УДК 68.13

М.В. НЕКРАСОВА

ЗВУЖЕННЯ МНОЖИНИ ПАРЕТО НА ОСНОВІ НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ ПРО ВІДНОШЕННЯ ПЕРЕВАГИ ОПР

DOI: 10.20998/2078-9130.2022.2.270911

Розглядається модель багатокритеріального вибору, що включає множину можливих варіантів, числовий векторний критерій та нечітке бінарне відношення переваги особи, яка приймає рішення (ОПР). Завдання багатокритеріального вибору – обрати один чи декілька «найкращих» варіантів з множини Парето, тобто звузити цю множину з урахуванням інформації про відношення переваги ОПР. Звуження здійснюється відповідно до аксіоматичного підходу. У роботі розглядається алгоритм звуження множини Парето на основі довільного кінцевого набору «квантів» нечіткої інформації про відношення переваги ОПР. Відповідно запропоновано алгоритм, що дозволяє на основі довільного набору чіткої інформації побудувати оцінку зверху для невідомої множини варіантів, що обираються, тобто, звузити множину Парето. Метою цієї статті є поширення цього алгоритму на випадок нечіткого відношення переваги, коли ОПР надає своїм міркуванням різний ступінь упевненості. У розглянутому нечіткому випадку множина варіантів, що вибираються, а також побудована для нього оцінка зверху також є нечіткими. У першому розділі статті наводиться постановка задачі багатокритеріального вибору та формулюються базові аксіоми. Другий розділ присвячений опису зведення цього завдання до геометричної проблеми побудови нечіткого двоїстого конуса. У третьому розділі наводиться узагальнення алгоритму, який дає змогу побудувати утворюючі нечіткого двоїстого конусу. На основі цих утворюючих конструюється новий векторний критерій, множина Парето щодо якої є шуканим звуження вихідної множини Парето. У четвертому розділі розглядається ілюстративний приклад.

Ключові слова: багатокритеріальний вибір, звуження множини Парето, аксіоматичний підхід, нечітка логіка, двоїстий конус.

M.V. NEKRASOVA

NARROWING THE PARETO SET ON THE BASIS OF FUZZY INFORMATION ABOUT THE RATIO OF ODA PREFERENCES

A multi-criteria choice model is considered, which includes a set of possible options, a numerical vector criterion and a fuzzy binary preference relation of the decision-maker person (DPR). The task of multi-criteria selection is to choose one or more "best" options from the Pareto set, that is, to narrow this set taking into account the information about the preference ratio of the DPR. Narrowing is carried out according to the axiomatic approach. The paper considers the algorithm for narrowing the Pareto set based on an arbitrary finite set of "quanta" of fuzzy information about the preference ratio of the DPR. Accordingly, an algorithm is proposed that allows, on the basis of an arbitrary set of clear information, to construct an estimate from above for an unknown set of options to be chosen, that is, to narrow the Pareto set. The purpose of this paper is to extend this algorithm to the case of a fuzzy preference relation, where the DPR assigns different degrees of certainty to its reasoning. In the fuzzy case under consideration, the set of options to be chosen and the top estimate constructed for it are also fuzzy. In the first section of the article, the statement of the problem of multi-criteria selection is presented and the basic axioms are formulated. The second chapter is devoted to the description of the reduction of this task to the geometric problem of constructing a fuzzy double cone. In the third section, a generalization of the algorithm is given, which makes it possible to construct the generators of a fuzzy double cone. Based on these constituents, a new vector criterion is constructed, the Pareto set with respect to which is the desired narrowing of the original Pareto set. An illustrative example is considered in the fourth chapter

Keywords: multi-criteria selection, narrowing of the Pareto set, axiomatic approach, fuzzy logic, double cone.

Вступ. У багатьох галузях науки та техніки зустрічаються завдання прийняття рішень. В них зацікавленій особі слід вибрати один чи декілька варіантів зі списку можливих альтернатив. У загальному випадку задаються кілька критеріїв, якими оцінюється кожен варіант [1]. Потім особа, що приймає рішення (ОПР), прагне знайти варіант з найбільшими або найменшими оцінками за всіма критеріями. У більшості випадків варіанта, на якому кожен критерій досягає оптимального значення, немає: критерії часто характеризують такі властивості альтернатив, що суперечать одна одній. Тому потрібні процедури, що дозволяють знайти компромісний варіант.

