

**К. Г. ДЕГТЯРЬОВ, Д. В. КРЮТЧЕНКО, С. Ю. МІСЮРА, А. І. МЕРКУЛОВА, Д. О. МЕРКУЛОВ,
Є. Ю. МІСЮРА**

ТРІВИМІРНІ РЕПРЕЗЕНТАТИВНІ ОБ'ЄМНІ ЕЛЕМЕНТИ ДЛЯ ПОБУДОВИ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ ІЗ ПОКРАЩЕНИМИ МЕХАНІЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

Розроблено методологічно-програмний інструмент для ефективного оцінювання властивостей тривимірних композитів матричного типу та періодично структурованих композитних матеріалів із застосуванням сучасних методів граничних та скінченних елементів. Проведено модифікацію моделей континуальної механіки для адекватного опису поведінки композитів, адаптацію до цих моделей числової симуляції і програмного забезпечення для розв'язання статичних задач і задач у частотній області. Новизна, переваги і ефективність розробленої комп'ютерної технології забезпечуються побудовою теоретично обґрунтованих моделей для аналізу композитів тривимірної конфігурації з неканонічними формами частинок, вдосконаленням сучасних методів граничних і скінченних елементів і зв'язаних алгоритмічних схем для досягнення високої точності розрахункового аналізу; придатністю до аналізу як статичних, так і динамічних пружних полів у розглянутих структурах. Розроблено розрахункові моделі та програмні засоби для врахування спеціальних форм поодиноких і взаємодіючих неоднорідностей у тривимірній матриці, зокрема, з акцентом на короткі волокна та трубки. Ці моделі та методи застосовано до вивчення статичних та динамічних характеристик баків ракет-носіїв з різних композитних матеріалів. Для дослідження вільних і вимушених коливань оболонкових конструкцій з відсіками, що містять рідину, розроблений метод заданих форм. Як матеріали баків розглянуто композити з алюмінієвою матрицею зі сталевими сферичними включеннями та зі сталевими та вуглецевими включеннями-волокнами. Запропоновані моделі та алгоритми комп'ютерної симуляції дозволяють проводити числовий аналіз тривимірних статичних задач за класичні умови контакту з матрицею; тривимірних задач щодо статичної взаємодії скінченної кількості включень в матриці; дослідження впорядкованих та стохастично розподілених включень; дослідження включень у вигляді сфер, циліндрів, вуглецевих трубок та включень у вигляді порожнистих сфер та визначити ефективні пружні параметри тривимірних матричних композитів з сферичними включеннями, волокнами і трубками. Результати розрахунків показали зміцнення отриманих композиційних матеріалів з одночасним зниженням густини.

Ключові слова: репрезентативний об'ємний елемент, ефективні модулі пружності, методи скінченних та граничних елементів.

Разработан программный инструмент для эффективной оценки свойств трехмерных композитов матричного типа и периодически структурированных композитных материалов с применением современных методов граничных и конечных элементов. Проведена модификация моделей континуальной механики для адекватного описания поведения композитов в статических задачах и задачах в частотной области. Новизна, преимущества и эффективность разработанной компьютерной технологии обеспечиваются построением теоретически обоснованных моделей для анализа композитов трехмерной конфигурации с неканоническими формами частиц, усовершенствованием современных методов граничных и конечных элементов и связанных алгоритмических схем для достижения высокой точности расчетного анализа; пригодностью к анализу как статических, так и динамических упругих полей в рассматриваемых структурах. Разработаны расчетные модели и программные средства для учета специальных форм единичных и взаимодействующих неоднородностей в трехмерной матрице, в частности, с акцентом на короткие волокна и трубки. Эти модели и методы применены к изучению статических и динамических характеристик баков ракет-носителей из разных композитных материалов. Для исследования свободных и вынужденных колебаний оболочечных конструкций с отсеками, содержащими жидкость, разработан метод заданных форм. В качестве материалов баков рассмотрены композиты с алюминиевой матрицей со стальными сферическими включениями и со стальными и углеродными включениями-волокнами. Предлагаемые модели и алгоритмы компьютерной симуляции позволяют проводить численный анализ трехмерных статических задач при классических условиях контакта с матрицей; трехмерных задач статического взаимодействия конечного количества включений в матрице; исследование упорядоченных и стохастически распределенных включений; исследование включений в виде сфер, цилиндров, углеродных трубок и включений в виде полых сфер и определить эффективные упругие параметры трехмерных матричных композитов со сферическими включениями, волокнами и трубками. Результаты расчетов показали упрочнение полученных композиционных материалов с одновременным уменьшением плотности.

