 4 – бортова зона.

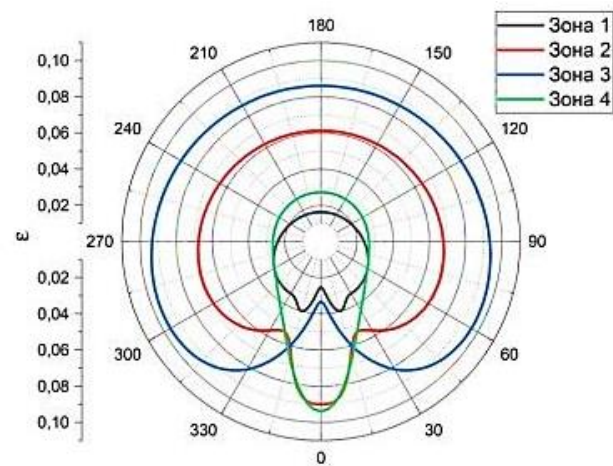
Ці зони відповідають наступним областям: плечовій (каркас та брекер), бортовій (каркас) та місцю здвоєння каркасу. Бортова зона має найбільші деформації на секторі (0- 15). А решта областей відповідно на секторі (30-45).

Процедура побудови циклів передбачала апроксимацію деформацій по значеннях, що були визначені

на 15 – градусних сегментах, а також, в зоні віддаленої від контакту[10]. Приклади циклів деформацій для відповідних зон представлені на рис. 4, для зручності сприйняття, у полярних координатах.



а



б

Рисунок 4 – Цикл деформованого стану каркасу для величини тиску 2.1МПа та переміщення 1т. (а), 2.5 т. (б) у полярній системі координат

Оскільки зі статичного аналізу отримано деформування шини за один оберт, щоб перейти до циклічного деформування пропонується розкласти цикл деформації в ряд Фур'є, що забезпечить періодичність деформування.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \sum_{k=1}^N \varepsilon_k \cos k\omega t. \quad (1)$$

Спроба апроксимувати цикл розкладанням в ряд Фур'є показала, що ряд збігається досить повільно і необхідно утримувати велику кількість членів ряду, що ускладнить програмну реалізацію використання такого ряду у якості навантаження. Таким чином, для скорочення довжини ряду зі збереженням необхідної збіжності запропоновано використати метод пошуку невязки між апроксимацією циклу та рядом Фур'є

обмежуючись утриманням лише трьох його членів.

Рисунок 5, 6 демонструє апроксимації циклів деформування різних зон рядами Фур'є, що були уточнені шляхом пошуку нев'язки, для величини внутрішнього тиску 210 кПа та вертикального навантаження 1 т, що відповідає нормативному режиму навантаження. Апроксимація циклу при цьому повторює вид ряду Фур'є, але з іншими коефіцієнтами. Для деяких циклів, вибирались частотні складові, які у ряду Фур'є давали більший вклад, порівняно з першими трьома.