Одну з таких процедур реалізує так званий аксіоматичний підхід до звуження множини Парето. Зіставлення підходу з іншими методами можна знайти у [2]. Відповідно з аксіоматичним підходом, якщо поведінка ОПР задовольняє деяким чотирьом «розумним» аксіомам, то з вихідної множини парето-оптимальних варіантів можна виключити ті, які не узгоджуються з наявною інформацією про відношення переваги ОПР у вигляді кінцевого набору «квантів» інформації. Тим самим відбувається звуження множини Парето, що полегшує подальший вибір. Це звуження тим суттєвіше, чим більше інформації про свої переваги ОВР готова надати. У роботі розглядається ситуація, коли використовувані для звуження «кванти» інформації є нечіткими, тобто є відомостями про нечітке ставлення переваги ОПР. Цей випадок більшою мірою відповідає реальності, оскільки на практиці відомості про переваги ОПР нерідко мають саме нечіткий характер. У [2-6] було запропоновано алгоритми, що дозволяють на основі довільного кінцевого набору чіткої інформації побудувати оцінку зверху для невідомої множини варіантів, що оби раються, тобто, звузити множину Парето. Метою цієї статті є модифікація алгоритму на випадок нечіткого відношення переваги, коли ОПР надає своїм міркуванням різний ступінь упевненості. У розглянутому нечіткому випадку множина варіантів, що вибираються, а також побудована для нього оцінка зверху також є нечіткими. У першому розділі статті наводиться постановка задачі багатокритеріального вибору та формулюються базові аксіоми [7-11]. Другий розділ присвячений опису зведення цього завдання до геометричної проблеми побудови нечіткого двоїстого конуса [12-14]. У третьому розділі наводиться узагальнення алгоритму, який дає змогу побудувати утворюючі нечіткого двоїстого конусу. На основі цих утворюючих конструюється новий векторний критерій, множина Парето щодо якої є шуканим звуження вихідної множини Парето. У четвертому розділі розглядається ілюстративний приклад.

Постановка задачі. Нехай X – безліч можливих варіантів, тобто об'єктів довільної природи, з яких особі, яка приймає рішення, необхідно вибрати один чи декілька. Кожен варіант оцінюється за кількома числовими критеріями f_1 , f_2 ,…, f_m які можна об'єднати у векторний критерій $f: X \to R^m$. Нарешті, при виборі ОПР може керуватися індивідуальними смаками та уподобаннями, які моделюються нечітким бінарним відношенням переваги $\succ_X$ з функцією належності μ_X : вважають, що $\mu_X(x', x'') = \mu$, якщо, обираючи з цих двох варіантів, ОПР віддає перевагу x' зі ступенем впевненості μ . Трійця $\{X, f, \succ_X\}$ визначає задачу (нечіткого) багатокритеріального вибору. Множину обраних варіантів будемо позначати через C(X), а його функцію приналежності через λ_C . Зручно також ввести множину можливих векторів Y = f (X) $\subset R^m$. Відношення переваги $\succ_X$ індукує на ньому нечітке відношення $\succ_Y$ з функцією приналежності μ_Y: $\mu_X(x', x'') = \mu_Y(f(x'), f(x''))$ для всіх $x', x'' \in X$. Відразу обмовимось, що вважатимемо варіанти з однаковими оцінками нерозрізнюваними, так що $x' \neq x'' \Leftrightarrow f(x') \neq f(x'')$. Будемо вважати, що виконуються чотири аксіоми розумного вибору . *__Аксіома 1__*: $\lambda_C(x'') \leq 1 - \mu_X(x', x'')$ для всіх $x', x'' \in X$. Іншими словами, ОПР не буде вибирати x'' , якщо існує кращий варіант x'. *__Аксіома 2:__* Існує ірефлексивне транзитивне продовження $\succ$ на простір R^m нечіткого відношення $\succ_Y$. Функцію належності відношення $\succ$ будемо позначати μ. *__Аксіома3:__* Відношення $\succ$ узгоджено з кожним із критеріїв f_1 , f_2 ,…, f_m , тобто для кожного індексу i , для будь-яких двох векторів y' і y'' простору R^m , усі компоненти яких однакові, за винятком i -ої, причому $y' > y''$, має місце рівність $\mu(y', y'') = 1$. Таким чином, без зменшення спільності передбачається, що ОПР зацікавлена у максимізації всіх критеріїв. *__Аксіома 4:__* Нечітке відношення $\succ$ інваріантне відносно позитивного лінейного перетворення , тобто $\mu(\alpha y' + c, \alpha y'' + c) = \mu(y', y'')$ для всіх $c, y', y'' \in R^m$, $\alpha > 0$. Виконання наведених аксіом гарантує, що множина варіантів, що обираються,

