

УДК 681.51

УСПЕНСЬКИЙ В. Б., ГАРДЕР С. Є

DOI: 10.20998/2078-9130.2022.1.263784

**РОЗРОБКА ТА КОМП'ЮТЕРНА РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛІ РУХУ ТА АЛГОРИТМІВ
УПРАВЛІННЯ ГІБРИДНОГО МУЛЬТИКОПТЕРА**

Серед сучасних безпілотних літальних апаратів особливе місце займають гібридні мультикоптери, в яких для створення підйомної сили поряд з електричними двигунами використовуються також двигуни внутрішнього згорання. Вони можуть нести більш тяжке навантаження більш тривалий час. Але поєднання більш потужного двигуна з менш потужними, змінність інерційних характеристик в процесі польоту, значно ускладнюють динаміку такого об'єкту та його управління. Тому майже відсутній практичний досвід експлуатації, що мотивує проведення дослідження та розробок для практичної реалізації подібних апаратів. Розглянуто мультикоптер гелікоптерного типу з п'ятьма електричними двигунами (4+1 на хвості) та центральним двигуном внутрішнього згорання. Створено математичний опис динаміки і кінематики апарата з метою комп'ютерного моделювання керування польотом. Опис враховує всі внутрішні взаємодії динамічних чинників та дається одночасно відносно інерціальної та зв'язаної систем координат, що максимально спрощує розв'язання задачі управління польотом. Для останнього розроблено багатоконтурну схему управління рухом за допомогою двигунів. В основі алгоритмів – декомпозиція задачі за умов типових режимів руху та метод модального управління, який забезпечує бажані перехідні процеси. Описано універсальний автомат взаємодії алгоритмів управління кожним двигуном. Проведено моделювання типової програми польоту, яка містить набір висоти, зміну курсу, прямування до встановленої точки зависання та посадка під нею. Наведені результати засвідчили працездатність алгоритмів та визначили напрями подальшого дослідження. Результати у формі математичної моделі, методів декомпозиції та конкретних алгоритмів можуть бути використані у процесі проектування системи управління мультикоптера гібридного типу.

Ключові слова: мультикоптер гібридного типу, динаміка, модель, управління польотом, алгоритми управління, комп'ютерне моделювання

Среди современных беспилотных летательных аппаратов особое место занимают гибридные мультикоптеры, в которых для создания подъемной силы наряду с электрическими двигателями используются двигатели внутреннего сгорания. Они могут нести большую нагрузку более длительное время. Но сочетание более мощного двигателя с менее мощными, изменчивость инерционных характеристик в процессе полета значительно усложняют динамику такого объекта и его управление. Поэтому почти отсутствует практический опыт эксплуатации подобных аппаратов, что является мотивацией для проведения исследования и разработок в этой области. В статье рассматривается мультикоптер вертолетного типа с пятью электрическими двигателями (4+1 на хвосте) и центральным двигателем внутреннего сгорания. Создано математическое описание динамики и кинематики аппарата с целью компьютерного моделирования управления полетом. Описание учитывает все внутренние динамические факторы и приведено одновременно относительно инерциальной и связанной систем координат, что максимально упрощает решение задачи управления полетом. Для последнего разработана многоконтурная схема управления движением с помощью двигателей. В основе алгоритмов – декомпозиция задачи в условиях типовых режимов движения и метод модального управления, обеспечивающий желаемое качество переходных процессов. Описан универсальный автомат взаимодействия алгоритмов управления каждым двигателем. Проведено моделирование типовой программы полета, содержащей набор высоты, изменение курса, следование к установленной точке зависания и посадку под ней. Приведенные результаты показали работоспособность алгоритмов и определили направления дальнейшего исследования. Результаты в форме математической модели, рекомендаций по декомпозиции задачи и конкретных алгоритмов могут использоваться в процессе проектирования системы управления мультикоптера гибридного типа.

Ключевые слова: мультикоптер гибридного типа, динамика, модель, управление полетом, алгоритмы управления, компьютерное моделирование.

Among modern unmanned aerial vehicles, a special place is occupied by hybrid multicopters, in which internal combustion engines are used along with electric motors to create lift. They can carry a larger load for a longer time. But the combination of a more powerful engine with less powerful ones, the variability of the inertial characteristics during the flight, significantly complicate the dynamics of such an object and its control. Therefore, there is almost no practical experience in operating such devices, which is the motivation for research and development in this area. The article deals with a helicopter-type multicopter with five electric motors (4+1 on the tail) and a central internal combustion engine. A mathematical description of the dynamics and kinematics of the apparatus has been created for

the purpose of computer simulation of a controlled flight. The description takes into account all internal dynamic factors and is given simultaneously with respect to the inertial and associated coordinate systems, which simplifies the solution of the flight control problem as much as possible. For the latter, a multiloop motion control scheme with the help of motors has been developed. The algorithms are based on the decomposition of the problem under the conditions of typical motion modes and the modal control method, which provides the desired quality of transient processes. A universal automaton for the interaction of control algorithms for each engine is described. A typical flight program is simulated, containing climb, course change, following to the set hovering point and landing under it. The presented results showed the performance of the algorithms and determined the directions for further research. The results in the form of a mathematical model, recommendations for task decomposition and specific algorithms can be used in the process of designing a hybrid multicopter control system.

Keywords: *hybrid type multicopter, dynamics, model, flight control, control algorithms, computer simulation.*

Постановка проблеми та аналіз стану її розв'язання. Створення та використання мультикоптерів (МК) сьогодні є найпопулярнішим напрямком у робототехніці. Не зважаючи на безліч виробників подібних апаратів та різноманітність їх типів, актуальними залишаються нові розробки, спрямовані на збільшення вантажопідйомності та часу безперервного польоту. Вирішення цих завдань дозволить ширше застосовувати МК для доставки вантажів у сільському господарстві, охороні навколишнього середовища, екологічному моніторингу, логістичних проектах тощо [1–5].

У статті розглядається мультикоптер гібридного типу, який, крім електричних двигунів (ЕД), містить також двигун внутрішнього згоряння (ДВЗ). При цьому передбачається, що цей двигун, крім функції генерації електричної енергії, також має аеродинамічний гвинт і створює керовану підйомну силу.

Подібний конструктивний принцип відомий [6, 7], але, попри очевидні переваги з погляду вантажопідйомності, зразки таких МК нечисленні. Це зумовлено, насамперед, складністю динамічної схеми конструкції, що містить двигуни істотно різної потужності, значним впливом гіроскопічних моментів, зміною інерційно-масових характеристик внаслідок вироблення палива. Таким чином, проектування та налагодження системи управління таким МК є непростим завданням і потребує досить повного опису його динаміки з урахуванням перерахованих особливостей.

Завдання цієї статті є математичний опис МК гібридного типу, як об'єкта управління, та розробка для нього алгоритмів управління з метою комп'ютерної реалізації при проектуванні реального об'єкту.

В основу опису покладаються відомі кінематичні співвідношення та динамічні рівняння Ейлера для абсолютно твердого тіла; моделі двигунів, як джерел прикладених сил та моментів [8]. Основна вимога до моделі, що розробляється – повнота і адекватність врахування динамічних впливів у рамках прийнятих припущень. Алгоритми управління будуються на основі декомпозиції загальної задачі на простіші підзадачі з врахуванням умов конкретних режимів руху. Тким чином, розроблено багатоконтурну систему регулювання на основі модального управління. Основна вимога до алгоритмів – забезпечення стійкої реалізації потрібних кінцевих умов на кожному етапі польоту.

Нині існують програмні засоби, що дозволяють для широкого спектру апаратів створити комп'ютерну модель руху [9, 10]. Крім того, питанням моделювання МК приділяється значна увага і у спеціальній літературі [11–15]. Що стосується задач управління, то вже багато років виходять численні профільні статті та монографії, але здебільшого присвячені квадрокоптерам, як об'єктам управління [16–20]. Втім, динаміка та управління саме мультикоптером гібридного типу майже не розглядається за рідкісним винятком, наприклад, [21]. Враховуючи сказане, закономірним є питання, навіщо створювати власний опис МК та шукати нові алгоритми управління. Необхідність такої розробки пов'язана з тим, що, по-перше, не всі типи МК підтримуються існуючими пакетами; по-друге, питання про коректність і повноту «готових» моделей, які можна отримати за допомогою пакетів, є відкритим; по-третє, задача управління МК такого типу майже не досліджена; в четвертих, при розробці алгоритмів управління необхідно в аналітичному вигляді мати динамічну модель об'єкту. Таким чином, актуальність даної розробки обумовлена прагненням створити систему управління для МК порівняно нової конструкції, а доцільність розробки пояснюється бажанням використовувати комплексне проектування, що передбачає подальше вдосконалення конструкції апарату та елементів системи навігації та управління.

Постановка та формалізація задачі.

Розглядається мультикоптер гібридного типу, який являє собою базову конструкцію із бортовим обладнанням, корисним навантаженням, п'ятьма електродвигунами та одним двигуном внутрішнього згоряння (рис.1). Найбільш масивним обладнанням, крім ДВЗ, є бак з паливом, електричний генератор та акумулятор. Маса МК внаслідок витрат палива монотонно зменшується у деяких межах.

Будемо вважати, що силова та моментна характеристики двигунів з гвинтом пропорційні квадрату швидкості обертання ротору. Керуючими змінними є кутові прискорення роторів 1–5 ЕД та ДВЗ.

