

V. B. USPENSKYI, M. V. NEKRASOVA

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ГІБРИДНОГО КВАДРОКОПТЕРА З МЕТОЮ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНОГО РУХУ

Розглядається проблема побудови максимально повної математичної моделі руху квадрокоптеру гібридного типу, який, окрім стандартних електродвигунів, обладнаний двигуном внутрішнього згоряння. Актуальність даної розробки обумовлена необхідністю створення ефективної системи управління для квадрокоптеру інноваційної конструкції. Доцільність такого дослідження пояснюється потребою у комплексному проектуванні, що передбачає одночасне вдосконалення як конструктивних елементів апарату, так і систем навігації та управління. Розроблена математична модель охоплює два ключові аспекти руху: переміщення центру мас квадрокоптеру та обертання навколо центру мас. Модель враховує всі керуючі змінні та включає гіроскопічні моменти від роторів двигунів, які виступають носіями кінетичних моментів. Особлива увага приділяється взаємодії між електричною та механічною системами апарату, що дозволяє точніше прогнозувати його поведінку в різних режимах польоту. Основним методом моделювання обрано чисельне інтегрування системи диференціальних рівнянь, що забезпечує високу точність розрахунків та можливість врахування нелінійних ефектів. Розроблений моделюючий комплекс відкриває широкі можливості для проведення різноманітних досліджень: аналізу впливу зовнішніх збурень на стійкість польоту, оцінки впливу недосконалостей елементів системи управління, тестування та оптимізації законів управління, а також модернізації конструкції квадрокоптеру для підвищення ефективності його експлуатації. Ключовими перевагами створеної моделі є її математична обґрунтованість, відкрита архітектура та універсальність застосування. Модель легко адаптується під різні конструктивні варіанти квадрокоптерів, що робить її цінним інструментом як для дослідницьких цілей, так і для практичного застосування в процесі проектування та налагодження систем управління безпілотними літальними апаратами подібного типу.

Ключові слова: квадрокоптер гібридного типу, електродвигун, ДВЗ, система управління, орієнтація, швидкість, керований політ, математична модель, рух, навігація, проектування, алгоритм.

V. USPENSKYI, M. NEKRASOVA

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF A HYBRID QUADROCOPTER FOR THE PURPOSE OF COMPUTER SIMULATION OF CONTROLLED MOTION

The paper addresses the problem of constructing a comprehensive mathematical model for the motion of a hybrid quadcopter equipped with both electric motors and an internal combustion engine. The relevance of this development is driven by the need to create an effective control system for an innovative quadcopter design. The feasibility of such research is explained by the requirement for integrated design, which involves simultaneous improvement of both the aircraft's structural elements and its navigation and control systems. The developed mathematical model encompasses two key aspects of motion: the movement of the quadcopter's center of mass and rotation around the center of mass. The model takes into account all control variables and includes gyroscopic moments from engine rotors that act as carriers of kinetic moments. Special attention is paid to the interaction between the aircraft's electrical and mechanical systems, allowing for more accurate prediction of its behavior in various flight modes. The primary modeling method chosen is numerical integration of the system of differential equations, which provides high calculation accuracy and the ability to account for nonlinear effects. The developed modeling complex opens up broad opportunities for various studies: analysis of external disturbances' impact on flight stability, assessment of control system elements' imperfections, testing and optimization of control laws, as well as modernization of the quadcopter design to improve its operational efficiency. The key advantages of the created model are its mathematical validity, open architecture, and universal application. The model is easily adaptable to various structural variants of quadcopters, making it a valuable tool for both research purposes and practical application in the design and adjustment of control systems for unmanned aerial vehicles of this type.

Keywords: quadcopter hybrid type, electric motor, internal combustion engine, control system, orientation, speed, controlled flight, mathematical model, motion, navigation, design, algorithm.