міститься у множині парето-оптимальних варіантів $P_f(X)$, тобто має місце нерівність $\lambda_C(x) \leq \lambda_{Pf}(x)$ для всіх варіантів $x \in X$, де функція приналежності множини Парето $\lambda_{Pf}(x)$ приймає значення 1 в точках самої множини Парето, а у всіх інших точках вона дорівнює 0. Нагадаємо, що множина Парето – це чітка множина $P_f(X) = \{ x \in X : \bar{\exists}\ x' \in X : f(x') \geq f(x) \}$, де символ $\geq$ позначає відношення Парето: $y' \geq y''$ в тому і лише в тому випадку, якщо по кожній компоненті $y_i' > y_i''$і хоча б одна така нерівність сувора. Іншими словами, ОПР може з самого початку виключити з розгляду варіанти, які можна «покращити» по одному чи декількох критеріям, не погіршуючи оцінки за іншими критеріями. Однак в багатьох випадках оцінка множини обраних варіантів в вигляді множини Парето є досить широкою. Тому актуальною є задача звуження множини Парето на основі додаткової інформації про відношення переваг ОПР. *__Визначення 1:__* нехай $u \in R^m$ – вектор, що має хоча б одну позитивну і хоча б одну негативну компоненти. Якщо має місце рівність $\mu(u,0) = \nu$, то кажуть, що є заданим «квант» (нечіткої) інформації про відношення переваги ОПР. Наприклад, у випадку двох критеріїв наявність «кванта» $\mu(u,0) = 1$ при $u_1 = 1$ і $u_2 = -1$ означає, що ОПР готова поступитися однією одиницею по другому критерію заради підвищення на одиницю оцінки за першим критерієм. Іншими словами, перший критерій є більш значущим для ОПР, ніж другий.

Припустимо,що задан набір «квантів» информації $\mu(u^k, 0) = \nu_k$ k=1,p. Наша ціль – звузити вихідну множину Парето, використовуючи даний набір "квантів".