Ключевые слова: репрезентативный объемный элемент, эффективные модули упругости, методы конечных и граничных элементов.

A methodological and software tool was developed for the effective assessment of the properties of three-dimensional composites of the matrix type and periodically structured composite materials using modern methods of boundary and finite elements. Continuum mechanics models have been modified to adequately describe the behavior of composites, numerical simulation models and software have been adapted to these models for solving static problems and problems in the frequency domain. The novelty, advantages and efficiency of the developed computer technology are provided by theoretically grounded models for the analysis of composites of three-dimensional configuration with non-canonical particle shapes, improvement of modern boundary and finite element methods and coupled algorithmic schemes to achieve high accuracy of calculation analysis; suitability for the analysis of both static and dynamic elastic fields in the considered structures. Calculation models and software tools have been developed that allow to take into account special forms of individual and interacting inhomogeneities in a three-dimensional matrix, in particular, with an emphasis on short fibers and tubes. These models and methods are applied to the study of static and dynamic characteristics of launch vehicle tanks made of various composite materials. For the studying free and forced oscillations of shell structures with compartments containing liquid, the method of natural modes has been developed. Composites with an aluminum matrix with steel spherical inclusions and with steel and carbon fiber inclusions were considered as tank materials. The proposed models and computer simulation algorithms allow to carry out the numerical analysis of three-dimensional static problems under classical conditions of contact with the matrix; three-dimensional problems regarding the static interaction of a finite number of inclusions in the matrix; research of ordered and stochastically distributed inclusions; study of inclusions in the form of spheres, cylinders, carbon tubes and inclusions in the form of hollow spheres and to determine the effective elastic parameters of three-dimensional matrix composites with spherical inclusions, fibers and tubes. The results of the calculations showed strengthening of the obtained composite materials with a simultaneous decrease in density.

Keywords: representative volume element, effective elastic modulus, boundary and finite element methods.

Вступ. Композити та нанокompозити внаслідок унікальних механічних властивостей відносяться до сучасних технологічно-інноваційних матеріалів, які

широко використовуються у практиці як відповідальні внутрішні і покривні елементи інженерних конструкцій і систем. Використання нових матеріалів

потребує розвинення нових та вдосконалення існуючих методів розрахунків на статичну і динамічну міцність елементів конструкцій, що виготовлені з них. Метод граничних елементів (МГЕ) є одним із широко розповсюджених числових методів, що застосовуються в різних інженерних галузях. МГЕ зазвичай застосовується до крайових задач, які сформульовані у вигляді диференціальних рівнянь з частинними похідними з чітким визначенням фундаментального розв'язку розглянутих диференціальних рівнянь. В останні десятиліття МГЕ успішно застосовується для розв'язання проблем, що стосуються взаємодії різних середовищ [1, 2]. Особливу увагу тут слід приділити граничним умовам на поверхнях інтерфейсу. Зауважимо, що граничні умови на цих поверхнях як в теорії потенціалу, так і в задачах лінійної пружності використовують ефект поверхневого натягу. При цьому, врахування цього ефекту здійснюється шляхом використання мембранних аналогій [3]. При розв'язанні задач динаміки елементів конструкцій з композитів та нанокомпозитів найбільш ефективними є методи, засновані на поєднанні аналітичних підходів і методів граничних та скінченних елементів [4-6].

Розроблені в [7] математичні та розрахункові моделі на основі МСЕ та МГЕ дозволяють проводити аналіз композитів із сферичними суцільними або порожнистими включеннями, а також з короткими волокнами та трубками.