Вступ. Створення та використання мультикоптерів (МК) сьогодні є найбільш популярним напрямом в робототехніці. Незважаючи на велику кількість виробників таких апаратів і наявність різних їх типів, актуальними залишаються нові розробки, що направлені на збільшення вантажопідйомності і часу безперервного польоту. Розв'язання цих задач дозволить ширше використовувати МК для доставки вантажів, в сільському господарстві, для охорони навколишнього середовища, екологічному моніторингу і т.п.

В роботі розглядається квадрокоптер (КК) гібридного типу, що окрім електричних двигунів, має також двигун внутрішнього згоряння (ДВЗ). При цьому вважається, що двигун, окрім функції генерації електричної енергії, також обладнаний аеродинамічним гвинтом й створює керуючу під'ємну силу.

Аналіз останніх досліджень та літератури.

Подібний конструктивний принцип є відомим [1], але, незважаючи на явні переваги з точки зору вантажопідйомності, зразки цього типу КК не є численними. Це пояснюється, в першу чергу, складністю динамічної схеми конструкції, що містить двигуни суттєво різної потужності, значним впливом гіроскопічних моментів, зміною інерційно-масових характеристик внаслідок виробітку палива. Таким чином, проектування та налагодження системи управління таким КК є досить складною задачею і потребує достатньо повного опису його динаміки з урахуванням перелічених особливостей.

Задачею, що вирішується в цій статті, є задача побудови математичного опису КК гібридного типу як об'єкту управління, з метою використання її в процесі проектування й налагодження алгоритмів управління подальшому. В основу опису стають відомі кінематичні співвідношення та динамічні рівняння Ейлера для абсолютно твердого тіла; моделі двигунів як джерел прикладених сил і моментів. Основна вимога

до моделі, що розробляється - повнота й адекватність урахування динамічних зовнішніх впливів та внутрішніх зв'язків у межах прийнятих припущень.

В даний час існують програмні засоби, що дозволяють для широкого спектру апаратів створити комп'ютерну модель руху [2, 3]. Крім того, питанням моделювання КК приділяється значна увага у спеціальній літературі [4 - 6]. Тому виникає закономірне питання, навіщо створювати власний опис КК. Необхідність такої розробки пов'язана з тим, що, по-перше, не всі типи МК підтримуються існуючими пакетами, по-друге, питання коректності і повноти «готових» моделей є відкритим.

Мета статті. Таким чином, актуальність даної розробки обумовлена прагненням створити систему управління для КК порівняно нової конструкції, а доцільність розробки пояснюється бажанням використовувати комплексне проектування, що передбачає вдосконалення конструкції апарату та елементів системи навігації та управління.

Постановка проблеми. Розглянутий квадрокоптер гібридного типу є несучою конструкцією з бортовим обладнанням, корисним навантаженням, 5-ма електродвигунами (ЕД) і ДВЗ (рис.1). Найбільш масивним обладнанням, крім ДВЗ, є бак з паливом, генератор та акумулятор. Маса КК внаслідок

вироблення палива монотонно зменшується у деяких межах.

Вважатимемо, що силова і моментна характеристики двигуна з гвинтом пропорційні квадрату швидкості обертання ротора. Керуючими змінними є кутові прискорення роторів 1-5 ЕД та ДВЗ.

У зазначених умовах необхідно скласти математичну модель руху центру мас КК та навколо центру мас, що включає керуючі змінні та враховує гіроскопічні моменти від роторів двигунів - носіїв кінетичних моментів.

Матеріали досліджень. З КК зв'яжемо прямокутну систему координат (СК) (рис.1), з початком у центрі мас КК стартової конфігурації. Вважаємо, що введені осі є головними осями інерції; бак з паливом перебуває у центрі мас КК, отже, моменти інерції внаслідок вироблення палива змінюються нехтувано мало.