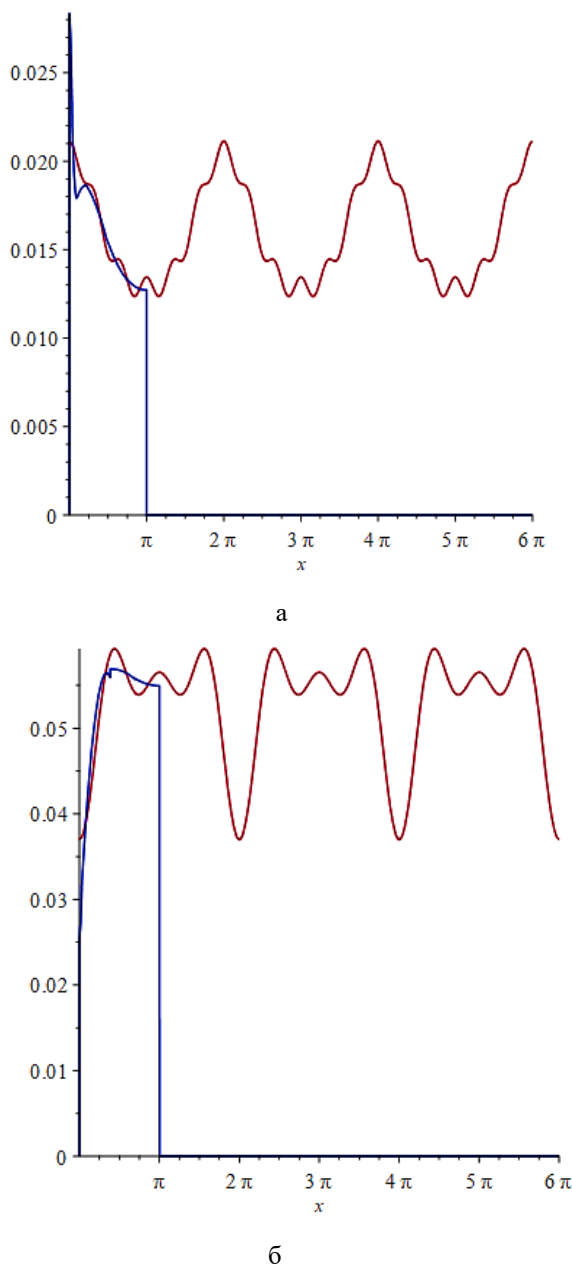


Рисунок 5 – Візуалізація апроксимації циклів деформування для зон ближчих до контактної: зона 1 (а), зона 2 (б)

При цьому похибка апроксимації рядом Фур'є, що оцінює інтегральну характеристику, на нормативному режимі складає 0.003%, а на перевантаженому 0.007. З уточненням методом пошуку нев'язки похибка на нормативному режимі зменшилась до  $0.2 \cdot 10^{-5}$ , при

цьому на перевантаженому режимі неточність апроксимації зменшилась до величини похибки  $0.4 \cdot 10^{-5}$ .

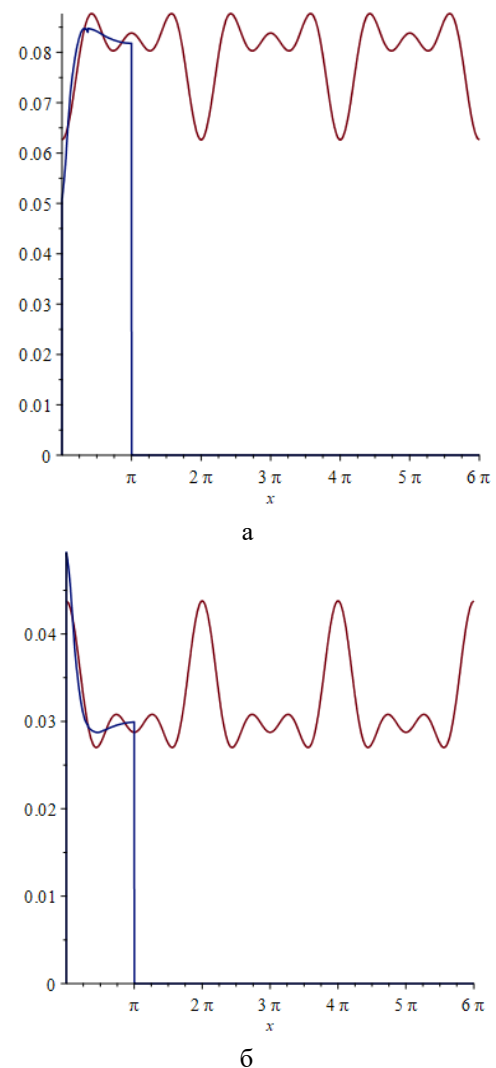


Рисунок 6 – Візуалізація апроксимації циклів деформування для зон віддалених від контактної: зона 3(а) та зона 4 (б)

На другому етапі проводиться визначення швидкості теплогенерації в одиниці об'єму розраховується, як

$$Q = \int_0^t \sigma_{ij}(\tau) \cdot \frac{d\varepsilon_{ij}(\tau)}{dt}, \quad (2)$$

$d\varepsilon_{ij}(\tau)$ е – цикли деформацій отримані при вирішенні задачі визначення НДС шини,  $\sigma_{ij}(\tau)$  – тензор деформацій, що розраховується за формулою (2.49), який залежать від в'язкопружних параметрів матеріалу[11]. Величина швидкості теплогенерації залежна від швидкісного режиму обертання шини і обчислювалась відповідно до вищезазначених варіантів.