Побудова двоїстого конуса та облік квантів інформації. За виконання аксіом «розумного» вибору ставлення переваги $\succ$ є конусним, тобто існує такий гострий опуклий нечіткий конус з функцією приналежності η , що рівність $\mu(y', y'') = \eta(y' - y'')$ виконується для будь-яких векторів $y', y'' \in R^m$. Це означає, що при порівнянні двох варіантів ОПР звертає увагу лише на різницю в їх оцінках, абсолютні ж значення критеріїв на перевагу не впливають. Зазначимо, що відношення Парето $\geq$ також є конусним. Його конус – це невід'ємний ортант R_+^m (за винятком нульового вектору, що несуттєво, тому що ми розглядаємо варіанти, що не збігаються), а відповідна функція приналежності має вигляд $I(y) = \begin{cases} 1, y \geq 0 \\ 0, \exists k : y_k < 0 \end{cases}$.Так як відношення переваги узгоджено з усіма критеріями, всі орти простору R^m належать конусу відношення переваги, тобто $\eta(e^i) = 1$. Вектори, що представляють «кванти» інформації, також належать цьому конусу з відповідними ступенями приналежності: η ($u^к$)= $ν^к$. Позначимо через φ функцію приналежності нечіткої конічної оболонки векторів e^1, …, e^m ,u^1, …, u^p з відповідними ступенями приналежності 1,…, m, $ν^1$, …, $ν^P$. *Визначення 2:* нечіткою конічною оболонкою векторів a^1 , …, a^r з відповідними ступенями приналежності $α^1$, …, $α^r$ називається найменший за включенням нечіткий опуклий конус, що містить ці вектори із зазначеними ступенями приналежності. Через опуклість конуса відношення переваги побудована конічна оболонка є його підмножиною. З іншого боку, вона містить невід'ємний ортант, такий що $I(y) \le \varphi(y) \le \eta(y), \forall y \in R^m$. З цієї нерівності випливає наступна оцінка для множини обраних варіантів. *Твердження 1*. Нерівності $\lambda_C(x) \le \min\limits_{x' \in X\backslash\{x\}} (1-\varphi(f(x')-f(x))) \le \min\limits_{x' \in X\backslash\{x\}} (1-I(f(x')-f(x)))$ мають місце для всіх варіантів x∈X. Відповідно до цього твердження, оцінка зверху для множини варіантів, що вибираються, за допомогою побудованого конуса загалом у разі вже вихідної множини Парето. Розглянемо тепер двоїстий до φ нечіткий конус із функцією приналежності ψ. Визначення 3: подвійним до нечіткого конуса з функцією приналежності φ називається нечітка множина з функцією приналежності $\psi(z) \le \inf\limits_{y \in R^m} (1-\varphi(y))$. Можна показати, що таким способом певна множина дійсно є опуклим нечітким конусом. Позначимо утворюючі двоїстого конуса g^1 , …, g^q, а їх ступені приналежності $Θ^1$, …, $Θ^q$. Побудуємо новий векторний критерій g(x) розмірності q з компонентами $g_k(x)=g^k f(x)$. З його допомогою можна отримати наступний результат. *Твердження 2.* Має місце нерівність $\lambda_C(x) \le \min\limits_{x' \in X\backslash\{x\} k \wedge g_k(x) > g_r(x')} \max \theta^k$

(тут тоді і тільки тоді, коли існує варіант x'∈X, для якого правильна нерівність g(x')≥g(x), і функція приналежності у правій частині нерівності з останнього твердження описує множину Парето щодо нового векторного критерію g. Саме цей векторний критерій слід використовувати для побудови звуження множини Парето.

Знаходження утворюючих двоїстого конуса. Для того, щоб утворюючим e^1, …, e^m ,u^1, …, u^p з відповідними ступенями приналежності 1,…, m, $ν^1$, …, $ν^P$ конуса φ знайти утворюючі g^1 , …, g^q зі ступенями приналежності $Θ^1$, …, $Θ^q$ конуса ψ , скористаємося алгоритмом. Алгоритм починає роботу з пари двоїстих нечітких конусів. У нашому випадку зручно взяти чіткий невід'ємний ортант R_+^m=cone(e^1, …, e^m), який двоїстий самому собі. На кожному кроці s до першого з пари конусів додається чергова утворююча u^s зі ступенем приналежності $ν^s$. Нехай до початку цього кроку двоїстий конус заданий утворюючими $b_{s-1}{}^1$, …, $b_{s-1}{}^{r_{s-1}}$ з відповідними ступенями приналежності $β_{s-1}{}^1$, …, $β_{s-1}{}^{r_{s-1}}$. Ці утворюючі розбиваються на три групи: $A_s = \{i : b_{s-1}^i u^s > 0\}$, $B_s = \{j : b_{s-1}^j u^s < 0\}$, $C_s = \{k : b_{s-1}^k u^s = 0\}$. Утворюючі групи A_s та C_s залишаються без змін; утворюючі $\{b_{s-1}^j\}$групи B_s приписується новий ступінь приналежності $β_s{}^j$ = min{$β_{s-1}{}^j$,1- $ν^s$ }. Таким чином, з'являються нові утворюючі $\{(b_{s-1}^i u^s) b_{s-1}^j - (b_{s-1}^j u^s) b_{s-1}^i\}$ зі ступенями приналежності min {$β^j_{s-1}$, $β^i_{s-1}$}. для усіх пар (i,j)∈A_s×B_s)