На КК діє сила тяжіння, сила опору повітря та регульовані сили тяги ЕД та ДВЗ. Кожен ЕД і ДВЗ для КК є джерелом сили тяги (внаслідок взаємодії гвинта з повітрям); моменту сили тяги; "моменту реакції" (внаслідок розгону або гальмування ротора двигуна) та аеродинамічного моменту, обумовленого взаємодією гвинта з повітрям. Точки прикладання та напрямки сил та моментів наведені в таблиці :

Таблиця 1 – Точки прикладання та напрямки сил та моментів

	Точка прикладання і напрям сили тяги й аеродинамічного моменту в зв'язаній з КК СК				Напрямок моменту сили тяги	Напрямок «моменту реакції» при збільшенні абсолютної швидкості обертання ротору
1-й ЕД	X1	Y1	Z1	вздовж осі Y	визначається векторним добутком радіус-вектору точки прикладення та вектору сили тяги	вздовж осі Y
2-й ЕД	X2	Y2	Z2	вздовж осі Y		вздовж осі -Y
3-й ЕД	X3	Y3	Z3	вздовж осі Y		вздовж осі Y
4-й ЕД	X4	Y4	Z4	вздовж осі Y		вздовж осі -Y
5-й ЕД	X5	Y5	Z5	вздовж осі -Z		вздовж осі Z
ДВЗ	X0	Y0	Z0	вздовж осі Y		вздовж осі Y

Введемо змінні стану КК та керуючі змінні.

Нехай X^*, Y^*, Z^* - інерціальна СК (ІСК) з початком у точці старту (обертанням Землі та формою Землі тут і надалі нехтуємо). У точці старту ІСК збігається зі зв'язаною СК. Поточна орієнтація зв'язаної СК щодо ІСК задається кутами ψ, θ, γ - нишпорення, тангажу та крену.

Вектор стану об'єкта управління та його системи управління включає в себе:

X^*, Y^*, Z^* - поточні координати центру мас КК в ІСК;

V_x, V_y, V_z - компоненти вектора швидкості центру мас КК;

ψ, θ, γ - кути нишпорення, тангажу та крену;

$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ - проекції вектора кутової швидкості на осі зв'язаної СК;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_0$ - кутові швидкості обертання роторів 1-5 ЕД та ДВЗ відповідно.

Керуючими змінними $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_0$ - кутові прискорення роторів 1-5 ЕД та ДВЗ відповідно.

Кутові швидкості та прискорення роторів із двох сторін обмежені деякими заданими величинами