В цих умовах потрібно скласти якомога точну динамічну модель руху центру мас МК та навколо центру мас та розробити алгоритми управління, які забезпечуватимуть стійке виконання головних режимів польоту МК за допомогою зміни швидкості обертання роторів двигунів.

Із МК зв'яжемо прямокутну систему координат (СК) (рис.1) з початком в центрі мас МК на момент старту. Будемо вважати, що вісі СК є головними осями інерції, бак із паливом знаходиться в центрі мас МК так, що моменти інерції внаслідок витрат палива змінюються зневажливо мало.

На МК діє сила тяжіння, сила опору повітря та регульовані сили тяги ЕД та ДВЗ. Кожен ЕД і ДВЗ

для МК є джерелом сили тяги (внаслідок взаємодії гвинта з повітрям); моменту сили тяги; "моменту реакції" (внаслідок розгону або гальмування ротора двигуна) та аеродинамічного моменту, обумовленого взаємодією гвинта з повітрям, крім того, оскільки швидкість обертання роторів значна, присутні також гіроскопічні моменти. Точки прикладання та напрямки сил та моментів наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

	Точка прикладання та напрямки сили тяги та аеродинамічного моменту у зв'язаній з МК СК				Напрямок моменту сили тяги	Напрямок «моменту реакції» при збільшенні абсолютної швидкості обертання ротору
	X_i	Y_i	Z_i	Вздовж вісі Y		
1-й ЕД	X_1	Y_1	Z_1	Вздовж вісі Y	Визначається векторним добутком радіус-вектора точки прикладання та вектора сили тяги	Вздовж вісі Y
2-й ЕД	X_2	Y_2	Z_2	Вздовж вісі Y		Вздовж вісі $-Y$
3-й ЕД	X_3	Y_3	Z_3	Вздовж вісі Y		Вздовж вісі Y
4-й ЕД	X_4	Y_4	Z_4	Вздовж вісі Y		Вздовж вісі $-Y$
5-й ЕД	X_5	Y_5	Z_5	Вздовж вісі $-Z$		Вздовж вісі Z
ДВЗ	X_0	Y_0	Z_0	Вздовж вісі Y		Вздовж вісі Y

Введемо змінні стану МК та керуючі змінні.

Нехай X^*, Y^*, Z^* – інерціальна СК (ІСК) з початком в точці старту (обертанням Землі та її формою тут та у подальшому нехтуємо). У точці старту ІСК співпадає із зв'язаною з МК системою координат (ЗСК). Поточна орієнтація ЗСК відносно ІСК задається кутами ψ, θ, γ – курсу, тангажу та крену.

Вектор стану об'єкта управління та його системи управління включає:

– X^*, Y^*, Z^* – поточні координати центру мас МК у ІСК;

– V_x, V_y, V_z компоненти вектору швидкості центру мас МК;

– ψ, θ, γ кути курсу, тангажу та крену;

– $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ – проекції вектору кутової швидкості на вісі ЗСК;

– $\omega_i, i = \overline{0, 5}$ кутові швидкості обертання роторів 1-5 ЕД та ДВЗ відповідно.

Керуючі змінні є $\varepsilon_i, i = \overline{0, 5}$ – кутові прискорення роторів 1–5 ЕД та ДВЗ відповідно.

Кутові швидкості та прискорення роторів з обох боків обмежені деякими заданими величинами

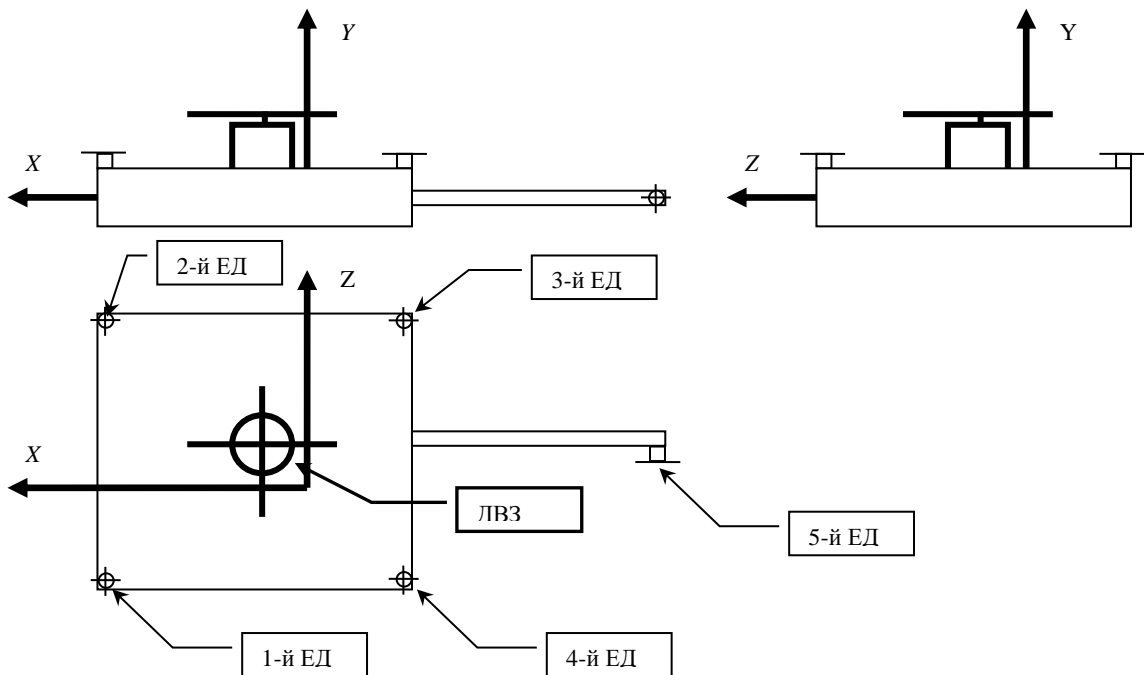


Рис.1. Зв'язана з МК СК та розташування двигунів на МК

Математична модель руху, що пропонується.
Кінематичні та динамічні рівняння руху центру мас можна записати у вигляді:

$$\dot{X}^* = V_x, \quad (1)$$

$$\dot{Y}^* = V_y, \quad (2)$$

$$\dot{Z}^* = V_z, \quad (3)$$

$$\dot{V}_x = F_{\Sigma x}/m + G_x + F_{Sx}/m, \quad (4)$$

$$\dot{V}_Y = F_{\Sigma Y}/m + G_Y + F_{SY}/m, \quad (5)$$

$$\dot{V}_Z = F_{\Sigma Z}/m + G_Z + F_{SZ}/m. \quad (6)$$

У наведених рівняннях: $F_{\Sigma X}, F_{\Sigma Y}, F_{\Sigma Z}$ – компоненти вектору \mathbf{F}_{Σ} рівнодіючої сили тяги двигунів у проєкціях на осі ІСК X^*, Y^*, Z^* ;

$G_X = 0$; $G_Y = -9.81 \text{ м/с}^2$; $G_Z = 0$ – проєкції вектора прискорення вільного падіння на осі ІСК;

F_{SX}, F_{SY}, F_{SZ} – проєкції сили опору повітря;

m – маса МК, закон зміни у часі якої обумовлений витратою палива ДВЗ.

Тут і далі наведено лише фізичні назви величин, що використано у правих частинах рівнянь. Правила, за якими вони обчислюються, описані нижче, в обчислювальному алгоритмі.

Кінематичні та динамічні рівняння обертання навколо центру мас є класичними та мають вигляд:

$$\dot{\psi} = (\Omega_3 \sin(\gamma) - \Omega_2 \cos(\gamma)) / \cos(\theta), \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = \Omega_2 \sin(\gamma) + \Omega_3 \cos(\gamma), \quad (8)$$

$$\dot{\gamma} = \Omega_1 + \text{tg}(\theta) (\Omega_3 \sin(\gamma) - \Omega_2 \cos(\gamma)), \quad (9)$$

$$\dot{\Omega}_1 = (-M_{Gx} - dH_1 + MF_{\Sigma x} + MA_{\Sigma x}) / I_{xx} \quad (10)$$

$$\dot{\Omega}_2 = (-M_{Gy} - dH_2 + MF_{\Sigma y} + MA_{\Sigma y}) / I_{yy} \quad (11)$$

$$\dot{\Omega}_3 = (-M_{Gz} - dH_3 + MF_{\Sigma z} + MA_{\Sigma z}) / I_{zz}, \quad (12)$$

Тут $\mathbf{M}_G = (M_{Gx}, M_{Gy}, M_{Gz})$ – обчислюваний вектор гіроскопічного моменту в проєкціях на осі ЗСК;

$d\mathbf{H} = (dH_1, dH_2, dH_3)$ – вектор локальної похідної кінетичного моменту двигунів;

$\mathbf{MF}_{\Sigma} = (MF_{\Sigma x}, MF_{\Sigma y}, MF_{\Sigma z})$ – сумарний момент сил тяги двигунів;

$\mathbf{MA}_{\Sigma} = (MA_{\Sigma x}, MA_{\Sigma y}, MA_{\Sigma z})$ – сумарний аеродинамічний момент від шести двигунів.