Перепозначимо отримані утворюючі d^k, а їх ступені приналежності – $δ^к$. Кожній твірній поставимо у відповідність множину T(d^k) ={ e^i: e^i d^k =0}U{u^i:i ≤s, $δ^к$ + $ν^i$>1, u^i d^k =0}. Ті утворюючі d^k, для яких $δ^к$ =0 є зайвими, їх можна виключити з отриманого списку, конічна оболонка знайдених векторів від цього не зміниться. Ті утворюючі, що залишилися, перепозначимо як $β_s{}^1$, …, $β^{r_s}$ з відповідними ступенями належності $β_s{}^1$, …, $β_s{}^{r_s}$ і перейдемо на наступний крок, якщо s < p. За p кроків даний алгоритм побудує шукані утворюючі конуса ψ.

Приклад. Нехай ОПР належить вибрати один варіант із трьох, заданих своїми оцінками за трьома критеріями: x^1=(1;3;1), x^2 =(1;2;2), x^3 =(0;1;3). Множина Парето включає всі ці три вектори. Припустимо, що ОПР зі ступенем упевненості 0.8 готова пожертвувати 1 за третім критерієм для отримання надбавки у вигляді 1 за першими двома критеріям, тобто заданий «квант» інформації u^1 =(1,1,-1) з $ν^1$ =0.8. Проілюструємо роботу описаного вище алгоритму обліку стосовно даної інформації. На початку роботи двоїстий конус заданий утворюючими e^1=(1,0,0), e^2=(0,1,0), e^3 =(0,0,1) з ступенями приналежності рівними одиниці. Алгоритм їх розбиває на три групи: у групу A_1 потрапляють перші два вектори, що утворюють гострі кути із заданим квантом; у групу B_1 включається третій вектор, що лежить у негативному напівпросторі, що визначається нормаллю u^1 ; група C_1 виявляється порожньою. Генеруються нові утворюючі b^4 =(u^1 e^1)e^3 –(u^1 e^3)e^1 =(1,0,1) і b^5 =(u^1 e^2)e^3 –(u^1 e^3)e^2 =(0,1,1) яким присвоюється ступінь приналежності 1. Далі, у утворюючих групи B_1 ступінь приналежності зменшується до 1- $ν^1$ =1-0.8=0.2 . Таким чином двоїстий конус задається векторами e^1 =(1,0,0), e^2 =(0,1,0), b^4 =(1,0,1), b^5 =(0,1,1) зі ступенями приналежності 1 и вектором e^3 =(0,0,1) зі ступенем приналежності 2.0 . Треба відмітити, що T(e^i)= {e^1 ; e^2 ; e^3}\{e^i }, T(b^4)= {e^2 ; u^1 }, T(b^5)= {e^1 ; u^1 } жодна з цих множин не містить іншу, тому зайвих утворюючих немає. Додамо тепер «квант» u^2 зі ступенем впевненості $ν^2$=0.4. Знову розіб'ємо утворюючі на A_2 ={e^3 ; b^4 }, B_2 ={e^2 }, C_2 ={e^1 ; b^5 } . Нові згенеровані утворюючі будуть b^6 =(u^2 e^3)e^2 – (u^2 e^2)e^3=(0,1,1) зі ступенем приналежності 2.0 та b^7 =(u^2 e^4)e^2 –(u^2 e^2)e^4 =(1,1,1) зі ступенем 1 . Крім того, у утворюючих групи B_2 ступінь належності знижується до 1- $ν^2$ =1-0.4=0.6. Таким чином, двоїстий конус задається такими утворюючими e^1 =(1,0,0), b^4 =(1,0,1), b^5 =(0,1,1), b^7 =(1,1,1) зі ступенем приналежності 1 , e^2 =(0,1,0) зі ступенем належності 0.6 та e^3 =(0,0,1) і b^6 =(0,1,1) зі ступенем приналежності 0.2 .Однак видно, що $b^6 = b^5$ і $b^7 = e^1 + b^5$. Ці утворюють детектуються як надлишкові, тому що $T(b^6) = \{e^1 ; u^2\} = T(b^5)$, а у b^5 вище ступінь приналежності, і $T(b^7) = \{u^2\} \subset T(b^5)$. Розглянемо тепер, як змінилися ступені приналежності варіантів. x^1 домінує над x^2 лише за критерієм, що визначається утворюючою e^2 тому її ступінь приналежності множини обраних векторів не може перевищувати 0.6. Аналогічно, варіант x^3 домінує над x^2 тільки за критерієм e^3, тобто, його ступінь приналежності обмежується зверху значенням 0.2. Щодо варіанти x^2 , то він домінує над x^3 , наприклад, критерієм e^1, а x^1 за критерієм b^4 , і його ступінь приналежності дорівнює 1. Таким чином, інформація, отримана від ОПР, дозволила знизити ступінь впевненості у виборі деяких варіантів.