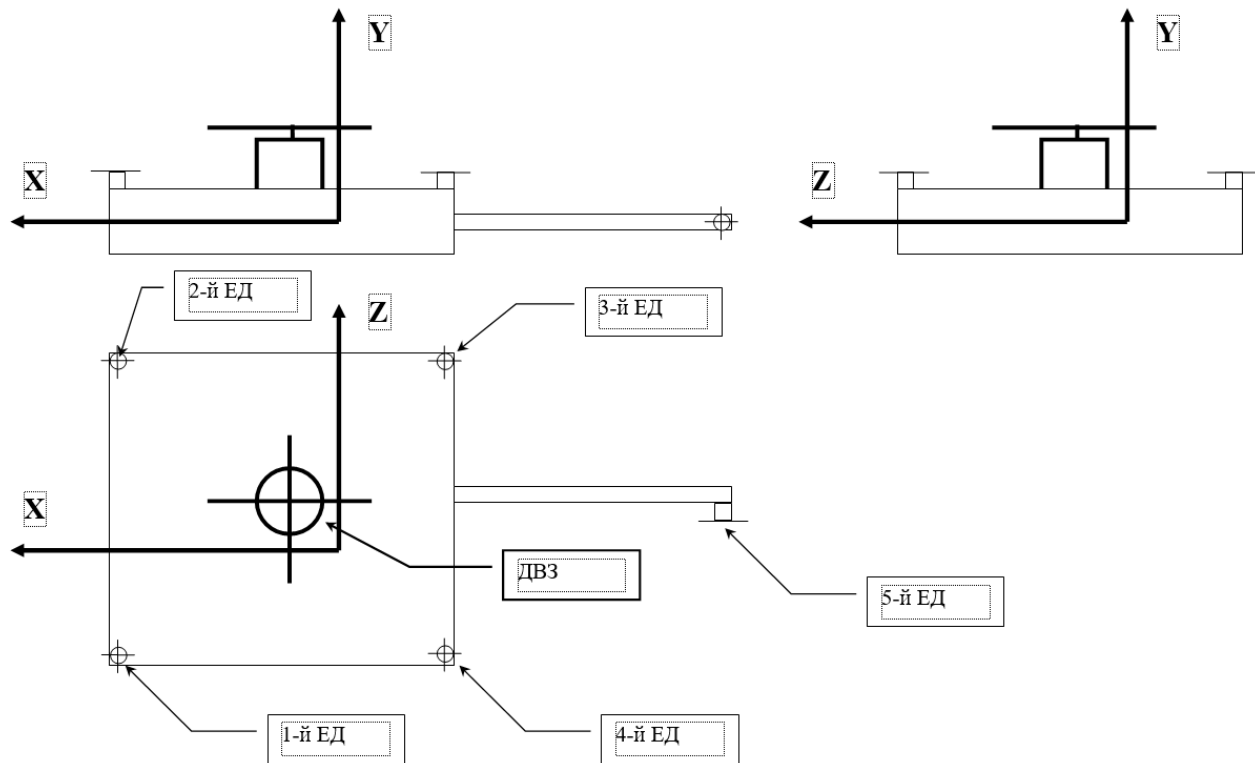


Рисунок 1 - Загальна конструктивна схема гібридного квадрокоптера

Результати досліджень - математична модель руху. Кінематичні та динамічні рівняння руху центру мас можна записати у вигляді:

$$\dot{X}^* = V_X, \quad (1)$$

$$\dot{Y}^* = V_Y, \quad (2)$$

$$\dot{Z}^* = V_Z, \quad (3)$$

$$\dot{V}_X = F_{\Sigma X} / m + G_X + F_{SX} / m, \quad (4)$$

$$\dot{V}_Y = F_{\Sigma Y} / m + G_Y + F_{SY} / m, \quad (5)$$

$$\dot{V}_Z = F_{\Sigma Z} / m + G_Z + F_{SZ} / m, \quad (6)$$

В наведених рівняннях:

$F_{\Sigma X}, F_{\Sigma Y}, F_{\Sigma Z}$ - компоненти вектору \vec{F}_Σ рівнодіючої сили тяги двигунів у проекціях на осі ІСК X^*, Y^*, Z^* .

Далі, $G_X = 0; G_Y = -9.81; G_Z = 0$ - проекції вектору прискорення вільного падіння на осі ІСК. F_{SX}, F_{SY}, F_{SZ} - проекції сили опору повітря; m - маса КК, закон зміни в часі якої пов'язаний із витратою палива ДВЗ.

Тут і далі наведено лише фізичні назви, що використовуються у правих частинах величин. Правила, за якими вони обчислюються, описані нижче, в обчислювальному алгоритмі.

Кінематичні та динамічні рівняння обертання навколо центру мас можна записати у вигляді:

$$\psi = (\Omega_3 \cdot \sin(\gamma) - \Omega_2 \cdot \cos(\gamma)) / \cos(\theta), \quad (7)$$

$$\theta = \Omega_2 \cdot \sin(\gamma) + \Omega_3 \cdot \cos(\gamma), \quad (8)$$

$$\dot{\gamma} = \Omega_1 + \text{tg}(\theta) \cdot (\Omega_3 \cdot \sin(\gamma) - \Omega_2 \cdot \cos(\gamma)), \quad (9)$$

$$\dot{\Omega}_1 = (-M_{Gx} - dH_1 + MF_{\Sigma x} + MA_{\Sigma x}) / I_{xx}, \quad (10)$$

$$\dot{\Omega}_2 = (-M_{Gy} - dH_2 + MF_{\Sigma y} + MA_{\Sigma y}) / I_{yy}, \quad (11)$$

$$\dot{\Omega}_3 = (-M_{Gz} - dH_3 + MF_{\Sigma z} + MA_{\Sigma z}) / I_{zz}, \quad (12)$$