Теоретична та розрахункова модель для дослідження коливань паливних баків. Для дослідження вільних і вимушених коливань оболонкових конструкцій з відсіками, що містять рідину, розроблений метод заданих форм [8]. Суть його полягає в наступному. Складається зв'язана система диференціальних рівнянь відносно пружних переміщень конструкції тиску рідини на змочені поверхні оболонкової конструкції. Для подання розв'язку цієї системи використовується три набори базисних функцій. Перший з них містить власні форми коливань конструкції при відсутності заповнювача і використовується для побудови саме гідропружних переміщень. Другий і третій набори базисних функцій відносяться до побудови потенціалу швидкостей і тиску рідини на змочені поверхні конструкції. Потенціал швидкостей описується сумою двох частинних потенціалів. Перший з них описує власні коливання пружної оболонки з рідиною без урахування гравітаційних сил, другий описує коливання рідини в жорсткому резервуарі з урахуванням сил гравітації.

Наведемо основні співвідношення. Рівняння руху оболонкової системи в операторній формі має вигляд

$$LU + M\ddot{U} = pn + Q, \quad (1)$$

де L, M – оператори пружних та масових сил;
 p – тиск рідини на змочені поверхні оболонкової конструкції;
 n – зовнішня одинична нормаль;
 Q – сила збудження.

Припустимо, що рідина є ідеальною, нестисливою, а її рух, що почався зі стану спокою, є безвихровим. У цих умовах існує потенціал швидкостей рідини Φ , що задовольняє рівнянню Лапласа. Величину тиску p на стінки оболонки визначимо з лінеаризованого інтегралу Коші-Лагранжа за формулою

$$p = -\rho_l \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz \right) + p_0,$$

де g – пришвидшення вільного падіння;
 z – координата точки рідини у вертикальному напрямку;

p_0 – атмосферний тиск.

На змочених поверхнях оболонки S_1 і перегородці S_{baf} ставиться гранична умова непротікання. На вільній поверхні S_0 мають бути виконані динамічна і кінематична граничні умови

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad p - p_0|_{S_0} = 0.$$

Функція ζ описує форму і локацію вільної поверхні.

Таким чином, для потенціалу швидкостей маємо таку крайову задачу:

$$\Delta \Phi = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_{baf} \cup S_1},$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad p - p_0|_{S_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta \right|_{S_0} = 0. \quad (2)$$

Виконується співвідношення

$$\left(\sum_{k=1}^N c_k(t) u_k \right) + M \left(\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) u_k \right) = -\rho_l \left[\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \phi_{1k} + a_x(t)x + a_z(t)z \right] + Q. \quad (3)$$

При цьому на вільній поверхні маємо таку рівність:

$$\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k \phi_{1k} + (g + a_z(t)) \left(\sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial n} \right) + a_x(t)x = 0. \quad (4)$$

Із співвідношень (3), (4) знаходимо невідомі функції часу. Для їх однозначного визначення використовуємо початкові умови

$$c_k(0) = c_{k0}, \quad \dot{c}_k(0) = c_{k1}.$$

Це дає змогу дослідити вимушені коливання оболонкової конструкції з відсіками, частково заповненими рідиною.

В [8] встановлено, що задача, що розглядається, зводиться до одновимірних сингулярних інтегральних рівнянь. Для обчислення сингулярних інтегралів використані методи, розроблені в [9, 10].

Визначення статичних характеристик баків

ракет-носіїв з різних композитних матеріалів. Розглянуто моделі баків, виготовлених з композитних матеріалів. Спочатку наведені дані щодо властивостей матеріалів матриць та включень. Розглянуто композити з алюмінієвою матрицею зі сталевими

сферичними включеннями та зі сталевими та вуглецевими включеннями-волоконками.

Репрезентативні об'ємні елементи (представницькі комірки) для вивчення таких матеріалів подані на рис. 1, а – г.