Висновок Завдання звуження множини Парето за рахунок «квантів» інформації про нечітке відношення переваги ОПР зводиться до завдання побудови утворюючих нечіткого двоїстого конуса. Вона може бути повністю вирішена описаним алгоритмом, який послідовно перебирає задані «кванти» інформації. Отримані утворюючі використовуються для побудови нового векторного критерію, і остаточний вибір слід проводити у множині Парето щодо нового векторного критерію. При цьому кожному новому критерію зіставлено число, що характеризує ступінь впевненості у виборі варіантів, що не домінується за цим критерієм. Таким чином утворюється нечітка множина, яка є більш точною оцінкою зверху для невідомої множини вибираних варіантів, ніж вихідна множина Парето

Список літератури

1. *Кини Р.Л.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / *Р.Л. Кини, Х. Райфа*. – М: Радио и связь, 1981. – 480 с

2. *Zadeh, L. A.* Fuzzy algorithms // Inf. Contr. — 1988. — Vol. 12. — P. 94–102.

3.*Селякова С.М.* Нечёткая модель и алгоритм решения задачи выбора медикаментозной терапии. «Штучний інтелект» 2014 No 1, сс. 126-131

4. *Skanneta A., Roubos H., Babuska R.* A Multi-objective Evolutionary Algorithm for Fuzzy Modeling // In Proc. of International Fuzzy Systems Association and the North American Fuzzy Information Processing Society Joint Conference (IFSA/NAFIPS). Canada, Vancouver, 2001. –P. 1222–1228.

5. *Thole U., Zimmermann H.J., Zysno P.* On the suitability of minimums and products operators for intersection of fuzzy sets // Fuzzy Setsand Systems, v.2, 1979 – p.167-180.

6. *Кравець П.* Системи прийняття рішень з нечіткою логікою / П. Кравець, Р. Киркало // "Вісник національного університету "Львівська політехніка". – 2009. – No 650. – С. 115 – 123.

7. *Bouchon-Meunier,Valverde,*1999. B.Bouchon-Meunier, L.Valverde. A fuzzy approach to analogical reasoning// Soft Computing, 1999, №3 . pp, 141-147.

8.*R.Aliev, W.Pedrycz, B.Fazlollahi, O.H.Huseynov, A.V.Alizadeh*,Fuzzy logic-based generalizeddecision theory with imperfect information, Information Sciences, 189:18-42, 2012.

9. *Штовба С. Д.* Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику [Електронний ресурс] // Режим доступу: http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php.

10. *Altrock, C.* Fuzzy logic. Bd. 2 : Technologie. — Munchen, BRD : R. Oldenburg Verlag GmbH, 1994. — 375 p.

11. Энциклопедия технологий и методик — Базовые понятия нечеткой логики Fuzzy Logic [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://patlah.ru/etm/etm-05/stir%20mahina/stir_mahina/stir_mahina-2-05.htm.

12. *Joydeep Dutta*: Strong kkt, second order conditions and non-solid cones in vector optimization. In Recent Developments in Vector Optimization, pages 127–167. Springer, 2012.