Третій етап. Вирішення задачі нестационарної теплопровідності.

У якості навантаження у кожному вузлі задається функція швидкості виділення тепла  $Q$ , що обчислюється по формулі (2) для кожної зони відповідно до

циклу деформування. Більш докладно механізм виконання даних етапів описаний у попередніх роботах [12; 13].

В якості результатів отримуємо розподіли температури по шині (рис. 7).

Рисунок 7 демонструє температурний розподіл, що утворюється під час кочення шини зі швидкістю 50 км/год (а, в) та 240 км/год (б, г) навантаженою внутрішнім тиском 210 кПа та з вагою автомобіля 1 т. (а, б) та 2.5 т. (рис 8). Згідно рис. 7 найбільш нагрітою є зона каркасу, що обумовлюється наявністю у ній більших деформацій, порівняно з іншими шарами.

При меншому розмірі ваги автомобіля більш високі значення температур спостерігаються у плечовій зоні каркасу (рис. 7). При збільшенні вертикального навантаження область високих температур зміщується у бортову зону (рис 8).

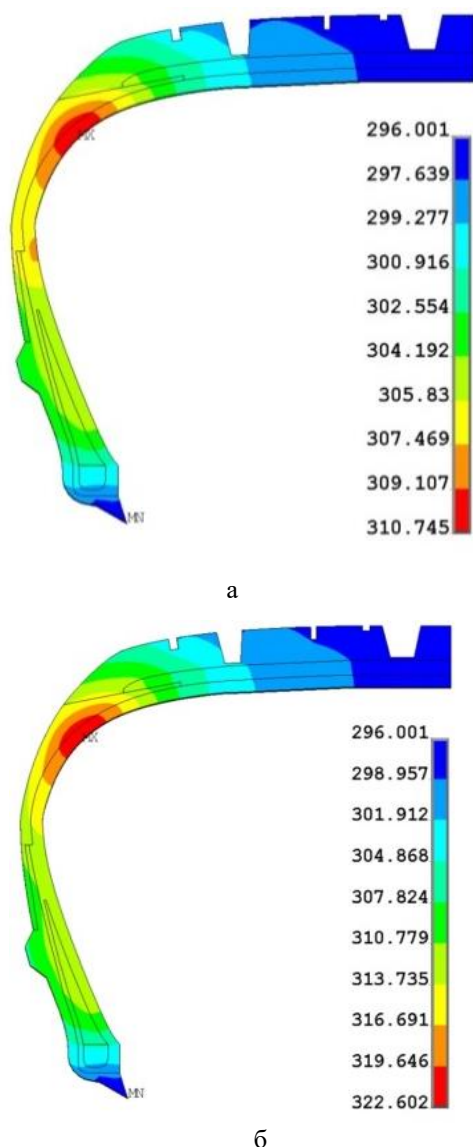


Рисунок 7 – Розподіл температурного поля по профілю шини при величині внутрішнього тиску 210 кПа та розміром вертикального навантаження 1 т., швидкість 50 км/год (а) та 240 км/год (б)

Також наявний приріст температури (10-15 °С

)при збільшенні швидкості обертання шини.