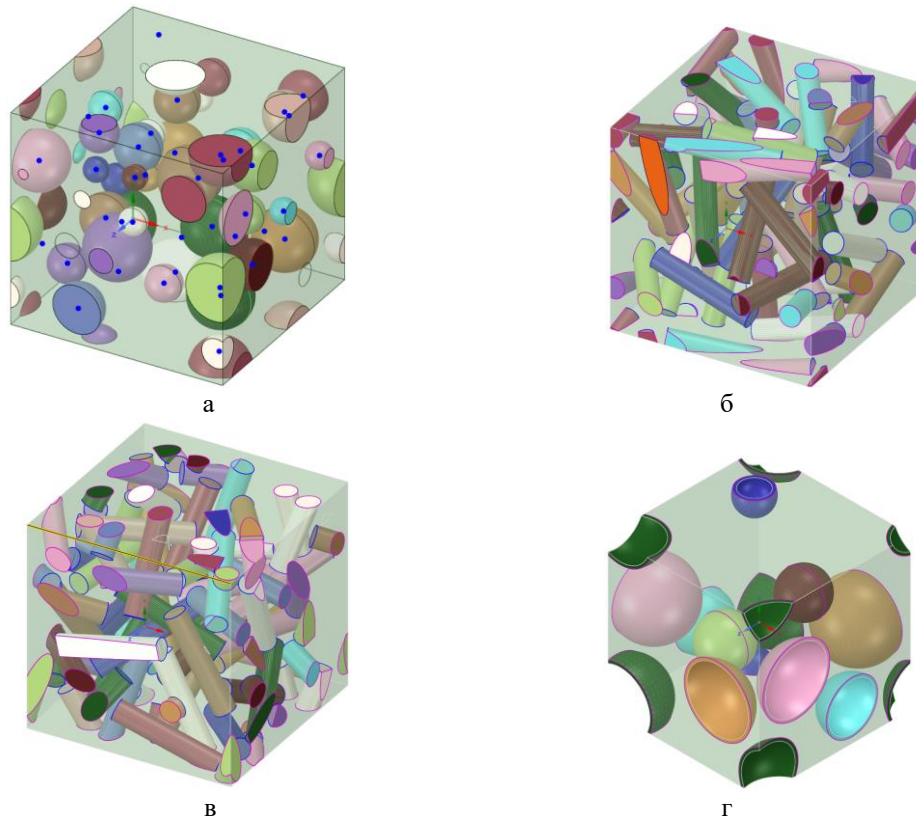


Рис. 1 – Представницькі комірки: а – кульові включення; б – сталеві циліндричні включення; в – вуглецеві циліндричні включення; г – сферичні включення

На рис. 1, а зображено представницьку комірку для алюмінієвої матриці зі сталевими включеннями у вигляді сфер (куль) з діаметрами $d = 0.5-1.5$ мм, при цьому об'ємна частка включень складала $V = 0.2$ від об'єму матриці.

На рис. 1, б подано представницьку комірку для алюмінієвої матриці зі включеннями у вигляді сталевих включень-волокон з діаметрами 0.5 мм, відносною довжиною $L/d = 5$, об'ємна частка включень складала $V = 0.2$ від об'єму матриці.

На рис. 1, в подано представницьку комірку для алюмінієвої матриці зі включеннями у вигляді

вуглецевих включень-волокон з діаметрами 0.5 мм, відносною довжиною $L/d = 5$, об'ємна частка нановключень складала $V = 0.2$ від об'єму матриці.

На рис. 1, г зображено представницьку комірку для алюмінієвої матриці зі включеннями у вигляді сталевих порожнистих сфер діаметром $d = 0.5-1.5$ мм, та товщиною $h = 0.05$ мм, при цьому об'ємна частка нановключень складала $V = 0.2$ від об'єму матриці.

Далі за методом, описаним в [7], обчислені ефективні модулі зазначених композитів. Результати розрахунків подані в табл. 1 – 4.

Таблиця 1 – Властивості композита, армованого вуглецевими волокнами

Матеріал	Алюмінієвий сплав	Сталеві кулі	Композитний матеріал з сталевими кулями
Густина, кг/м ³	2770	7850	3787
Модуль Юнга X, ГПа	71	200	86,344
Модуль Юнга Y, ГПа	71	200	86,665
Модуль Юнга Z, ГПа	71	200	86,505
Коефіцієнт Пуассона XY	0,33	0,3	0,3205
Коефіцієнт Пуассона YZ	0,33	0,3	0,3225
Коефіцієнт Пуассона XZ	0,33	0,3	0,3216