13. *Liu, B.* Expectad value of fuzzy variable and fuzzy expected value modals [Text] / B. Liu, Y.-K. Liu // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2002. – Vol. 10, Issue 4. – P. 445–450. doi: 10.1109/tfuzz.2002.800692

14. *SV Utyuzhnikov, J Maginot, and MD Guenov*: Local approximation of pareto surface. In Proceedings of the World Congress on Engineering, volume 2, PP. 898–903. Citeseer, 2007

References (transliterated)

1. *Kyny R.L.* Pryniatye reshenyi pry mnohykh kryteryiakh: predpochtenyia y zameshchenyia / R.L. Kyny, Kh. Raifa. – M: Radyo y sviaz, 1981. – 480 p.

2. *Zadeh, L. A.* Fuzzy algorithms // Inf. Contr. — 1988. — Vol. 12. — P. 94–102.

3. *Seliakova S.M.* Nechëtkaia model y alhorytm reshenyia zadachy vыbora medykamentoznoi terapyy. «Shtuchnyi intelekt», No 1, 2014, - pp. 126-131.

4. *Skanneta A., Roubos H., Babuska R.* A Multi-objective Evolutionary Algorithm for Fuzzy Modeling // In Proc. of International Fuzzy Systems Association and the North American Fuzzy Information Processing Society Joint Conference (IFSA/NAFIPS). Canada, Vancouver, 2001. –P. 1222–1228.

5. *Thole U., Zimmermann H.J., Zysno P.* On the suitability of minimums and products operators for intersection of fuzzy sets // Fuzzy Setsand Systems, v.2, 1979 – p.167-180

6. *Kravets P.* Systemy pryiniattia rishen z nechitkoiu lohikoiu / P. Kravets, R. Kyrkalo // "Visnyk natsionalnoho universytetu "Lvivska politekhnika". – 2009. – No 650. – P. 115 – 123

7. *Bouchon-Meunier,Valverde,*1999. B.Bouchon-Meunier, L.Valverde. A fuzzy approach to analogical reasoning// Soft Computing, 1999, №3 . pp, 141-147

8. *R.Aliev, W.Pedrycz, B.Fazlollahi, O.H.Huseynov, A.V.Alizadeh*,Fuzzy logic-based generalizeddecision theory with imperfect information, Information Sciences, 189:18-42, 2012

9. *Shtovba S. D.* Vvedenye v teoryiu nechetkykh mnozhestv y nechetkuiu lohyku [Elektronnyi resurs] // Rezhym dostupu: http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php.

10. *Altrock, C.* Fuzzy logic. Bd. 2 : Technologie. — Munchen, BRD : R. Oldenburg Verlag GmbH, 1994. — 375 p.

11. Эntsyklopedyia tekhnolohyi y metodyk — Bazovыe poniatyia nechetkoi lohyky Fuzzy Logic [Эlektronyi resurs]. — Rezhym dostupa: http://patlah.ru/etm/etm-05/stir%20mahina/stir_mahina/stir_mahina-2-05.htm.

12. *Joydeep Dutta*: Strong kkt, second order conditions and non-solid cones in vector optimization. In Recent Developments in Vector Optimization, PP. 127–167. Springer, 2012.

13. *Liu, B.* Expectad value of fuzzy variable and fuzzy expected value modals [Text] / B. Liu, Y.-K. Liu // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2002. – Vol. 10, Issue 4. – P. 445–450. doi: 10.1109/tfuzz.2002.800692

14. *SV Utyuzhnikov, J Maginot, and MD Guenov*: Local approximation of pareto surface. In Proceedings of the World Congress on Engineering, volume 2, pages 898–903. Citeseer, 2007.

Надійшла (received) 24.12.2022

Відомості про авторів / About the Authors

Некрасова Марія Володимирівна – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; тел.: (057)-707-64-54; e-mail: masha12dec@gmail.com

Nekrasova Mariia Volodymyrivna – Candidate of Technical Sciences, Dozent, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"; tel.: (057)-707-60-58; e-mail: masha12dec@gmail.com