Тут $\vec{M}_G = (M_{Gx}, M_{Gy}, M_{Gz})$ - обчислюваний вектор гіроскопічного моменту в проекціях на осі зв'язаної СК;

$dH = (dH_1, dH_2, dH_3)$ - вектор похідної кінетичного моменту всього об'єкта з двигунами;

$\vec{MF}_\Sigma = (MF_{\Sigma x}, MF_{\Sigma y}, MF_{\Sigma z})$ - сумарний момент сил тяги двигунів;

$\vec{MA}_\Sigma = (MA_{\Sigma x}, MA_{\Sigma y}, MA_{\Sigma z})$ - сумарний аеродинамічний момент від шести двигунів.

Управління двигунами здійснюється відповідно до моделі:

$$\dot{\omega}_0 = \varepsilon_0, \quad (13)$$

$$\dot{\omega}_1 = \varepsilon_1, \quad (14)$$

$$\dot{\omega}_2 = \varepsilon_2, \quad (15)$$

$$\dot{\omega}_3 = \varepsilon_3, \quad (16)$$

$$\dot{\omega}_4 = \varepsilon_4, \quad (17)$$

$$\dot{\omega}_5 = \varepsilon_5, \quad (18)$$

Таким чином, рух КК з ЕД і ДВЗ описується диференціальними рівняннями (1) - (12) за відомих початкових умов. В цих умовах задача управління полягає у визначенні таких залежностей керуючих змінних $\varepsilon_j, j = \overline{0,5}$ від компонент вектора стану, за яких поведінка у часі вектора стану відповідає бажаному. При синтезі управління необхідно враховувати обмеження на прискорення та швидкість роторів двигунів. Вектор стану КК вважається відомим у кожний момент часу. На реальному об'єкті цю функцію виконує бортова навігаційна система, що вимірює первинні динамічні характеристики й у темпі реального часу обчислює необхідні для управління компоненти вектору стану. Розв'язання задачі навігації КК та управління у різних типових режимах руху КК виходить за рамки даної статті, тому зупинимося на алгоритмі використання введеної математичної моделі.

Алгоритм використання моделі. Модель використовується для комп'ютерного моделювання керованого польоту. Основний метод моделювання – чисельне інтегрування системи диференціальних рівнянь. При коректному використанні вибір методу та кроку інтегрування не є критичним. Тимчасовий такт оновлення значень управляючих змінних, зазвичай, пов'язаний з тактом роботи навігаційної системи та становить величину від 0.01-0.02 с. Таким чином, алгоритмічну основу моделюючого комплексу становить циклічна частина методу інтегрування системи рівнянь (1)-(12).

Опишемо склад вхідних даних та алгоритм обчислення правих частин диференціальних рівнянь.

У кожний момент дискретного часу, що відповідає такту інтегрування, надходять значення:

- координат X^*, Y^*, Z^* та проєкцій швидкості V_X, V_Y, V_Z в інерціальній СК;

- кутів орієнтації ψ, θ, γ зв'язаної СК відносно ІСК проєкцій кутової швидкості $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$;

- кутовий швидкості роторів двигунів системи управління $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_0$;

- керуючих змінних $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_0$. Ці значення можуть оновлюватися рідше, ніж працює рекурентна процедура інтегрування.

Для кожного кроку інтегрування на основі вхідних даних послідовно обчислюються:

1) вектори сили тяги двигунів

$$\vec{F}_1 = K_F \cdot \omega_1^2 \cdot \vec{e}_2, \quad (19)$$

$$\vec{F}_2 = K_F \cdot \omega_2^2 \cdot \vec{e}_2, \quad (20)$$

$$\vec{F}_3 = K_F \cdot \omega_3^2 \cdot \vec{e}_2, \quad (21)$$

$$\vec{F}_4 = K_F \cdot \omega_4^2 \cdot \vec{e}_2; \quad (22)$$

$$\vec{F}_0 = K_{F0} \cdot \omega_0^2 \cdot \vec{e}_2; \quad (23)$$

$$\vec{F}_5 = K_F \cdot \omega_5^2 \cdot \vec{e}_3 \quad (24)$$

в проєкціях на осі зв'язаної СК.