Управління двигунами здійснюється відповідно до моделі:

$$\dot{\omega}_0 = \varepsilon_0, \quad (13)$$

$$\dot{\omega}_1 = \varepsilon_1, \quad (14)$$

$$\dot{\omega}_2 = \varepsilon_2, \quad (15)$$

$$\dot{\omega}_3 = \varepsilon_3, \quad (16)$$

$$\dot{\omega}_4 = \varepsilon_4, \quad (17)$$

$$\dot{\omega}_5 = \varepsilon_5. \quad (18)$$

Таким чином, рух МК з ЕД та ДВЗ описується диференціальними рівняннями (1) – (12) за відомих початкових умов. В цих умовах задача управління полягає у визначенні таких залежностей керуючих змінних ε_j , $j = \overline{0,5}$ від компонент вектора стану, завдяки яким поведінка у часі вектора стану відповідає бажаній. При синтезі управління необхідно враховувати обмеження на прискорення та швидкість роторів двигунів. Вектор стану МК вважається відомим у кожний момент часу. На практиці цю функцію виконує бортова навігаційна система, що вимірює первинні динамічні характеристики й у темпі реального часу обчислює необхідні для управління компоненти вектора стану.

Алгоритм використання запропонованої моделі. Модель використовується для комп'ютерного моделювання керованого польоту. Основний метод моделювання – чисельне

інтегрування системи диференціальних рівнянь. При коректному використанні вибір методу та кроку інтегрування не є критичним. Часовий такт оновлення значень управляючих змінних, зазвичай, пов'язаний з тактом роботи навігаційної системи та становить величину 0.01–0.02 с. Таким чином, алгоритмічну основу моделюючого комплексу складає циклічна частина методу інтегрування системи рівнянь (1) – (12).

Опишемо склад вхідних даних та алгоритм обчислення правих частин диференціальних рівнянь.

У кожний момент дискретного часу, що відповідає такту інтегрування, надходять:

– значення координат X^*, Y^*, Z^* та проєкцій швидкості V_X, V_Y, V_Z в інерціальній СК;

– кутів орієнтації ψ, θ, γ з'язаної СК відносно ІСК;

– проєкцій кутової швидкості $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$;

– кутової швидкості роторів двигунів системи управління ω_i , $i = \overline{0,5}$;

– керуючих змінних ε_i , $i = \overline{0,5}$.

Ці значення можуть оновлюватися рідше, ніж працює рекурентна процедура інтегрування.

Для кожного кроку інтегрування на основі вхідних даних послідовно обчислюються:

1) вектори сили тяги двигунів

$$\mathbf{F}_1 = K_F \omega_1^2 \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{F}_2 = K_F \omega_2^2 \mathbf{e}_2.$$

$$\mathbf{F}_3 = K_F \omega_3^2 \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{F}_4 = K_F \omega_4^2 \mathbf{e}_2,$$

$$\mathbf{F}_0 = K_F \omega_0^2 \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{F}_5 = K_F \omega_5^2 \mathbf{e}_3$$

у проєкціях на вісі ЗСК.

Тут $\mathbf{e}_1 = (1; 0; 0)$, $\mathbf{e}_2 = (0; 1; 0)$, $\mathbf{e}_3 = (0; 0; 1)$,

– сумарний вектор $\mathbf{F}_{\Sigma \text{ЗСК}} = \sum_{i=0}^5 \mathbf{F}_i$;

– кватерніон орієнтації ЗСК відносно ІСК шляхом послідовного обчислення кватерніонів

$$\Lambda_{\psi} = \left(\cos \frac{\psi}{2}; 0; -\sin \frac{\psi}{2}; 0 \right),$$

$$\Lambda_{\theta} = \left(\cos \frac{\theta}{2}; 0; 0; \sin \frac{\theta}{2} \right);$$

$$\Lambda_{\gamma} = \left(\cos \frac{\gamma}{2}; \sin \frac{\gamma}{2}; 0; 0 \right), \text{ та їх добуток}$$

$$\Lambda = (\lambda_0; \lambda_1; \lambda_2; \lambda_3) = \Lambda_{\psi} \circ \Lambda_{\theta} \circ \Lambda_{\gamma},$$

Вкажемо: \circ – операція кватерніонного добутку, що задається для кватерніонного виразу

$$Q = N \circ M = (q_0, q_1, q_2, q_3),$$

де $N = (v_0, v_1, v_2, v_3)$; $M = (\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3)$ – задані кватерніони, формулами

$$q_0 = v_0 \mu_0 - v_1 \mu_1 - v_2 \mu_2 - v_3 \mu_3;$$

$$q_1 = v_0 \mu_1 + v_1 \mu_0 + v_2 \mu_3 - v_3 \mu_2;$$

$$q_2 = v_0 \mu_2 + v_2 \mu_0 + v_3 \mu_1 - v_1 \mu_3;$$

$$q_3 = v_0 \mu_3 + v_3 \mu_0 + v_1 \mu_2 - v_2 \mu_1;$$

4) сумарний вектор сил тяги в проєкціях на вісі ІСК $\Phi_{\Sigma \text{ЗСК}} = (0; \mathbf{F}_{\Sigma \text{ЗСК}})$, $\mathbf{F}_{\Sigma} = \text{vect}(\Lambda \circ \Phi_{\Sigma \text{ЗСК}} \circ \bar{\Lambda})$.

Тут $\bar{\Lambda} = (\lambda_0; -\lambda_1; -\lambda_2; -\lambda_3)$ – пов'язаний кватерніон. Вектор \mathbf{F}_{Σ} покомпонентно використовується у правих частинах рівнянь (4) – (6);

5) проєкції сили опору повітря обчислюються у ЗСК, так як вони залежать не тільки від швидкості та

параметрів повітряного потоку, а й від конструктивних параметрів МК – площі міделя. Тому, враховуючи можливу зміну орієнтації МК щодо вектора повітряної швидкості, для проєкцій на вісі ЗСК сили опору F_{S3CK} отримуємо

$$F_{Sx_c} = -K_{S_x} V_{x_c}^2 \text{sign}(V_{x_c}),$$

$$F_{Sy_c} = -K_{S_y} V_{y_c}^2 \text{sign}(V_{y_c}),$$

$$F_{Sz_c} = -K_{S_z} V_{z_c}^2 \text{sign}(V_{z_c}),$$

де $K_{S_x}, K_{S_y}, K_{S_z}$ – експериментально отримані коефіцієнти опору повітря ($\text{н}\cdot(\text{с}/\text{м})$) при обдуванні коптера вздовж відповідної осі ЗСК;

$V_{3CK} = (V_{x_c}, V_{y_c}, V_{z_c})$ – вектор швидкості в проєкціях на осі ЗСК попередньо обчислюється за формулою

$$V_{3CK} = (\tilde{L} \circ V_{1CK} \circ L).$$

Потім обчислюється сила опору в проєкціях на осі ІСК $F_{S1CK} = L \circ F_{S3CK} \circ \tilde{L}$ та у вигляді компонент підставляється у (4) – (6);

б) вектор гіроскопічного моменту в проєкціях на осі ЗСК обчислюється, як

$$M_G = (M_{Gx}, M_{Gy}, M_{Gz}) = \Omega \times H,$$

де $\Omega = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$ – вектор кутової швидкості МК;

$H = (H_1, H_2, H_3)$ – вектор сумарного кінетичного моменту «МК + ротори з гвинтами», що обчислюється покомпонентно за формулами

$$H_1 = I_{xx} \Omega_1;$$

$$H_2 = I_{yy} \Omega_2 + J(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) + J_0 \omega_0;$$

$$H_3 = I_{zz} \Omega_3 + J \omega_5.$$

Вектор M_G покомпонентно використовується у (10) – (12);

7) вектор локальної похідної за часом кінетичного моменту двигунів $dH = (dH_1, dH_2, dH_3)$ обчислюється за формулами

$$dH_1 = 0,$$

$$dH_2 = J(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) + J_0 \varepsilon_0,$$

$$dH_3 = J \varepsilon_5.$$

Використовується у (10) – (12);

8) Сумарний момент сил тяг двигунів обчислюється за формулою

$$MF_\Sigma = \sum_{i=0}^5 \rho_i \times F_i = (MF_{\Sigma x}, MF_{\Sigma y}, MF_{\Sigma z}).$$

Використовується у (10) – (12).

9) аеродинамічні моменти від кожного гвинта

$$MA_1 = K_M \omega_1^2 e_2, \quad MA_2 = -K_M \omega_2^2 e_2,$$

$$MA_3 = K_M \omega_3^2 e_2, \quad MA_4 = -K_M \omega_4^2 e_2,$$

$$MA_0 = K_{M0} \omega_0^2 e_2, \quad MA_5 = K_M \omega_5^2 e_3,$$

10) Сумарний аеродинамічний момент обчислюється за формулою $MA_\Sigma = \sum_{i=0}^5 MA_i$ та використовується у (10) – (12).

Таким чином, наведені тут формули алгоритмічно забезпечують циклічну частину інтегрування. Основний їх сенс – перетворення векторних величин з ЗСК, у якій істотним чином задаються сили та моменти, у ІСК, в якій здійснюється обчислення швидкості центру мас МК та його траєкторії руху.