Таблиця 2 – Властивості композита, армованого стальними волокнами

Матеріал	Алюмінієвий сплав	Стальні волокна	Композитний матеріал, стальні волокна
Густина, кг/м ³	2770	7850	3759
Модуль Юнга X, ГПа	71	200	86,580
Модуль Юнга Y, ГПа	71	200	86,854
Модуль Юнга, ГПа	71	200	86,494
Коефіцієнт Пуассона XY	0,33	0,3	0,3193
Коефіцієнт Пуассона YZ	0,33	0,3	0,3219
Коефіцієнт Пуассона XZ	0,33	0,3	0,3230

Таблиця 3 – Властивості композита зі стальними порожнистими сферами

Матеріал	Алюмінієвий сплав	Вуглецеві волокна	Композитний матеріал, вуглецеві волокна
Густина, кг/м ³	2770	1800	2574
Модуль Юнга X, ГПа	71	395	56,4
Модуль Юнга Y, ГПа	71	6	62,1
Модуль Юнга Z, ГПа	71	6	59,8
Коефіцієнт Пуассона XY	0,33	0,2	0,2727
Коефіцієнт Пуассона YZ	0,33	0,4	0,2819
Коефіцієнт Пуассона XZ	0,33	0,2	0,2868

Таблиця 4 – Властивості композита зі стальними порожнистими сферами

Матеріал	Алюмінієвий сплав	Стальні сфери	Композитний матеріал, стальні сфери
Густина, кг/м ³	2770	7850	2574
Модуль Юнга X, ГПа	71	200	57,906
Модуль Юнга Y, ГПа	71	200	58,088
Модуль Юнга Z, ГПа	71	200	57,921
Коефіцієнт Пуассона XY	0,33	0,3	0,3111
Коефіцієнт Пуассона YZ	0,33	0,3	0,3148
Коефіцієнт Пуассона XZ	0,33	0,3	0,3140

Результати розрахунків демонструють зміцнення отриманих композитних матеріалів при одночасному зменшенні густини.

Далі розглянуто циліндричні оболонки, виготовлені з різних матеріалів. Вважалось, що довжина оболонки дорівнювала $L = 1.2$ м, її радіус складав $R = 1$ м, а товщина $h = 0.01$ м; оболонки заповнювались рідиною (вода) на рівень $H = 1.0$ м. Розглядалися оболонки із жорстко закріпленим днищем в умовах гравітації з прискоренням $g = 9.812$ м/с².

На рис. 2 подані скінченно-елементна сітка та осьові деформації вказаних оболонок.

Для розрахунків було обрано 13865 скінченних елементів. Подальше збільшення кількості елементів не привело до суттєвої зміни результатів.

В табл. 5 наведені осьові деформації для алюмінію та різних композитних матеріалів.

Найменші деформації для розглянутих матеріалів відповідають композиту з кулястими сталевими вклученнями.

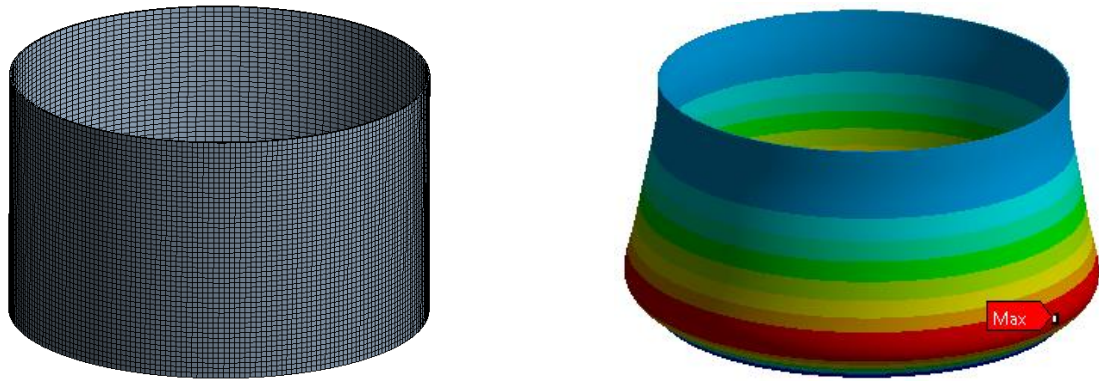


Рис. 2 – Скінченно-елементна модель бака

Таблиця 5 – Осьова деформація

Матеріал	Алюміній	Композит, сталеві кулі	Композит, сталеві волокна	Композит, вуглецеві волокна	Композит, сталеві сфери
Осьова деформація, *10 ⁻⁶ м	11,484	9,449	9,4638	14,467	14,177