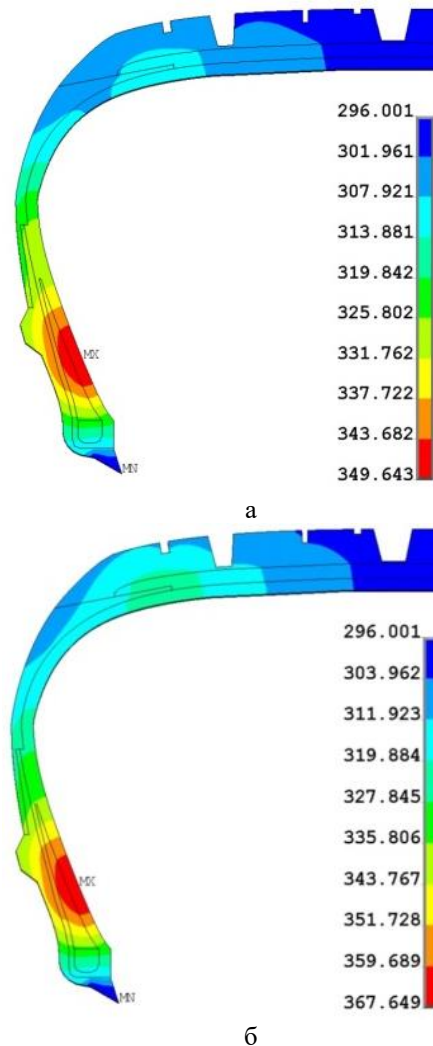
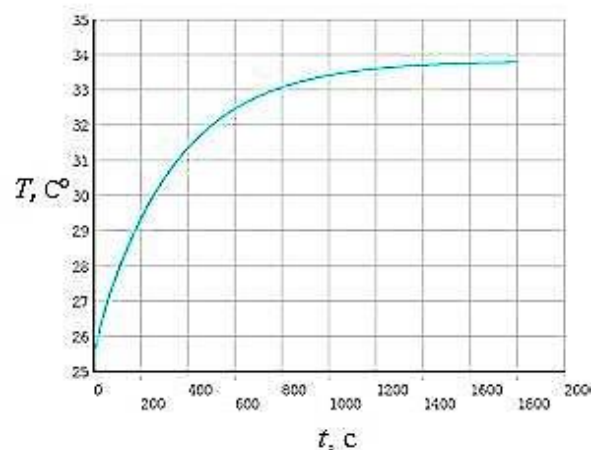


Рисунок 8 – Розподіл температурного поля по профілю шини при величині внутрішнього тиску 210 кПа та розміром вертикального навантаження 2.5 т., швидкість 50 км/год (а) та 240 км/год (б)

На рис. 9 продемонстровані графіки нагріву різних частин каркасу (де зафіксовано найбільшу температуру). Згідно рис. 9 шина активно нагрівається перші 15 хвилин і приблизно на 30 хвилині температурний розподіл стабілізується[13].





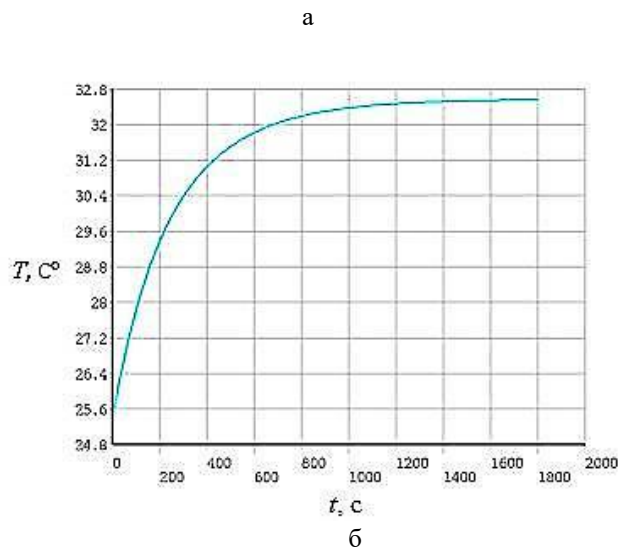


Рисунок 9 – Графіки нагріву шарів шини а – каркас (бігова доріжка), б – каркас (борт)

### Оцінка термо-напруженого стану елементів конструкції

Результати розрахунків задачі теплопровідності дають уявлення про розподіл температурного поля по шині. Для оцінки температурного впливу на НДС було проведено розрахунок термо-пружної задачі, температурне поле отримане на попередньому етапі використовується, як початкова умова для вирішення задачі формування НДС шини у контакті з дорожнім покриттям. В таблиці 1 наведено коефіцієнти теплового розширення матеріалів гумокордних шарів [14]. В таблиці 2 наведені коефіцієнти теплового розширення для ортотропної постановки, що були отримані згідно правила суміші.