В алгоритмі використовуються наступні параметри МК та його системи управління:

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – головні моменти інерції МК ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$);

m – маса МК (кг);

J – момент інерції рухомої частини електричного двигуна ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$);

J_0 – момент інерції рухомою частини ДВЗ ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$);

K_F – коефіцієнт силової характеристики ЕД ($\text{н}\cdot\text{с}^2$);

K_{F0} – коефіцієнт силової характеристики ДВЗ ($\text{н}\cdot\text{с}^2$);

K_M – коефіцієнт моментної характеристики ЕД ($\text{н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2$);

K_{M0} – коефіцієнт моментної характеристики ДВЗ ($\text{н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2$);

$\rho_i, i = 0, 5$ – радіус-вектори розташування ДВЗ та ЕД в ЗСК (м).

Конкретні значення параметрів визначаються з креслень, розрахунковим чином, з технічних характеристик або експериментально. Найпершим критерієм адекватності значень, що задаються, є реалізація стаціонарних положень МК у ході моделювання з обраними параметрами.

Розробка алгоритмів управління МК. Для повноцінного моделювання польоту МК необхідно побудувати алгоритми формування керуючих змінних на кшталт того, як це здійснюється у реальній бортовій системі. Розробка подібних алгоритмів є принциповим моментом БПЛА тематиці взагалі. В даній роботі алгоритми управління також займають центральне місце.

Перед системою управління МК ставиться завдання сталої реалізації типової польотної програми, що передбачає, як мінімум: набір висоти та зниження, зміна та утримання необхідної орієнтації МК у просторі, політ до призначеної точки простору та стабілізація МК у ній. Перераховані маневри здійснюються шляхом цілеспрямованої зміни сили (моментів) тяги ЕД та ДВЗ за рахунок збільшення або зменшення швидкості обертання роторів.

З математичної точки зору така задача є істотно нелінійна багатозв'язана задача управління, у якій зміна хоча б однієї швидкості обертання ротора може призвести зміну всіх змінних стану МК і, зрештою, до втрати стійкості системи загалом.

Для спрощення вирішення завдання вводяться деякі обмеження – припущення.

По-перше, вважаємо, що існує і відомий такий режим обертання ЕД і ДВЗ, при якому стан МК близький до стаціонарного (нерухомо зваженому в повітрі з орієнтацією, що мало змінюється). По-друге, експлуатація та управління МК здійснюється при порівняно малих кутах тангажу та крену (не більше 15°). По-третє, співвідношення тягових та інерційних характеристик ЕД та ДВЗ такі, що для кожного елементарного режиму управління можна призначити домінуючий двигун (або групу ЕД), вплив якого здатний подолати інші динамічні фактори, такі як гіроскопічний момент, сила опору, обурення від похибки установки тощо.

Перелічені допущення дозволяють декомпозувати єдине завдання управління польотом МК на сукупність підзадач управління окремими режимами з виділенням у кожному разі підсистеми домінуючих двигунів; для кожного режиму

здійснити лінеаризацію динамічної моделі поблизу стаціонарної точки для подальшого використання лінійної теорії побудови регуляторів.

Для реалізації типової програми польоту МК насаперед були потрібні елементарні алгоритми (ЕА):

– для обчислення керуючої змінної ротора ДВЗ (ЕА1):

$$\varepsilon_0 = \alpha_Y^* m / (2c_0 \omega_0), \quad (19)$$

де α_Y^* - потрібне значення похідної вертикального прискорення або третьої похідної висоти;

– для обчислення керуючої змінної ротора ЕД5, що знаходиться на хвості МК (ЕА2):

$$\varepsilon_5 = \sigma_Y^* I_{yy} / (3c_5 \omega_5), \quad (20)$$

де σ_Y^* - необхідне значення похідної кутового прискорення навколо вертикальної осі ЗСК або третьої похідної кута курсу;

– для обчислення керуючої змінної роторів ЕД1-ЕД4 (ЕА3, ЕА4):

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = -\varepsilon_4 = \frac{\sigma_Z^* I_{zz}}{c_1 \omega_1 + c_2 \omega_2 + c_3 \omega_3 + c_4 \omega_4}, \quad (21)$$

або

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \frac{\sigma_X^* I_{xx}}{c_1 \omega_1 + c_2 \omega_2 + c_3 \omega_3 + c_4 \omega_4}, \quad (22)$$

де σ_X^*, σ_Z^* - необхідні значення похідної кутового прискорення навколо поздовжньої та поперечної осей відповідно.

Формули (19) – (22) наведені не для загального випадку, а для конкретного розміщення ЕД та ДВЗ, що характеризується відповідними радіус-векторами застосування сил, а саме:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= (0; 0; 0) \text{ м}; \quad \rho_1 = (0.5; 0; -0.5) \text{ м}; \\ \rho_2 &= (0.5; 0; 0.5) \text{ м}; \quad \rho_3 = (-0.5; 0; 0.5) \text{ м}; \\ \rho_4 &= (-0.5; 0; -0.5) \text{ м}; \quad \rho_5 = (-1.5; 0; 0) \text{ м}. \end{aligned}$$

Усі алгоритми працюють одночасно та постійно. Формули (21) і (22) відносяться до тих же самих керуючих змінних і використовуються в суміжних тактах управління по черзі. Відключення хоча б одного з алгоритмів призводить до нестійкості системи і, як наслідок, втрати керованості, аж до аварійної ситуації.

Таким чином, вхідними змінними алгоритмів ЕА є необхідні значення третьої похідної керованої змінної, вихідними змінними - кутове прискорення ротора одного або групи двигунів.

Необхідні значення лінійного та кутових прискорень для використання в (19) – (22) формуються за схемою управління зі зворотним зв'язком (управління за відхиленням) з урахуванням необхідних та поточних значень керованих змінних - кутів орієнтації та швидкості або координат.

Загальна структура алгоритмів відповідає ПІД або ПД – регуляторам, коефіцієнти яких знаходяться за методом модального управління з біномним розподілом коренів характеристичного рівняння відповідної замкнутої системи. Поява в ЕА третіх похідних керованих змінних пов'язана з тим, що для

явного входження керуючої змінної (тобто ε_Y) у динамічне рівняння для керованої змінної (наприклад, для висоти Y) доводиться переходити до системи третього порядку, що призводить до необхідності використання в законі синтезу також другої похідної керованої змінної.

Далі розглянемо алгоритми формування необхідних значень відносно керованих змінних.

Регулятор вертикального каналу системи управління. Розглянемо регулятор, що формує необхідне значення похідної вертикального прискорення α_Y^* .

Для стабілізації висоти МК близько заданого значення висоти H^* пропонується наступний закон формування

$$\alpha_Y^* = k_2 \dot{V}_Y + k_1 V_Y + k_0 (Y - H^*), \quad (23)$$

де Y, V_Y – вимірювання поточної висоти та вертикальної швидкості, що надходять від бортової навігаційної системи;

\dot{V}_Y або обчислюється за формулою $\dot{V}_Y = F_{ZY}/m + G_Y + F_{SY}/m$ (див. (5)) при добре відомих параметрах системи, або оцінюється за допомогою спостерегаючого пристрою (СП) або фільтра Калмана (ФК) за вимірюваннями висоти і швидкості;

коефіцієнти $k_2 = -3b, k_1 = -3b^2, k_0 = -b^3$ відповідають біномному розподілу з параметром b (в даному випадку $b = 0.5$).

Даний регулятор забезпечує стійку стабілізацію висоти близько заданого значення, але не цілком ефективний при тривалому наборі/зменшенні висоти. Тому при значному відхиленні фактичної висоти від заданої (понад 20 м) для визначення α_Y^* використовується закон

$$\alpha_Y^* = k_2 V_Y + k_1 (\dot{V}_Y - V_Y^{\max} \text{sign}(H^* - Y)), \quad (24)$$

де $k_2 = -2b, k_1 = -b^2, (b = 1)$;

$V_Y^{\max} > 0$, – встановлена максимально допустима швидкість вертикального руху $V_Y^{\max} = 2$ (м/с).

Таким чином, формули (23) або (24) забезпечують безперервне формування необхідного значення змінної α_Y^* , яке реалізується за формулою (19) за допомогою керування ДВЗ.

При переході від алгоритму (24) до алгоритму (23) можливий перехідний процес, який за потреби можна мінімізувати адаптацією параметра b в ході функціонування.

Регулятор каналу курсу системи управління. Розглянемо регулятор, який формує необхідне значення похідної кутового прискорення навколо вертикальної осі ЗСК σ_Y^* .

Для стабілізації кута курсу МК близько заданого значення ψ^* пропонується наступний закон формування

$$\sigma_Y^* = k_2 \dot{\psi} + k_1 \psi + k_0 (\psi - \psi^*), \quad (25)$$

де ψ - виміри поточного кута курсу, що надходять із бортової навігаційної системи; $\dot{\psi}$ або обчислюється за формулою

$$\dot{\psi} = (\Omega_3 \sin(\gamma) - \Omega_2 \cos(\gamma)) / \cos(\theta),$$

(див. (7)) з використанням обчислених у системі кутів та кутової швидкості, або оцінюється за

допомогою СП або ФК; $\dot{\psi}$ також обчислюється за формулою, отриманою аналітичним диференціюванням (7) з урахуванням чисельних значень правих частин рівнянь (8) – (13), отриманих для поточних значень кутів та кутової швидкості, або за допомогою СП та ФК; коефіцієнти $k_1 = -3b^2$, $k_2 = -3b$, $k_0 = -b^3$, відповідають біномному розподілу з параметром b (у даному випадку $b = 5$).

