

А.П. КОЖУШКО, О.Л. ГРИГОР'ЄВ

АНАЛІЗ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРИЧНОГО РЕЗОНАНСУ НА РУХ ТРАКТОРНОЇ ЦИСТЕРНИ ПРИ ТРАНСПОРТУВАННІ РІДКОГО ВАНТАЖУ

Моделюється процес транспортування рідкого вантажу в баку або цистерні при наявності поверхні розділу між рідиною і газом. Коливання стінок призводять до перетікання вздовж вільної поверхні і перерозподілу маси рідини в цистерні. Показано, що при несприятливих умовах пов'язані вертикальні і горизонтальні коливання рідини призводять до виникнення параметричного резонансу. Формулюються принципи і призначаються етапи розробки нової математичної моделі, здатної досліджувати процес транспортування рідкого вантажу з урахуванням основних лінійних і нелінійних зв'язків між параметрами руху, а також можливістю появи резонансів. При описі коливань рідини використовується дискретна модель парціальних осциляторів, в яку внесено ряд допустимих спрощень. Прийняті принципи використані для дослідження поздовжніх і поперечних коливань трактора, який на причепі перевозить цистерну з рідиною. Виконано розрахункове дослідження зміни параметрів руху транспортного засобу в околиці параметричного резонансу.

Ключові слова: колісний трактор, цистерна, динаміка, коливання, параметричний резонанс.

А.П. КОЖУШКО, А.Л. ГРИГОРЬЕВ

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА НА ДВИЖЕНИЕ ТРАКТОРНОЙ ЦИСТЕРНЫ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ЖИДКИХ ГРУЗОВ

Моделируется процесс транспортировки жидкого груза в баке или цистерне при наличии поверхности раздела между жидкостью и газом. Колебания стенок приводят к перетеканию вдоль свободной поверхности и перераспределению массы жидкости в цистерне. Показано, что при неблагоприятных условиях связанные вертикальные и горизонтальные колебания жидкости приводят к возникновению параметрического резонанса. Формулируются принципы и назначаются этапы разработки новой математической модели, способной исследовать процесс транспортировки жидкого груза с учетом основных линейных и нелинейных связей между параметрами движения, а также возможностью появления резонансов. При описании колебаний жидкости используется дискретная модель парциальных осцилляторов, в которую внесен ряд допустимых упрощений, а также необходимых уточнений. В частности, учтено влияние амплитуды колебаний на частоту осциллятора, что дало эффективный метод отстройки исследуемой системы от параметрического резонанса. Принятые принципы использованы для исследования продольных и поперечных колебаний трактора, который на прицепе перевозит цистерну с жидкостью. Выполнено расчетное исследование изменения параметров движения транспортного средства в окрестности параметрического резонанса.

Ключевые слова: колесный трактор, цистерна, динамика, колебания, параметрический резонанс.

A.P. KOZHUSHKO, A.L. GRIGORIEV

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF PARAMETRIC RESONANCE ON THE MOTION OF A TRACTOR TANK WHEN TRANSPORTING LIQUID CARGOES

The process of transportation of a liquid cargo in a tank or cistern is simulated in the presence of an interface between liquid and gas. Oscillations of the walls lead to overflow along the free surface and redistribution of the mass of liquid in the tank. It is shown that, under unfavorable conditions, coupled vertical and horizontal oscillations of the liquid lead to the appearance of parametric resonance. Principles are formulated and stages are assigned for the development of a new mathematical model capable of investigating the process of transporting a liquid cargo, taking into account the main linear and nonlinear relationships between the motion parameters, as well as the possibility of resonances. When describing fluid oscillations, a discrete model of partial oscillators is used, into which a number of permissible simplifications have been introduced. The outlined simplifications are based on the principle of equivalent replacement of the real shape of the container with the shape of a rectangular parallelepiped. The principle of reduction is to preserve the size of the free surface of the liquid and the mass of the liquid in the tank. It is established that for problems with ergonomic criteria, it is enough to use three partial oscillators for each form of oscillations: longitudinal, transverse and torsional. The principles adopted were used to study the longitudinal and lateral vibrations of a tractor that transports a tank with a liquid on a trailer. A computational study of the change in the parameters of the vehicle movement in the vicinity of the parametric resonance is carried out. During the simulation it is shown that the parametric resonance is significantly influenced by the properties of the transported fluid and the characteristics of the external kinematic excitation.

Key words: wheeled tractor, tank (cistern), dynamics, oscillations, parametric resonance.