Таблиця 1 – Коефіцієнти температурного розширення складових кордних шарів

	$\alpha, 1/^\circ\text{C}$
Сталь	$0.15\text{e-}4$
Текстильна нитка	$0.5\text{e-}4$
Гума	$0.5\text{e-}5$

Таблиця 2 – Ортотропні коефіцієнти температурного розширення

	Каркас	Брекер
$\alpha_x, 1/^\circ\text{C}$	$4\text{e-}4$	$5.5\text{e-}4$
$\alpha_y, 1/^\circ\text{C}$	$12\text{e-}4$	$7.2\text{e-}4$
$\alpha_z, 1/^\circ\text{C}$	$12\text{e-}4$	$7.2\text{e-}4$

Додаткове навантаження у вигляді температурного поля, розрахованого на попередньому етапі у кожному вузлі (зберігалось у якості вихідного файлу розрахунку задачі теплопровідності) і прикладалося у вузлі SE – моделі для розрахунку Т-НС.

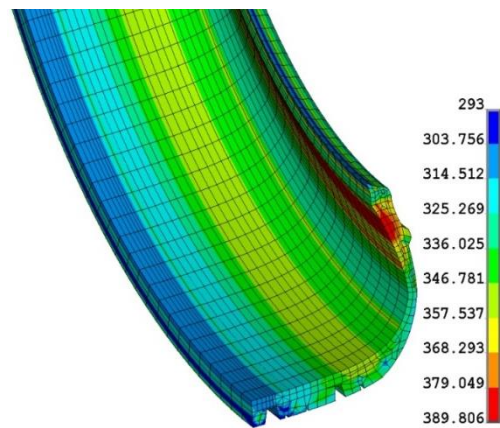


Рисунок 10 – Розподіл температурного навантаження

На рис. 10, у якості прикладу, показано розподіл температурного поля, що утворилося при ненормативному режимі навантаження (розмір внутрішнього тиску 158 кПа та вага автомобіля 2.2 т.). З рисунку видно, що найбільше теплове навантаження мають гумокордні шари – каркас та брекер.

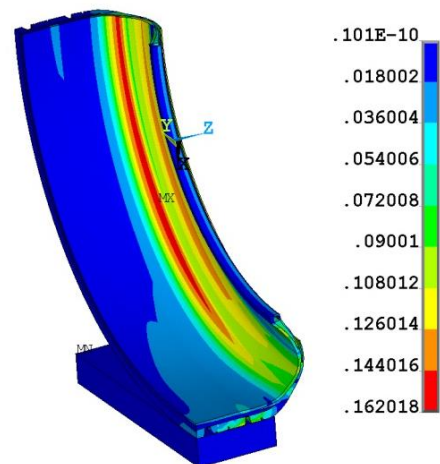


Рисунок 11 Результати розрахунку Т-НС. Розподіл деформацій по шині

Тому доцільно буде детальніше показати розподіл деформацій саме у цих шарах (рис 12). Для даного режиму навантаження (ненормативне) найбільші деформації спостерігаються у бортовій зоні і мають дві локалізації. Відповідно, розглянемо розподіл напружень у кордних шарах, що детально показано на рисунку 13.

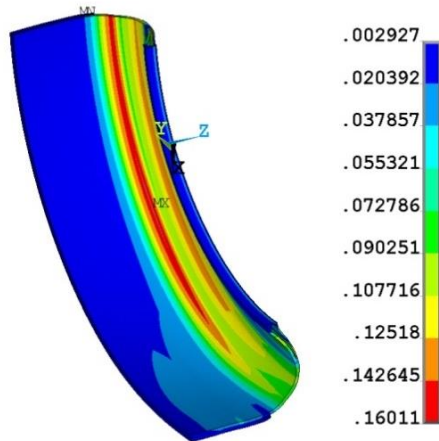


Рисунок 12 – Результати розрахунку Т-НС.  
Розподіл деформацій по кордним шарам

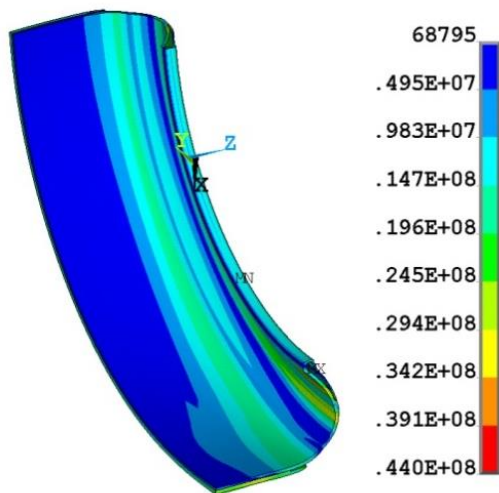


Рисунок 13 – Результати розрахунку Т-НС.  
Розподіл напружень по кордним шарам

З рисунку 13 видно, що у шині виникають додаткові напруження у плечовій і бортовій зоні. Характер зміщення цих зон в залежності від режимів навантаження та рівні значень додаткових напружень, пов'язаних із температурним навантаженням, потребують додаткового дослідження. Подібне дослідження проведено у другій частині цієї статті.