Висновки. Створено розрахункові моделі для широкого класу тривимірних композитів, які адекватно відображають пружні властивості структур і придатні для ефективного числового моделювання. Запропоновані моделі та алгоритми комп'ютерної симуляції дозволяють проводити числовий аналіз тривимірних статичних задач за класичні умови контакту з матрицею; тривимірних задач щодо статичної взаємодії скінченної кількості включень в матриці; дослідження впорядкованих та стохастично розподілених включень; дослідження включень у вигляді сфер, циліндрів, вуглецевих трубок та включень у вигляді порожнистих сфер та визначити ефективні пружні параметри тривимірних матричних композитів з сферичними включеннями, волокнами і трубками. Результати дослідження можна застосувати у машинобудуванні [11, 12], авіаційній [13, 14] та ракетно-космічній техніці [15] при проектуванні композитних елементів конструкцій.

Список літератури

1. *Strelnikova E.* Boundary Element Method in Nonlinear Sloshing Analysis for Shells of Revolution under Longitudinal Excitations / *E. Strelnikova, D. Kriutchenko, V. Gnitko, K. Degtyarev* // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 2020. – Vol. 111. – pp. 78–87. DOI: [10.1016/j.enganabound.2019.10.008](https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2019.10.008)
2. *Serikova E.* Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities / *E. Serikova, E. Strelnikova, V. Yakovlev* // *Journal of Environment Protection and Sustainable Development*. – 2015. – Vol. 1. – pp. 86–90. <https://www.researchgate.net/publication/281784323>
3. Кантор Б.Я. Гиперсингулярные интегральные уравнения в задачах механики сплошной среды / Б.Я. Кантор, Е.А. Стрельникова. – Харьков: Новое слово, 2005. – 252 с. <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30090.pdf>
4. *Ugrimov S.* Analysis of laminated composites subjected to impact / *S. Ugrimov, N. Smetankina, O. Kravchenko, V. Yareschenko* // *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering-2020*. – Springer: Cham. – 2021. – Vol. 188. – pp. 234 – 246. DOI: 10.1007/978-3-030-66717-7_19
5. *Гонтаровський П. П.* Дослідження напружено-деформованого стану паливного бака вафельної конструкції ракети-носія / *П. П. Гонтаровський, Н. В. Сметанкіна, Н. Г. Гармаи,*
6. *A. O. Glyad, D. V. Klimenko, V. M. Surenko* // *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. – 2019. – Вип. 29. – С. 91–102. DOI: <https://doi.org/10.15421/4219008>
7. *Smetankina, N.* Dynamic response of laminate composite shells with complex shape under low-velocity impact / *N. Smetankina, A. Merkulova, D. Merkulov, O. Postnyi* // *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering-2020*. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems / *In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds.)*. – Springer, Cham, 2021. – Vol. 188. – pp. 267 – 276. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_22
8. *Sierikova O.* The Deformable and Strength Characteristics of Nanocomposites Improving / *O. Sierikova, V. Koloskov, K. Degtyarev, O. Strelnikova* // *Materials Science Forum*. – 2021. – Vol. 1038. – pp. 144–153. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/msf.1038.144>
9. *Strelnikova E.* Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles / *E. Strelnikova, V. Gnitko, D. Krutchenko, Y. Naumenko* // *J. Modern Technology & Engineering*. – 2018. – 3(1). – pp. 15 – 52. <http://jomardpublishing.com/UploadFiles/Files/journals/JTME/V3N01/StrelnikovaE.pdf>
10. *Strelnikova E.* Liquid vibrations in circular cylindrical tanks with and without baffles under horizontal and vertical excitations / *E. Strelnikova, N. Choudhary, D. Kriutchenko, V. Gnitko, A. Tonkonozhenko* // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 2020. – Vol. 120. – pp. 13 – 27. DOI: 10.1016/j.enganabound.2020.07.02m
11. *Naumenko V.* Singular integrals accuracy of calculations in two-dimensional problems using boundary element methods / *V. Naumenko, H. Strelnikova* // *Engineering analysis with boundary elements*. – 2002. – Vol. 26(1). – pp. 95-98. DOI: 10.1016/S0955-7997(01)00041-8
12. *Сметанкіна Н. В.* Влияние предварительно напряженного состояния на частоты несущих конструкций гидротурбин / *Н. В. Сметанкіна, С.Ю. Мисюра, А. В. Линник* // *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХП». – 2018. – Т.1, № 38. – С. 42-48. DOI: 10.1016/S0955-7997(01)00041-8
13. *Мисюра С. Ю.* Рациональне моделювання кришки гідротурбін для аналізу міцності / *С. Ю. Мисюра, Н. В. Сметанкіна, С. Ю. Мисюра* // *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: Динаміка і міцність машин. – 2019. – № 1. – С. 34–39. <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2019.1.187415>
14. *Сметанкіна Н. В.* Математичне моделювання процесу нестационарного деформування багатопарового оскління при розподілених та локалізованих силових навантаженнях / *Н. В. Сметанкіна, О. М. Шупіков, С. В. Угримов* // *Вісник*