Цей регулятор забезпечує стійку стабілізацію кута курсу навколо заданого значення, але не цілком ефективний при великому розвороті. Тому при значному відхиленні фактичного кута курсу від заданого (наприклад, більше 10°) для визначення σ_Y^* використовується закон

$$\sigma_Y^* = k_2 \dot{\psi} + k_1 (\dot{\psi} - \dot{\psi}^{\max} \text{sign}(\psi^* - \psi)), \quad (26)$$

де $k_2 = -2b$, $k_1 = -b^2$, ($b = 5$); $\dot{\psi}^{\max} > 0$ – встановлена максимально допустима швидкість обертання за кутом курсу ($\dot{\psi}^{\max} = 5^0/c$).

Таким чином, формули (25) або (26) забезпечують безперервне формування необхідного значення змінної σ_Y^* , яке реалізується за формулою (20) за допомогою керування ЕД5.

При переході від алгоритму (26) до алгоритму (25) також можливий перехідний процес, який, за необхідності, можна мінімізувати адаптацією параметра b у ході функціонування.

Регулятори кутів тангажу та крену. Розглянемо регулятори, що формують, σ_X^* , σ_Z^* необхідні значення похідної кутового прискорення навколо поздовжньої та поперечної осі ЗСК відповідно.

Для стабілізації кута тангажу МК близько заданого значення θ^* пропонується наступний закон формування

$$\sigma_Z^* = k_2 \ddot{\theta} + k_1 \dot{\theta} + k_0 (\theta - \theta^*), \quad (27)$$

де θ – вимірювання поточного тангажу, що надходять від бортової навігаційної системи; $\dot{\theta}$ або обчислюється за формулою $\dot{\theta} = \Omega_2 \sin(\gamma) + \Omega_3 \cos(\gamma)$ (див. (8)) за обчисленими в системі кутом тангажу та кутовою швидкістю, або оцінюється за допомогою СП або ФК за вимірюваннями кута тангажу; $\ddot{\theta}$ також обчислюється за формулою, отриманою аналітичним диференціюванням (8) з урахуванням чисельних значень правих частин рівнянь (9) – (13), отриманих для поточних значень кутів та кутової швидкості, або за допомогою СП або ФК; коефіцієнти $k_2 = -3b$, $k_1 = -3b^2$, $k_0 = -b^3$ відповідають біномному розподілу з параметром b (у даному випадку $b = 15$).

Для стабілізації кута крену МК близько заданого значення γ^* пропонується наступний закон формування

$$\sigma_X^* = k_2 \ddot{\gamma} + k_1 \dot{\gamma} + k_0 (\gamma - \gamma^*), \quad (28)$$

де γ – вимірювання поточного крену, що надходять від бортової навігаційної системи; $\dot{\gamma}$ або обчислюється за формулою $\dot{\gamma} = \Omega_1 + tg(\theta)(\Omega_3 \sin(\gamma) - \Omega_2 \cos(\gamma))$ (див. (9)) за обчисленими у системі куті та кутової швидкості,

або оцінюється за допомогою СП або ФК за поточними вимірами кута крену; $\ddot{\gamma}$ також обчислюється за формулою, отриманою аналітичним диференціюванням (9) з урахуванням чисельних значень правих частин рівнянь (7) – (13), отриманих для поточних значень кутів та кутової швидкості, або за допомогою СП та ФК; коефіцієнти $k_2 = -3b$, $k_1 = -3b^2$, $k_0 = -b^3$, відповідають біномному розподілу з параметром (у даному випадку $b = 15$).

Оскільки вважаємо, що кути тангажу і крену змінюються у незначних межах, альтернативних алгоритмів для великих розворотів немає.

Алгоритми формування заданих значень керованих змінних, виходячи з запланованих режимів У розділі, присвяченому елементарним алгоритмам, вирішено задачу обчислення безпосередньо керованих змінних за потрібними значеннями змінних α_Y^* , σ_X^* , σ_Y^* , σ_Z^* . У подальших розділах, присвячених синтезу регуляторів, вирішено задачу обчислення потрібних значень цих змінних за допомогою поточної інформації про вектор стану та потрібних значень вихідних керованих змінних - кутів курсу, тангажу та крену.

У цьому розділі нарешті вирішується задача формування необхідних значень керованих змінних (кутів курсу, тангажу та крену) для конкретних режимів руху МК.

1) Формування заданого значення кута курсу Ψ^* для націлювання МК на задану точку призначення здійснюється за формулою

$$\psi^* = \arccos\left(\frac{\Delta X}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Z^2}}\right) \text{sign}(\Delta Z), \quad (29)$$

де $\Delta X = X^* - X$, $\Delta Z = Z^* - Z$; X^* , Z^* - задані значення координат точки призначення,

X , Z - поточні значення координат МК.

Якщо $\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Z^2} < 10\text{м}$, то $\psi^* = \psi$.

2) Формування потрібного значення кута крену γ^* для реалізації заданої поперечної швидкості МК здійснюється за формулою

$$\gamma^* = \frac{1}{9.81\text{м}} [m(k_1(V_{Zc} - V_{Zc}^*) + k_0 \cdot \int (V_{Zc} - V_{Zc}^*) dt) - F_{SZc} + |c_5| \omega_5^2], \quad (30)$$

де $k_1 = -2b$, $k_0 = -b^2$, ($b = 0.5$);

V_{Zc} - третя компонента вектора швидкості в проекціях на осі ЗСК, обчислюється, як $V_{Zc} = \tilde{\Lambda} \circ V_{1СК} \circ \Lambda$;

V_{Zc}^* - задане значення поперечної швидкості МК;

$F_{SZc} = -K_{S_z} V_{Zc}^2 \text{sign}(V_{Zc})$ - проекція сили опору повітря на поперечну вісь МК; інтеграл відраховується від початку режиму.

3) Формування потрібного значення кута тангажу θ^* для реалізації заданої поздовжньої швидкості МК здійснюється за формулою

$$\theta^* = -[m \cdot k_1 (V_{Xc} - V_{Xc}^*) - F_{SXc}] / (9.81\text{м}) \quad (31)$$

де $k_1 = -b$, ($b = 0.1$); V_{Xc} - перша компонента вектора швидкості в проекціях на осі ЗСК;

V_{xc}^* – задане значення поперечної швидкості МК;

$F_{Sxc} = -K_{Sx} V_{xc}^2 \text{sign}(V_{xc})$ – проекція опору повітря на поздовжню вісь МК.

Алгоритм обчислення кута крену забезпечує більш точну реалізацію поперечної швидкості, ніж алгоритм поздовжньої швидкості. Це пов'язано з тим, що поперечна швидкість грає істотну роль у точності прибуття в точку призначення. У той час, як поздовжня швидкість впливає лише на тривалість руху.

4) Формування змінних значень кутів крену γ^* та тангажу θ^* для стабілізації МК у заданій точці здійснюється за формулами

$$\gamma^* = [m(k_1 V_{zc} + k_0 \Delta Z_c) - F_{Szc} + |c_5| \omega_5^2] / (9.81m), \quad (32)$$

$$\theta^* = - \frac{[m(k_1 V_{xc} + k_0 \Delta X_c) - F_{Sxc}]}{(9.81m)} \quad (33)$$

де ΔX_c , ΔZ_c – перша та третя компоненти вектора нев'язки в проекціях на осі ЗСК, обчисленого за формулою $\Delta \mathbf{R}_{ЗСК} = \bar{\Lambda} \circ \Delta \mathbf{R}_{ІСК} \circ \Lambda$, $k_1 = -2b$, $\Delta \mathbf{R}_{ІСК} = (X - X^*; 0; Z - Z^*)$, $k_1 = -2b$, $k_0 = -b^2$, ($b = 0.1$).

Опис алгоритму управління польотом МК загалом. Розглянемо типову програму польоту: набір заданої висоти, горизонтальний переліт у задану точку призначення, зависання у точці та посадка.

Вхідними даними програми є потрібна висота H^* та потрібні координати X^* , Z^* точки призначення.

Вважатимемо, що управління реалізується без помилки, тобто ротор змінює свою швидкість відповідно до обчисленого значення.

Алгоритм обчислення управління роторами двигунів реалізується в циклі в кожному такті управління та складається з операцій:

– обчислити за формулами (24) та (23) необхідні значення третьої похідної висоти та обчислити за формулою (19) управління для ротора ДВЗ (постійне управління висотою);

– обчислити за формулою (29) задане значення кута курсу для націлювання МК на точку призначення; обчислити за формулами (26), (25) необхідні змінні значення третьої похідної кута курсу для досягнення заданого значення самого кута; обчислити за формулою (20) кутове прискорення ротора ЕД5 реалізації маневру за кутом курсу (націлювання на точку призначення та стабілізація напрямку);

– якщо відстань до точки призначення більше 100 м, прийняти задану поздовжню швидкість МК, що дорівнює 7 м/с, та задану поперечну швидкість, рівну 0 м/с, та обчислити за формулами (31) та (30) задані значення кутів тангажу та крену; обчислити за формулами (28), (27) необхідні значення третіх похідних кутів; обчислити поперемінно за формулами (21), (22) керуючі змінні для роторів ЕД1-ЕД4 (здійснення маршрутного польоту);

– якщо відстань до точки призначення менше 100 м, обчислити за формулами (33), (32) змінні значення кутів тангажу та крену для стабілізації МК у точці призначення; обчислити за формулами (28), (27) необхідні значення третіх похідних кутів; обчислити поперемінно за формулами (21), (22) керуючі змінні для роторів ЕД1-ЕД4 (вихід у точку зупинки);

– при досягненні мінімальної помилки по координатах і швидкості в точці призначення прийняти задане значення висоти, що дорівнює 10 м, обчислити за формулами (24) і (23) необхідні значення третьої похідної висоти та обчислити за формулою (19) управління для ротора ДВЗ. При досягненні заданої висоти з нульовою вертикальною швидкістю вважати політ закінченим.