Тут формулах (19) – (24) і далі $\vec{e}_1 = (1;0;0)$, $\vec{e}_2 = (0;1;0)$, $\vec{e}_3 = (0;0;1)$;

2) сумарний вектор

$$\vec{F}_{\Sigma\text{СК}} = \sum_{i=0}^5 \vec{F}_i; \quad (25)$$

3) кватерніон орієнтації зв'язаної СК відносно ІСК шляхом послідовного обчислення кватерніонів

$$\Lambda_\psi = (\cos \frac{\psi}{2}; 0; \sin \frac{\psi}{2}; 0), \quad (26)$$

$$\Lambda_\theta = (\cos \frac{\theta}{2}; 0; 0; \sin \frac{\theta}{2}), \quad (27)$$

$$\Lambda_\gamma = (\cos \frac{\gamma}{2}; \sin \frac{\gamma}{2}; 0; 0) \quad (28)$$

та їх множенням

$$\Lambda = (\lambda_0; \lambda_1; \lambda_2; \lambda_3) = \Lambda_\psi \circ \Lambda_\theta \circ \Lambda_\gamma. \quad (29)$$

Для довідки: \circ - операція кватерніонного добутку, що задається для кватерніонного виразу

$$Q = N \circ M = (q_0, q_1, q_2, q_3), \quad (30)$$

де

$$N = (v_0, v_1, v_2, v_3); \quad (31)$$

$$M = (\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3) \quad (32)$$

- задані кватерніони формулами:

$$q_0 = v_0 \cdot \mu_0 - v_1 \cdot \mu_1 - v_2 \cdot \mu_2 - v_3 \cdot \mu_3, \quad (33)$$

$$q_1 = v_0 \cdot \mu_1 + v_1 \cdot \mu_0 + v_2 \cdot \mu_3 - v_3 \cdot \mu_2, \quad (34)$$

$$q_2 = v_0 \cdot \mu_2 + v_2 \cdot \mu_0 + v_3 \cdot \mu_1 - v_1 \cdot \mu_3, \quad (35)$$

$$q_3 = v_0 \cdot \mu_3 + v_3 \cdot \mu_0 + v_1 \cdot \mu_2 - v_2 \cdot \mu_1; \quad (36)$$

4) сумарний вектор сил тяги в проєкціях на осі ІСК

$$\Phi_{\Sigma\text{СК}} = (0; \vec{F}_{\Sigma\text{СК}}), \quad (37)$$

$$\vec{F}_\Sigma = \text{vect}(\Lambda \circ \Phi_{\Sigma\text{СК}} \circ \tilde{\Lambda}), \quad (38)$$

де

$$\tilde{\Lambda} = (\lambda_0; -\lambda_1; -\lambda_2; -\lambda_3) \quad (39)$$

- сопряжений кватерніон.

Вектор \vec{F}_Σ рівняння (38) покомпонентно використовується у правих частинах рівнянь (4)-(6);

5) проекції сили опору повітря:

$$F_{SX} = -K_S \cdot V_X, \quad (40)$$

$$F_{SY} = -K_S \cdot V_Y, \quad (41)$$

$$F_{SZ} = -K_S \cdot V_Z. \quad (42)$$

Рівняння (40), (41), (42) безпосередньо використовуються в (4)-(6);

б) вектор гіроскопічного моменту в проєкціях на осі зв'язаної СК обчислюється, як

$$\bar{M}_G = (M_{Gx}, M_{Gy}, M_{Gz}) = \bar{\Omega} \times \bar{H}, \quad (43)$$