- Херсонського національного технічного університету. – 2016. – № 3(58). – С. 408–413.
14. Smetankina N. Modelling of bird strike on an aircraft glazing / N. Smetankina, I. Kravchenko, V. Merkulov, D. Ivchenko, A. Malykhina // *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering. AISC / In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds.) – Springer, Cham, 2020. – Vol. 1113. – pp. 289–297. https://doi.org/10.1007/978-3-030-37618-5_25*
 15. Gontarovskiy P. Improvement of computational methods for estimating the stress-strain state of fuel tanks of launch vehicles in 3D formulation / P. Gontarovskiy, N. Smetankina, N. Garmash, I. Melezhyk // *Lecture Notes in Networks and Systems. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering-2020. – Springer: Cham, 2021. – Vol. 188. – pp. 609-619. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_52*
 8. Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumenko Y. *Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles*. J. Modern Technology & Engineering. 2018. No. 3(1). Pp. 15 – 52.
 9. Strelnikova E., Choudhary N., Kriutchenko D., Gnitko V., Tonkonozhenko A. *Liquid vibrations in circular cylindrical tanks with and without baffles under horizontal and vertical excitations*. Engineering Analysis with Boundary Elements. 2020. Vol. 120. Pp. 13 – 27.
 10. Naumenko V., Strelnikova H. *Singular integrals accuracy of calculations in two-dimensional problems using boundary element methods*. Engineering analysis with boundary elements. 2002. Vol. 26(1). Pp. 95 – 98.
 11. Smetankina N. V., Mysiura S. Iu., Lynnyk A. V. *Vlyaniye predvartelno napriazhennoho sostoiannya na chastoty nesushchykh konstruktivnykh hidroturbin* [The influence of the prestressed state on the frequencies of the load-bearing structures of hydroturbines] *Visnyk NTU «KhPI». Seriya: Dynamika i mitsnist mashyn* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute. Series: Dynamics and strength of machines]. Kharkov, 2018, no. 38, issue 1, pp. 42–48.
 12. Misiura S. Yu., Smetankina N. V., Misiura Ye. Yu. *Ratsionalne modelivannia kryshky hidroturbin dlia analizu mitsnosti* [] *Visnyk NTU «KhPI». Seriya: Dynamika i mitsnist mashyn* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute. Series: Dynamics and strength of machines]. Kharkov, 2019, no. 1, issue 1, pp. 34 – 39.
 13. Smetankina N. V., Shupikov O. M., Ugrimov S. V. *Matematychnye modelivannia protsesu nestatsionarnoho deformuvannia bahatosharovoho osklynnia pry rozpodilynykh ta lokalizovanykh sylovykh navantazhenniakh* [Mathematical modeling of the process of non-stationary deformation of multilayer glazing under distributed and localized force loads] *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. 2016, no. 3(58), pp. 408–413.
 14. Smetankina N., Kravchenko I., Merkulov V., Ivchenko D., Malykhina A. *Modelling of bird strike on an aircraft glazing*. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering. AISC / In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds.) – Springer, Cham, 2020. Vol. 1113. Pp. 289 – 297.
 15. Gontarovskiy P., Smetankina N., Garmash N., Melezhyk I. *Improvement of computational methods for estimating the stress-strain state of fuel tanks of launch vehicles in 3D formulation*. Lecture Notes in Networks and Systems. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering-2020. Springer: Cham, 2021. Vol. 188. Pp. 609-619.
- References (transliterated)**
1. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V., Degtyarev K. *Boundary Element Method in Nonlinear Sloshing Analysis for Shells of Revolution under Longitudinal Excitation*. Engineering Analysis with Boundary Elements. 2020. Vol. 111. Pp. 78–87.
 2. Serikova E., Strelnikova E., Yakovlev V. *Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities*. Journal of Environment Protection and Sustainable Development. 2015. Vol. 1. Pp. 86–90.
 3. Kantor B. Ya., Strelnikova Ye. A. *Gipersingulyarnie integralnie uravneniya v zadachakh mekhaniki sploshnoi sredi* [Hypersingular integral equations in the problems of the mechanics of a continuous medium]. Kharkov: Novoe slovo, 2005. 252 p.
 4. Ugrimov S., Smetankina N., Kravchenko O., Yareshchenko V. *Analysis of laminated composites subjected to impact*. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering-2020. Springer: Cham, 2021. Vol. 188. Pp. 234 – 246.
 5. Hontarovskiy P. P., Smetankina N. V., Harmash N. H., Hliadia A. O., Klymenko D. V., Syrenko V. M. *Doslidzhennia napruzheno-deformovanoho stanu palyvnoho baka vafelnoi konstruktivnykh rakety-nosyia* [Investigation of the stress-strain state of the fuel tank of the wafer structure of the launch vehicle] *Problemy obchysluvalnoi mekhaniky i mitsnosti konstruktivnykh*. 2019, vol. 29, pp. 91–102.
 6. Smetankina N., Merkulova A., Merkulov D., Postnyi O. *Dynamic response of laminate composite shells with complex shape under low-velocity impact*. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering-2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems / In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds.) Springer, Cham, 2021. Vol. 188. Pp. 267 – 276.
 7. Sierikova O., Koloskov V., Degtyarev K., Strelnikova O. *The Deformable and Strength Characteristics of Nanocomposites Improving*. Materials Science Forum. 2021. Vol. 1038. Pp. 144–153.