Підкреслимо, що всі ці операції виконуються в кожному такті управління. Таким чином, усі алгоритми формування заданих значень та регулятори працюють постійно, з урахуванням поточних значень вектора стану.

Результати моделювання та їх аналіз Для демонстрації працездатності розробленого алгоритму управління промодельовано політ МК у наступних умовах:

– початкова швидкість нульова, висота 50 м, орієнтація поздовжньої осі – умовно на північ;

– бажана точка зависання знаходиться на висоті 150 м та відстоїть від початкової на 1700 м у напрямі з азимутом близько 28°;

– кінцева точка знаходиться на висоті 10 м під точкою зависання;

– такт роботи системи управління співпадає з тактом оновлення поточної інформації та складає 0,01 с;

– параметри МК та системи управління, що використовуються:

$$I_{xx} = 1.8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{yy} = 2.8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{zz} = 3.0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ m = 18 \text{ кг}; J = 0.00016 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_0 = 0.04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ K_F = 0.0005 \text{ н} \cdot \text{с}^2; K_{F0} = 0.01 \text{ н} \cdot \text{с}^2; \\ K_M = 0.0001 \text{ н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; K_{M0} = 0.0004 \text{ н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; \\ K_S = 0.1 \text{ н} \cdot (\text{с}/\text{м})^2.$$

На даному етапі перевірки ефективності законів управління прийємо деякі припущення для моделюючої програми:

– поточні дані, які виробляє бортова навігаційна система і які використовує система управління, вважаємо ідеальними, тобто без помилок та шумів;

– управління обертанням роторів також вважаємо ідеальним, тобто інерційністю, запізненням, обмеженням на похідну керуючих змінних нехтуємо;

– зовнішні збурення, наприклад, вітер, відсутні. Втім усі внутрішні впливи, такі, як гіроскопічні моменти, враховуються.

В цих умовах отримані результати, відображені на рис.2–7.

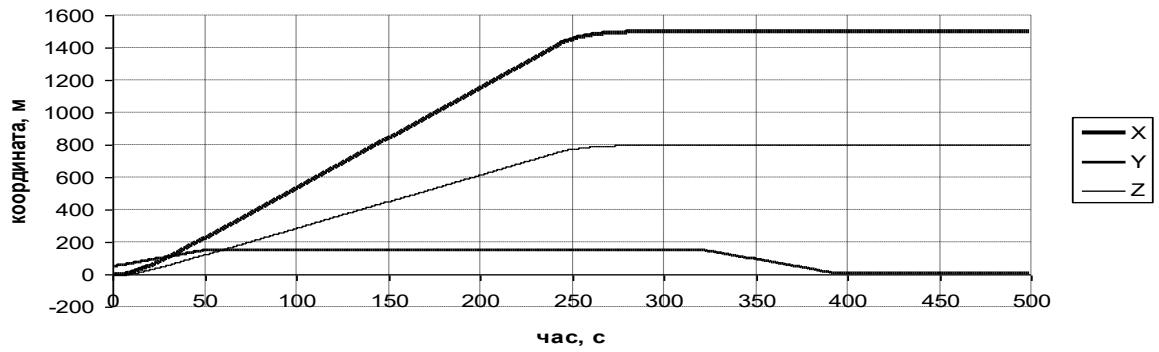


Рис.2. Поведінка координат відносно ІСК під час польоту

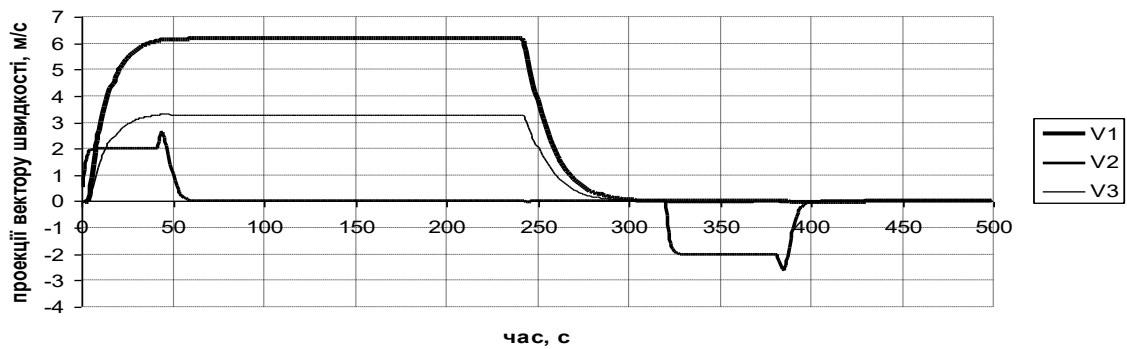


Рис.3 поведінка проєкцій V1, V2, V3 швидкості відповідно на осі X, Y, Z ІСК під час польоту

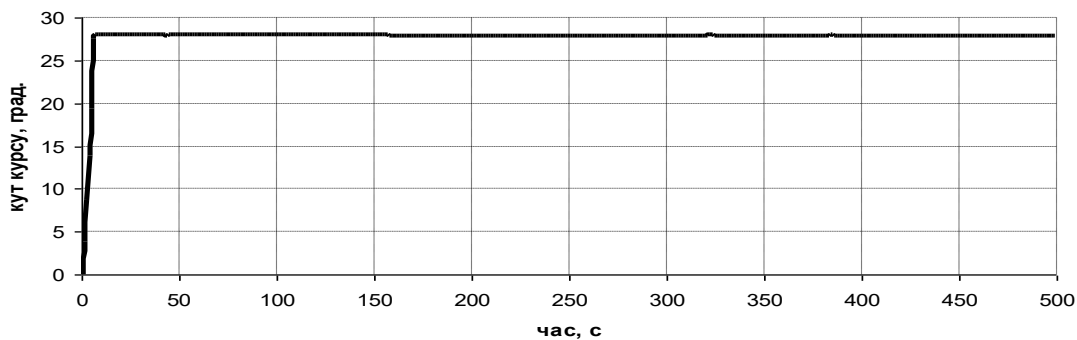


Рис.4. Поведінка кута курсу під час польоту

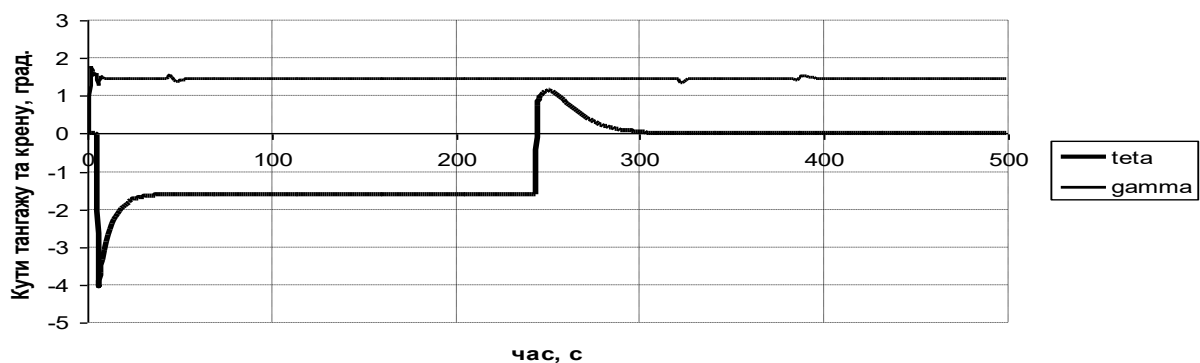


Рис.5. Поведінка кутів тангажу 'teta' та крену 'gamma' під час польоту

На перших секундах йде енергійна переорієнтація МК з врахуванням поточного напрямку на точку зависання. Потім – прямолінійний політ, при якому весь час за поточними координатами обчислюється потрібний курс і здійснюється його стабілізація.

На графіку кута тангажа є дільниця, що відповідає прямолінійному польоту, на якому МК нахилено «вперед». При зупинці кут тангажа стає нульовим. Майже постійне значення кута крену пояснюється

компенсацією впливу ЕД5, що додатково штовхає МК з лівого боку.