де $\bar{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$ - вектор кутової швидкості КК; $\bar{H} = (H_1, H_2, H_3)$ - вектор сумарного кінетичного моменту «КК + ротори з гвинтами», обчислюваний покомпонентно за формулами (44) – (46)

$$H_1 = I_{xx} \cdot \Omega_1; \quad (44)$$

$$H_2 = I_{yy} \cdot \Omega_2 + j \cdot (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) + j_0 \cdot \omega_0; \quad (45)$$

$$H_3 = I_{zz} \cdot \Omega_3 + j \cdot \omega_5. \quad (46)$$

Вектор \bar{M}_G рівняння (43) покомпонентно використовується в (10)-(12);

7) вектор похідної за часом кінетичного моменту $d\bar{H} = (dH_1, dH_2, dH_3)$ обчислюється за формулами

$$dH_1 = 0, \quad (47)$$

$$dH_2 = j \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) + j_0 \cdot \varepsilon_0, \quad (48)$$

$$dH_3 = j \cdot \varepsilon_5. \quad (49)$$

Цей етап формули (47) - (49) використовується в (10)-(12);

8) Сумарний момент сил тяги двигунів обчислюється за формулою

$$M\bar{F}_\Sigma = \sum_{i=0}^5 \bar{\rho}_i \times \bar{F}_i = (M\bar{F}_{\Sigma x}, M\bar{F}_{\Sigma y}, M\bar{F}_{\Sigma z}). \quad (50)$$

Цей етап формула (50) використовується в (10)-(12).

9) Аеродинамічні моменти від кожного двигуна

$$M\bar{A}_1 = K_M \cdot \omega_1^2 \cdot \bar{e}_2;$$

$$M\bar{A}_3 = K_M \cdot \omega_3^2 \cdot \bar{e}_2;$$

$$M\bar{A}_4 = -K_M \cdot \omega_4^2 \cdot \bar{e}_2;$$

$$M\bar{A}_0 = K_{M0} \cdot \omega_0^2 \cdot \bar{e}_2;$$

$$M\bar{A}_5 = K_M \cdot \omega_5^2 \cdot \bar{e}_3.$$

10) Сумарний аеродинамічний момент обчислюється за формулою (51)

$$M\bar{A}_\Sigma = \sum_{i=0}^5 M\bar{A}_i \quad (51)$$

та використовується в (10)-(12).

Таким чином, наведені формули алгоритмічно забезпечують циклічну частину інтегрування. Основний їхній сенс - перетворення векторних величин із зв'язаної СК, в якій природним чином задаються сили та моменти, в ІСК, в якій здійснюється обчислення швидкості центру мас та траєкторії руху.

В алгоритмі використовуються наступні параметри КК та його системи управління:

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} - головні моменти інерції КК (кг*м²);

m - маса КК (кг);

j - момент інерції обертової частини електричного двигуна (кг*м²);

j_0 - момент інерції частини ДВЗ, що обертається (кг*м²);

K_F - коефіцієнт силової характеристики ЕД (н*с²);

K_{F0} - коефіцієнт силової характеристики ДВЗ (н*с²);

K_M - коефіцієнт моментної характеристики ЕД (н*м*с²);

K_{M0} - коефіцієнт моментної характеристики ДВЗ (н*м*с²);

K_S - коефіцієнт опору повітря (н*(с/м));

$\bar{\rho}_0, \bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4, \bar{\rho}_5$ - радіус - вектори

розташування ДВЗ і ЕД в зв'язаній СК (м).

Конкретні значення параметрів визначаються з креслень, розрахунковим чином, технічних характеристик двигунів, експериментально. Первинним критерієм адекватності значень, що задаються, є реалізація стаціонарних положень КК в ході моделювання з обраними параметрами.

Напрямки вдосконалення моделі.

Надалі передбачається здійснити такі заходи:

1) Замкнути модель шляхом синтезу та програмної реалізації законів управління різними режимами польоту.

2) Додати в модель вплив вітру та зміну маси апарату.

3) Додати моделі датчиків первинної інформації (гіроскопів, акселерометрів, баровисотоміра, магнітометрів, супутникова навігаційна інформація) та навігаційні алгоритми, що виробляють інформацію для системи управління.

4) Ускладнити модель двигунів з допомогою запровадження інерційності.