Вступ та постановка задач дослідження. Вивчаючи складну механічну коливальну систему, необхідно проводити повноцінний динамічний аналіз, який охоплює коливальні процеси всіх видів, в тому числі і

параметричні коливання. Опираючись на власний досвід, можна стверджувати, що це стосується й системи «транспортний засіб – цистерна», де при наявності вільної поверхні рідина перетикає по цистерні та

створює додаткове силове збурення, що з врахуванням кінематичного (від нерівностей шляху) або силового (від ударів морських хвиль) збудження викликає параметричні коливання.

Параметричні коливання утворюються періодичною зміною одного з параметрів коливальної системи. Такі коливання по зовнішнім проявам подібні до вимушених коливань, але у цьому випадку коливальних рух підтримується не за рахунок кінематичних або силових збудників з так званих правих частин системи диференціальних рівнянь, а шляхом періодичної зміни коефіцієнтів цих рівнянь, що і привносить необхідну енергію з іншого джерела, яке в цих коливаннях безпосередньої участі не приймає.

Фундаментальне значення в теорії параметричних коливань отримали роботи В.В. Болотіна, Б.Г. Галеркіна, К.С. Колеснікова, М.Г. Крейна, В.І. Крилова, О.М. Ляпунова, С.П. Тимошенка, Г. Шмідт, N.M. Beliaev, F. Bloch, G. Hill, R.A. Ibrahim, F. Melde, D.T. Mook; G.I. Simitses, та інших вчених [1, 2].

Коли коливальний процес приймає зростаючий характер, то говорять про параметричний резонанс, у випадку появи якого стан рівноваги системи стає нестійким і вихід з нього має характер коливань з прогресивно зростаючою амплітудою

Параметричний резонанс за деякими ознаками відрізняється від звичайного резонансу, який був викликаний прямим силовим збуренням. Резонанс спостерігається при виконанні певних співвідношень між частотою зміни параметру та власною частотою коливальної системи, які відрізняються від характерного для звичайного резонансу збігом частоти зовнішнього впливу і власною частотою системи.

Розгляд параметричних коливань проводиться за основі дослідження стійкості параметричних резонансів, тобто при математичному моделюванні суттєво нелінійної системи диференціальних рівнянь. Аналіз динамічної стійкості систем при параметричних збудженнях в основному зводиться до вирішення рівнянь типу Мат'є-Хілла, або використовують методи Галеркіна, Ляпунова, Болотного та інші.

Щодо виникнення параметричних коливань при дослідженні руху транспортного засобу слід відмітити роботу [3], в якій автор запропонував свої методи зменшення параметричних коливань у керованих колесах транспортної машини. Дані методи ґрунтуються на виборі коефіцієнтів жорсткості і демпфірування в рульовому управлінні шляхом використання діаграми Айнса-Стретта для рівняння типу Мат'є.

Також в напрямку обмеження параметричних коливань керованих коліс націлена робота [4], в якій автори зменшують рівень коливань коліс навколо шкворневих осей за рахунок збільшення жорсткості рульового управління.

В роботі [5] автор досліджує параметричні коливання автомобільного колеса, які викликані періодичною зміною радіальною жорсткістю по мірі його перекочування. В результаті чого отримано залежності, які дозволяють оцінити межі зони параметричної нестійкості автомобільного колеса на ділянці частот біля параметричного резонансу.

Також явище параметричних коливань зустрічається при дослідженні роботи моторно-трансмісійної установки. Так в роботі [6] автори помітили наявність параметричних коливань при дослідженні динамічної навантаженості трансмісійної установки. Як зазначено, зниження динамічної навантаженості, що формується параметричними резонансами, досягається введенням елементу, що демпфірує коливання.

Вагоме значення при дослідженні параметричних коливань в транспортному засобі при перевезенні рідкого вантажу в цистерні, що має вільну поверхню, набувають матеріали роботи [7], в якій автори при врахуванні руху рідини за допомогою парціальних осциляторів наводять рівняння такого осцилятора для поздовжніх коливань, яке залежить від вертикальних прискорень рідини, що створює передумови появи параметричного резонансу. При цьому автори наголошують, що може виникнути внутрішній параметричний резонанс (який описується однорідним рівнянням Мат'є), або зовнішній параметричний резонанс (за умови співпадіння або кратності частот зміни прискорень описується неоднорідними рівняннями Мат'є або Хілла, коли зміни параметрів не є моногармонічними).

Оскільки частоти та амплітуди зазначених прискорень залежать від багатьох чинників, дослідити розвиток параметричного резонансу та визначити умови стійкості руху можливо лише при використанні нелінійної математичної моделі всього транспортного засобу. Проте, дещо про такий тип резонансу вдається дізнатися на етапі теоретичного аналізу. Тому в матеріалах даної статті проводиться аналіз впливу внутрішніх та зовнішніх параметрів, які призводять до формування та розвитку стійкого параметричного резонансу при русі транспортного засобу з цистерною.