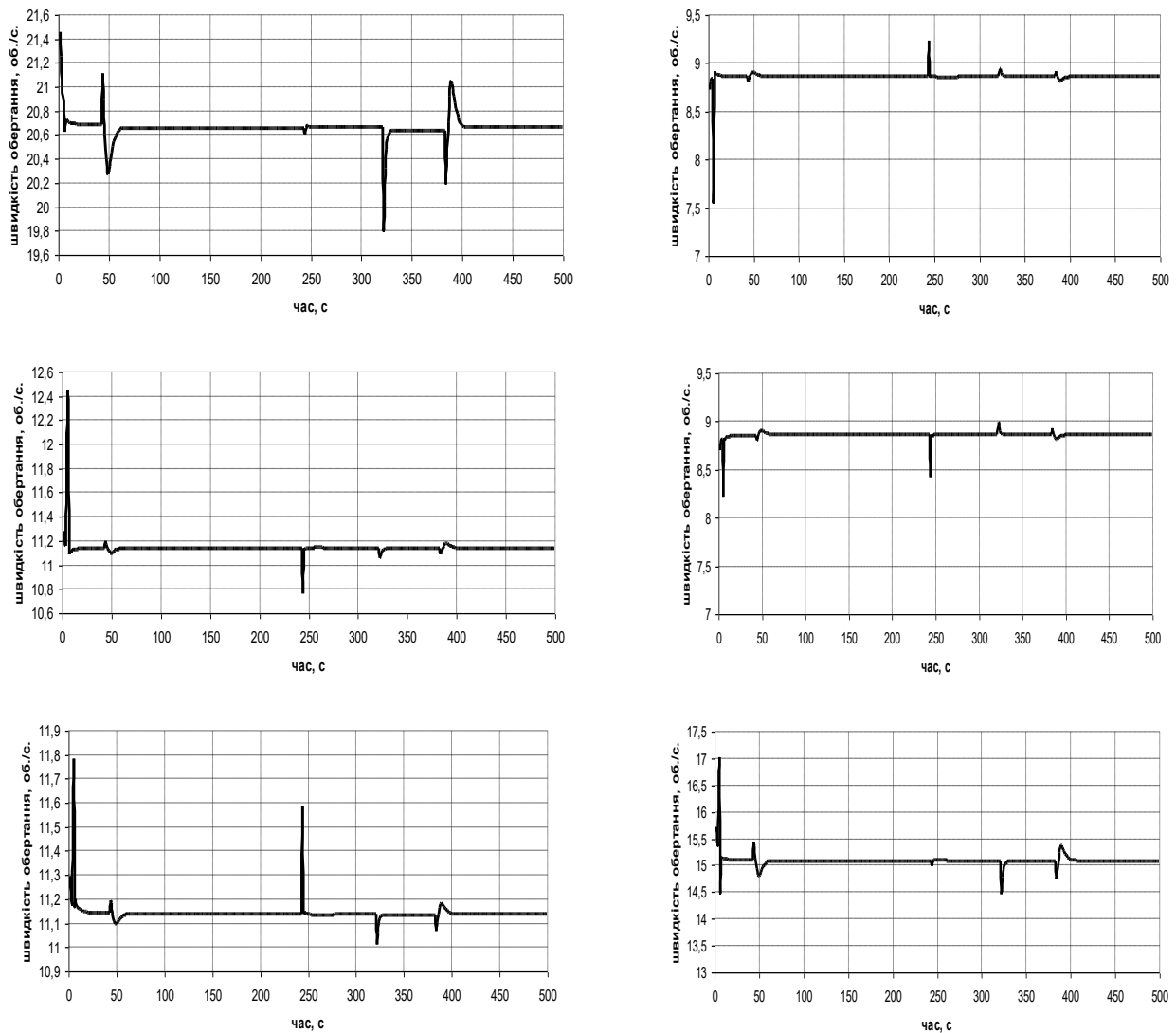


Рис. 6. Швидкість обертання роторів ДВЗ та ЕД1-ЕД5 відповідно зліва – направо, зверху – донизу

На початку моделювання швидкості було задано значеннями, які приблизно відповідають стаціонарному стану МК. Для ДВЗ було задано майже 21 оберт за секунду, для ЕД1-ЕД4 по 10 обертів за секунду, для ЕД5 – майже 17 обертів за секунду. В той же час було «ввімкнено» алгоритми управління, які за

1 секунду привели змінні до інших значень (див. рис.6). Динаміка змінних цілком слушно спостерігається під час переходів від одного стану МК до іншого. У цілому їхня поведінка є адекватною.

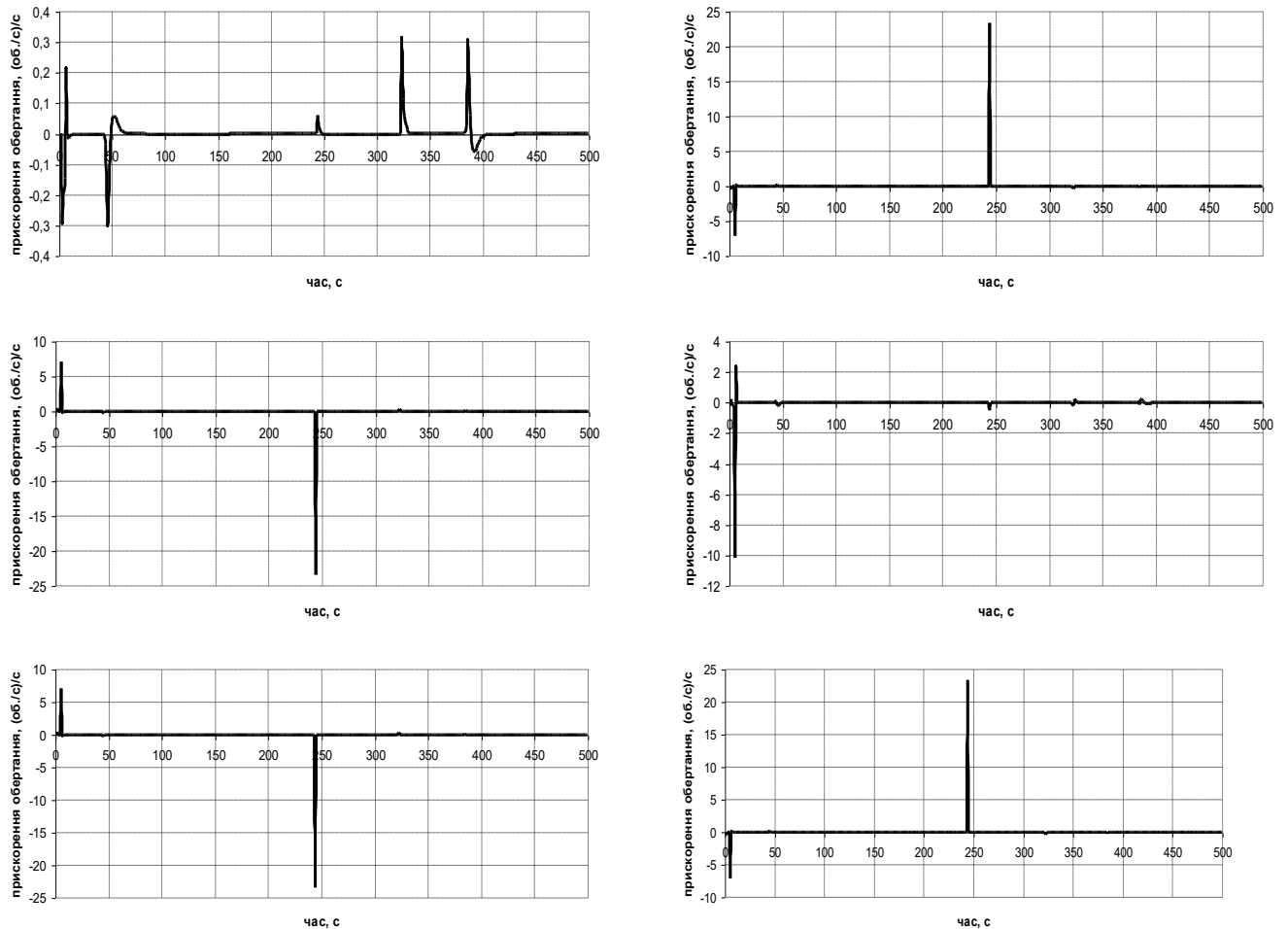


Рис. 7. Керуючі змінні – кутові прискорення роторів ДВЗ та ЕД1-ЕД5 відповідно зліва-направо, зверху-донизу.

В деякі моменти часу спостерігаються досить значні кутові прискорення.

При адаптації до практичних умов треба передбачити на цей випадок фільтр, який «розтягне» в часі цей ексцес та зменшить його амплітуду. Характеризуючи результати у цілому, зазначимо, що алгоритми управління охоплюють увесь спектр типових режимів руху та виконують своє завдання досить впевнено, стійкість процесу не порушується. Деякі недоліки є у перехідних процесах, які можуть бути усунені при адаптації до реальних характеристик компонентів системи управління.

Висновки та напрями подальшого дослідження. У статті дано повний опис математичної моделі керованого мультикоптера з врахуванням усіх внутрішніх зв'язків та синтезовано алгоритми управління, що забезпечують виконання всіх типових режимів польоту. Результати комп'ютерного моделювання демонструють працездатність розробки, яка надалі може бути використана при проектуванні та вдосконаленні бортових алгоритмів управління БПЛА розглянутого типу. Розвиток результатів можливий у напрямі врахування в моделі зовнішніх впливів, наприклад, вітрових; покращення перехідних процесів регулювання при переході від одного

режиму до другого; контроль за обмеженнями швидкості та прискорення обертання роторів; включення в контур управління моделі бортової навігаційної системи із характерними похибками та особливостями. Слід зазначити, що використані в описі граничні значення для управління режимами мають рекомендаційний характер і повинні підбиратися під конкретні характеристики елементів управління МК також зі зміною режимів руху МК і триває один такт управління (0,01 с).