### Висновки

В статті запропоновано підхід до розв'язку зв'язаної задачі розрахунку термо-напруженого стану, що формується у шині під час її кочення і супроводжується процесом самонагріву. Запропонована методологія базується на низці послідовних розрахунків методом скінченних елементів НДС, що формується у шині протягом її кочення при різних режимах навантаження.

### Список літератури

1. Chen, L., Gu, B. Predicting fatigue damage in interphase of short fiber reinforced rubber composites under transverse load. *Polymer Composites*. 2018. Vol. 39,

No. 5. С. 1455–1467.

2. Zhang, J., Xue, F., Wang, Y., et. al. Strain energy-based rubber fatigue life prediction under the influence of temperature. *Royal Society Open Science*. 2018. Vol. 5, No. 10.

3. Li, X., Bai, T., Li, Z., et. al. Influence of the temperature on the hyper-elastic mechanical behavior of carbon black filled natural rubbers. *Mechanics of Materials*. 2016. Vol. 95. С. 136–145.

4. Arias, S., Sarbandi, B., Sriwardene, P. Improving rubber tread designs against heat build - up under cyclic loading using strain energy: Science in the age of experience conference, 16. С. 1–13.

5. Nguyen, D. A., Dang, J., Okui, Y., et. al. An improved rheology model for the description of the rate-dependent cyclic behavior of high damping rubber bearings. *Soil dynamics and earthquake engineering*. 2015. Vol. 77. С. 416–431.

6. Brinson, H. F., Brinson, L. C. *Polymer engineering science and viscoelasticity: An introduction*, Second edition: *Polymer engineering science and viscoelasticity: An introduction*. 2015. 1–482с.

7. Cazenove, J. De, Rade, D. A., Lima, A. M. G. De, et. al. A numerical and experimental investigation on self-heating effects in viscoelastic dampers. *Mechanical systems and signal processing*. 2012. Vol. 27, No. 1. С. 433–445.

8. Петрова Ю.А., Ларін О.О. Визначення циклів напружень елементів пневматичної шини з використанням процедури субмоделювання. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. 2013. № 57. С.37 – 49.

9. Петрова Ю.А. (Вязовиченко), Ларін О.О. Дослідження процесу формування теплового стану в елементах пневматичної шини під час її циклічного деформування. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2016. №1(81). С. 42 – 49.

10. Mateichyk, V., Petrova, J., Larin, A. Two-scale approach to modelling of pneumatic tyres. *Systems and means of motor transport. Selected problems. Seria: Transport*. – Rzeszow: Politechnika Pzszowska Im. Ignacego Lukaszewicza. 2013. №. 4. С. 123–128.

11. Larin, A. A., Vyazovichenko, Y. A., Barkanov, E., et. al. Experimental investigation of viscoelastic characteristics of rubber-cord composites considering the process of their self-heating. *Strength of materials*. 2018. Vol. 50, No. 6. С. 841–851.

12. Ларін, О. О., Петрова, Ю. А. Експериментальні дослідження ортотропних пружних і в'язкопружних характеристик еластовимірних текстильно армованих композитів. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. 2016. №. 18. С. 55–59.

13. Ларін, О., Вязовиченко, Ю. Дослідження процесу формування теплового стану в елементах пневматичної шини під час її циклічного деформування. *Праці Одеського політехнічного університету*. 2017. №. 2, No. 52. С. 3–9.

14. Cho, J. R., Lee, H. W., Jeong, W. B., et. al. Numerical estimation of rolling resistance and temperature distribution of 3-D periodic patterned tire. *International*

*Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*.  
Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2022

journal of solids and structures. 2013. Vol. 50, No. 1. C. 86–96.