Надійшла (received) 02.09.2022

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Дегтярьов Кирило Георгійович (Дегтярев Кирилл Георгиевич, Degtyariov Kyryl Georgiiovich) – кандидат технічних наук, молодший науковий співробітник відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків; тел.: (066) 938-20-82; e-mail: kdegtr89@gmail.com. ORCID: 0000-0002-4486-2468.

Крютченко Денис Володимирович (Крютченко Денис Владимирович, Kriutchenko Denys Volodimirovich) – провідний інженер відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків; тел.: (093) 288-67-53; e-mail: wollydenis@gmail.com. ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Місюра Сергій Юрійович (Мисюра Сергей Юрьевич, Misura Serhii Yuriyuvych) – старший науковий співробітник відділу вібраційних і термоміцнісних досліджень, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків; тел.: (050) 984-57-15; e-mail: misuras@gmail.com. ORCID: 0000-0002-5048-1610.

Меркулова Альона Ігорівна (Меркулова Алена Игоревна, Merkulova Alyona Igorivna) – аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків; тел.: (099) 960-33-76; e-mail: alyonamalukhina@gmail.com. ORCID: 0000-0001-9659-2562.

Меркулов Дмитро Олександрович (Меркулов Дмитрий Александрович, Merkulov Dmytro Aleksandrovych) – аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків;

тел.: (066) 543-79-90; e-mail: kulmerov@gmail.com. ORCID: 0000-0003-1095-2331.

Місюра Євгенія Юрївна (Мисюра Евгения Юрьевна, Misiura Ievgeniia Iuriiivna) – кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, м. Харків; тел.: (050) 551-35-56; e-mail: misuraeu@gmail.com; ORCID: 0000-0001-5697-200X.