Після реалізації перерахованих заходів моделюючий комплекс дозволить проводити дослідження щодо впливу обурюючих факторів та недосконалості елементів системи управління; випробувати та покращувати закони управління;

проводити модернізацію конструкції КК з підвищення ефективності експлуатації.

Висновки. У цій статті описано досить повну математичну модель руху квадрокоптера гібридного типу, призначену для подальшої розробки алгоритмів управління рухом та комп'ютерного моделювання керованого польоту. Перевагою моделі є її обґрунтованість, відкритість, універсальність, оскільки її легко адаптувати під іншу конструкцію КК.

Список літератури:

1. *Успенський В. Б.* Розробка та комп'ютерна реалізація моделі руху та алгоритмів управління гібридного мультикоптера / *Успенський В. Б., Гардер С. Є.* // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. – 2022. – № 1. – С. 94-106 <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2022.1.263784>.
2. *Калягін М. Ю.* Моделювання системи управління польотом квадрокоптера у середовищі Simulink і Simscape Multibody / *М. Ю. Калягін, Д. А. Волошин, А. С. Мазяєв* // Праці МАІ. - Випуск № 112. DOI: 10.34759/trd-2020-112-20.
3. <https://www.aerosimrc.com/en/home.htm>
4. *Огольцов І.* Розробка математичної моделі просторового польоту квадрокоптера / *І. І. Огольцов, Н. Б., В. В. Шеваль* // Праці МАІ. Вип. 83. - 2015. <http://trudymai.ru/published.php?ID=62031>
5. *Erman B. J.* A review of quadrotor: an underactuated mechanical system. *Annu. Rev. Control*, 2018, vol. 46, pp. 165–178. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2018.10.009>

6. *Karpunin A. A., Titkov I. P.* Evaluation of the influence of cross-connections accounting in the simplified mathematical model of the quadrotor motion in three-dimensional space. *Procedia Comput. Sci.*, 2019, vol. 150, pp. 663–670. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.02.040>

References (transliterated)

1. *Uspenskiy V. B.* Rozrobka ta kompiuterna realizatsiia modeli rukhu ta alhorytmiv upravlinnia hibrydnoho multykoptera / *Uspenskiy V. B., Harder S. Ye.* // Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Serii: Dynamika ta mitsnist mashyn. – 2022. – № 1. – S. 94-106 <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2022.1.263784>.
2. *Kalyagin M. Yu.*, Modelirovanie sistemy upravleniya poletom kvadrokoptera v srede Simulink i Simscape Multibody / *M. Yu. Kalyagin, D. A. Voloshin, A. S. Mazaev* // Trudy MAI. - Vypusk № 112. DOI: 10.34759/trd-2020-112-20.
3. <https://www.aerosimrc.com/en/home.htm>
4. *Ogol'tsov I.*, Razrabotka matematicheskoi modeli prostranstvennogo poleta kvadrokoptera / *I. I. Ogol'tsov, N. B., V. V. Sheval'* // Trudy MAI. Vyp.83. - 2015. <http://trudymai.ru/published.php?ID=62031>
5. *Erman B. J.* A review of quadrotor: an underactuated mechanical system. *Annu. Rev. Control*, 2018, vol. 46, pp. 165–178. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2018.10.009>
6. *Karpunin A. A., Titkov I. P.* Evaluation of the influence of cross-connections accounting in the simplified mathematical model of the quadrotor motion in three-dimensional space. *Procedia Comput. Sci.*, 2019, vol. 150, pp. 663–670. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.02.040>

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Успенський Валерій Борисович (Uspenskiy Valerij Borisovich) – доктор технічних наук, доцент, професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"; тел.: (057)-707-64-54; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5960-7347>; e-mail: Vale-rii.Uspenskiy@khpri.edu.ua

Некрасова Марія Володимирівна (Nekrasova Mariia Vladimirovna) – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Комп'ютерне моделювання процесів та систем» НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54; e-mail: masha12dec@gmail.com <https://orcid.org/0009-0006-9285-0740>.