#### References (transliterated)

1. Chen, L., Gu, B. Predicting fatigue damage in interphase of short fiber reinforced rubber composites under transverse load. *Polymer Composites*. 2018. Vol. 39, No. 5. C. 1455–1467.

2. Zhang, J., Xue, F., Wang, Y., et. al. Strain energy-based rubber fatigue life prediction under the influence of temperature. *Royal Society Open Science*. 2018. Vol. 5, No. 10.

3. Li, X., Bai, T., Li, Z., et. al. Influence of the temperature on the hyper-elastic mechanical behavior of carbon black filled natural rubbers. *Mechanics of Materials*. 2016. Vol. 95. C. 136–145.

4. Arias, S., Sarbandi, B., Sriwardene, P. Improving rubber tread designs against heat build - up under cyclic loading using strain energy: Science in the age of experience conference, 16. C. 1–13.

5. Nguyen, D. A., Dang, J., Okui, Y., et. al. An improved rheology model for the description of the rate-dependent cyclic behavior of high damping rubber bearings. *Soil dynamics and earthquake engineering*. 2015. Vol. 77. C. 416–431.

6. Brinson, H. F., Brinson, L. C. *Polymer engineering science and viscoelasticity: An introduction*, Second edition: *Polymer engineering science and viscoelasticity: An introduction*. 2015. 1–482c.

7. Cazenove, J. De, Rade, D. A., Lima, A. M. G. De, et. al. A numerical and experimental investigation on self-heating effects in viscoelastic dampers. *Mechanical systems and signal processing*. 2012. Vol. 27, No. 1. C. 433–445.

8. Petrova Yu.A., Larin O.O. Vyznachennia tsyklyv napruzhen elementiv pnevmatychnoi shyny z vykorys-

tanniam protsedury submodeliuvannia. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiy politekhnichnyi instytut»*. 2013. № 57. S.37 – 49.

9. Petrova Yu.A. (Viazovychenko), Larin O.O. Doslidzhennia protsesu formuvannia teplovoho stanu v elementakh pnevmatychnoi shyny pid chas yii tsyklichnoho de-formuvannia. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. 2016. №1(81). S. 42 – 49.

10. Mateichyk, V., Petrova, J., Larin, A. Two-scale approach to modelling of pneumatic tyres. *Systems and means of motor transport. Selected problems. Seria: Transport*. – Rzeszow: Politechnika Pieszowska Im. Ignacego Lukasiewicza. 2013. №. 4. C. 123–128.

11. Larin, A. A., Vyazovichenko, Y. A., Barkanov, E., et. al. Experimental investigation of viscoelastic characteristics of rubber-cord composites considering the process of their self-heating. *Strength of materials*. 2018. Vol. 50, No. 6. C. 841–851.

12. Larin, O. O., Petrova, Yu. A. Eksperymentalni doslidzhennia ortotropnykh pruzhnykh i viazkopruzhnykh kharakterystyk elastovymirnykh tekstylnykh armovanykh kompozytiv. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiy politekhnichnyi instytut»*. 2016. №. 18. C. 55–59.

13. Larin, O., Viazovychenko, Yu. Doslidzhennia protsesu formuvannia teplovoho stanu v elementakh pnevmatychnoi shyny pid chas yii tsyklichnoho deformuvannia. *Pratsi Odeskoho politekhnichnoho universytetu*. 2017. №. 2, No. 52. C. 3–9.

14. Cho, J. R., Lee, H. W., Jeong, W. B., et. al. Numerical estimation of rolling resistance and temperature distribution of 3-D periodic patterned tire. *International journal of solids and structures*. 2013. Vol. 50, No. 1. C. 86–96.

#### *Відомості про авторів/ About the Authors*

**Ларін Олексій Олександрович (Larin Oleksiy)** – доктор технічних наук, професор, директор навчально-наукового інституту комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; тел.: (057) 70-76-058; e-mail: [oleksiy.larin@khpi.edu.ua](mailto:oleksiy.larin@khpi.edu.ua). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5721-4400>

**Вязовиченко Юлія Андріївна (Viazovychenko Yuliia)** – доцент кафедри математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; тел.: 057) 707-68-79; e-mail: [yuliia.viazovychenko@khpi.edu.ua](mailto:yuliia.viazovychenko@khpi.edu.ua). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6510-3164>