Список літератури.

1. Цокурова И.Г., Денисов А.Н., Самойленко С.А. и др. Применение беспилотных летательных аппаратов типа квадрокоптер "DJI INSPIRE 1V 2.0" при поиске людей на местности. Наука, техника и образование. 2018. № 11. С. 43–46.
2. Зверев А.П., Гомонай М.В. Использование беспилотных воздушных средств – один из способов поиска людей в лесу. Сб. мат. XIII Межд. науч.-практ. конф., посвященной Году культуры безопасности. 2018. С. 366–368.
3. Ламков И. М., Чермошенцев А.Ю., Арбузов С.А. и др. Исследование возможностей применения квадрокоптера для съемки береговой линии обводненного карьера с целью государственного кадастрового учета. Вестник СГУТИТ. 2016. № 4. С. 200–209.

4. Черкасов Р.А., Ильина Т.А. Возможности использования квадрокоптеров для транспортировки грузов в логистике. Вестник Дмитровградского инженерно-технологического института. 2019. № 1. С. 100–107.
5. Минин И.В. Противопожарный мониторинг объектов нефтехимической промышленности малыми автономными беспилотными летательными аппаратами. Фундаментальные исследования. 2015. № 10-3. С. 503–506.
6. Beard R. W., McLain T. W. Small unmanned aircraft: theory and practice. Princeton University Press. 2020. https://uavbook.byu.edu/lib/execute/fetch.php?media=uavbook_supplement.pdf
7. <https://carscomfort.ru/dvs/kvadrokopter-s-dvs-dvigatелеm.html>
8. Лысухо Г.В. Квадрокоптер: динамика и управление. Политехнический молодежный журнал. 2020. № 05(46). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-000>.
9. Калягин М.Ю., Волошин Д.А., Мазяев А.С. Моделирование системы управления полетом квадрокоптера в среде Simulink и Simscape Multibody. Труды МАИ. Вып. 112. DOI: 10.34759/trd-2020-112-20. <https://www.aerosimrc.com/en/home.htm>.
10. Огольцов И.И., Рожнин Н.Б., Шеваль В.В. Разработка математической модели пространственного полета квадрокоптера. Труды МАИ. 2015. Вып.83. <http://trudymai.ru/published.php?ID=62031>.
11. Красовский А.Н., Суслова О.А. О математической модели управляемого движения дрона-квадрокоптера. Аграрный вестник Урала. 2016. № 4. С. 55–59.
12. Гэн К.К., Чулин Н.А. Алгоритмы стабилизации для автоматического управления траекторным движением квадрокоптера. Наука и образование: научное издание. 2015. №5, С. 218–235. URL: <http://engineering-science.ru/doc/771076.htm>
13. Erman B. J. A review of quadrotor: an underactuated mechanical system. Annu. Rev. Control. 2018. Vol. 46. Pp. 165–178.
14. Karpunin A. A., Titkov I. P. Evaluation of the influence of cross-connections accounting in the simplified mathematical model of the quadrotor motion in three-dimensional space/ Procedia Comput. Sci. 2019. Vol. 150. Pp. 663–670. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.02.040>.
15. Luukkonen Teppo. Modelling and control of quadcopter. 2011. 26 p. https://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11_public.pdf.
16. Reizenstein Axel. Position and Trajectory Control of a Quadcopter Using PID and LQ Controllers. 2017. 69 p. <https://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1129641/FULLTEXT01.pdf>.
17. Felipe Ribas Silva de Azevedo. Complete System for Quadcopter Control. 2014. 93 p. <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/110732/000952692.pdf?sequence=1>
18. Zulu A., John S. A Review of Control Algorithms for Autonomous Quadrotors. Open Journal of Applied Sciences. Vol. 4. Pp. 547–556. <http://dx.doi.org/10.4236/ojapps.2014.414053>.
19. Ahmed H. Ahmed, Ahmed N. Ouda, Ahmed M.Kamel, Elhalwagy Y. Z. Design and Analysis of Quadcopter Classical Control. Paper: ASAT-16-170-CT. 2015. 17 p. https://asat.journals.ekb.eg/article_23032_ed5def262af973aee764d51ec186bf32.pdf
20. <https://habr.com/ru/company/ruvds/blog/585098/>.
- mat. XIII Mezhd. nauch.-prakt. konf., posvjashhennoj Godu kul'tury bezopasnosti. 2018. S. 366–368.
3. Lamkov I. M., Chermoshencev A. Ju., Arbutov S. A. i dr. Issledovanie vozmozhnostej primeneniya kvadrokoptera dlja s'emki beregovoj linii obvodnennogo kar'era s cel'ju gosudarstvennogo kadastrnogo ucheta. SGUGiT. 2016. № 4. S. 200–209.
4. Cherkasov R. A., Il'ina T. A. Vozmozhnosti ispol'zovanija kvadrokopteroj dlja transportirovki грузов v logistike. Vestnik Dmitrovgradskogo inzhenerno-tehnologicheskogo instituta. 2019. № 1. S. 100–107.
5. Minin I. V. Protivopozharnyj monitoring ob'ektov neftehimicheskoj promyshlennosti malymi avtonomnymi bespilotnymi letatel'nymi aparatami. Fundamental'nye issledovanija. 2015. № 10-3. S. 503–506.
6. Beard R. W., McLain T. W. Small unmanned aircraft: theory and practice. Princeton University Press. 2020. https://uavbook.byu.edu/lib/execute/fetch.php?media=uavbook_supplement.pdf.
7. <https://carscomfort.ru/dvs/kvadrokopter-s-dvs-dvigatелеm.html>
8. Lysuh G. V. Kvadrokopter: dinamika i upravlenie. Politehnicheskij molodezhnyj zhurnal. 2020. № 05(46). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2020-05-000>.
9. Kaljagin M. Ju., Voloshin D. A., Mazaev A. S. Modelirovanie sistemy upravlenija poletom kvadrokoptera v srede Simulink i Simscape Multibody. Trudy MAI. Vyp. 112. DOI: 10.34759/trd-2020-112-20. <https://www.aerosimrc.com/en/home.htm>.
10. Ogo'cov I. I., Rozhnin N. B., Sheval' V. V. Razrabotka matematicheskij modeli prostranstvennogo poleta kvadrokoptera. Trudy MAI. 2015. Vyp.83. <http://trudymai.ru/published.php?ID=62031>.
11. Krasovskij A. N., Suslova O. A. O matematicheskij modeli upravljajemogo dvizhenija drona-kvadrokoptera. Agrarnyj vestnik Urala. 2016. № 4. S. 55–59.
12. Gjen K. K., Chulin N. A. Algoritmy stabilizacii dlja avtomaticheskogo upravlenija traektornym dvizheniem kvadrokoptera. Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie. 2015. №5, S. 218–235. URL: <http://engineering-science.ru/doc/771076.htm>.
13. Erman B. J. A review of quadrotor: an underactuated mechanical system. Annu. Rev. Control. 2018. Vol. 46. Pp. 165–178.
14. Karpunin A. A., Titkov I. P. Evaluation of the influence of cross-connections accounting in the simplified mathematical model of the quadrotor motion in three-dimensional space/ Procedia Comput. Sci. 2019. Vol. 150. Pp. 663–670. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.02.040>.
15. Luukkonen Teppo. Modelling and control of quadcopter. 2011. 26 p. https://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11_public.pdf.
16. Reizenstein Axel. Position and Trajectory Control of a Quadcopter Using PID and LQ Controllers. 2017. 69 p. <https://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1129641/FULLTEXT01.pdf>.
17. Felipe Ribas Silva de Azevedo. Complete System for Quadcopter Control. 2014. 93 p. <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/110732/000952692.pdf?sequence=1>
18. Zulu A., John S. A Review of Control Algorithms for Autonomous Quadrotors. Open Journal of Applied Sciences. Vol. 4. Pp. 547–556. <http://dx.doi.org/10.4236/ojapps.2014.414053>.
19. Ahmed H. Ahmed, Ahmed N. Ouda, Ahmed M.Kamel, Elhalwagy Y. Z. Design and Analysis of Quadcopter Classical Control. Paper: ASAT-16-170-CT. 2015. 17 p. https://asat.journals.ekb.eg/article_23032_ed5def262af973aee764d51ec186bf32.pdf
20. <https://habr.com/ru/company/ruvds/blog/585098/>.

References (transliterated)

1. Cokurova I. G., Denisov A. N., Samojlenko S. A. i dr. Primenenie bespilotnyh letatel'nyh apparatov tipa kvadrokopter "DJI INSPIRE 1V 2.0" pri poiske ljudej na mestnosti. Nauka, tehnika i obrazovanie. 2018. № 11. S. 43–46.
2. Zverev A. P., Gomonaj M. V. Ispol'zovanie bespilotnyh vozdušnyh sredstv – odin iz sposobov poiska ljudej v lesu. Sb.

Надійшла (received) 00.00.0000

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Успенський Валерій Борисович (Uspenskiy Valeriy Borysovych) – доктор технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5960-7347>; тел. (050)965-43-74, e-mail: uspensky61@gmail.com

Гардер Сергій Євгенійович (Гардер Сергей Евгеньевич, Harder Serhii) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9055-3255>; e-mail: sergey.garder@gmail.com