Методика, об'єкт та основні результати розрахункового дослідження. В розглянутій роботі [7] при моделюванні поперечно-кутових коливань колісного трактора з причіпною цистерною спостерігається наявність параметричного резонансу. Таке явище обумовлено тим, що поперечний розмір цистерни є відносно невеликим і тому власні частоти парціальних осциляторів були наближені до резонансної частоти вертикальних коливань цистерни. Довжина цистерни є в 2-4 рази більшою і тому, як ми покажемо надалі, при поздовжніх коливаннях параметричний резонанс не виникає. Але ситуація змінюється при застосуванні поперечних перегородок.

При впровадженні в цистерну внутрішніх перегородок необхідно зазначити, що вони мають різну форму виконання: поздовжні, поперечні, оригінальної конструкції (лабіринтної, сферичної, із гофрованими хвилерізами, тощо) [8]. В даній роботі розглядається перегородка модельної форми (рис. 1), яка розподіляє сміність на дві частини з можливістю контрольованого перетікання рідини між частинами.

Такий вибір обумовлено тим, що для потреб сільськогосподарства, а також військових потреб, виникає необхідність в транспортуванні двох секційних цистерн з різними видами рідин (наприклад, дизельне

паливо та бензин або керосин). Якщо перевезення відбувається з одним видом рідини, тоді в такій цистерні відкривається частина перегородки, утворюючи тим самим єдиний рівень наповнення загальної рідини в цистерні (тобто між секціями відбувається своєрідний «перелив» рідини). Зважаючи на таке впровадження змінюється підхід до визначення поздовжніх коливань парціального осцилятора [7], а саме у випадку визначення хвильового числа

$$\beta_k = \pi \cdot (2k - 1) / \left(a \cdot (1 + i^p) \right), \quad (1)$$

де k – номер осцилятора ($k = 0, 1, 2$); a – довжина цистерни; i^p – число перегородок. Така зміна призводить до зменшення довжини хвилі (одна перегородка зумовлює зменшення довжини хвилі в 2 рази).

Відмітимо, що таке рішення не можна вважати найкращим в контексті зменшення резонансних явищ у динаміці руху; доцільніше було б виконувати такі секції різної довжини. Проте, проти такої пропозиції з'являться свої контраргументи, тому у цій статті ми розглянемо найпростіший варіант.

Розрахунок поздовжнього руху колісного трактора з цистерною виконується на прикладі трактора ХТЗ-242К та причіпної цистерни BSA KTW 20 (рис. 2)

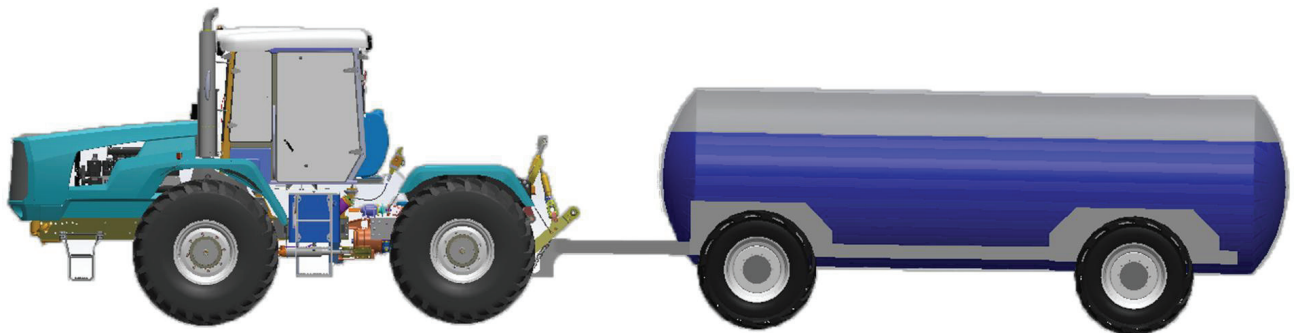


Рисунок 2 – Загальний вигляд машинно-тракторного агрегату, що складається з трактора ХТЗ-242К та цистерни BSA KTW 20

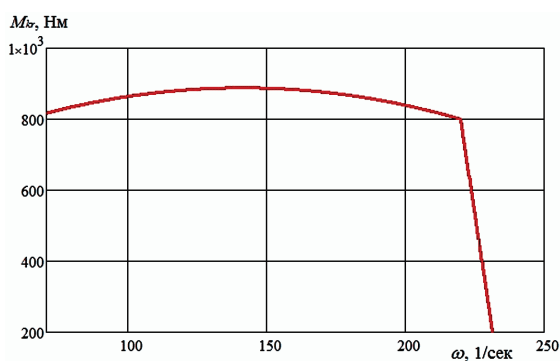


Рисунок 3 – Зовнішня характеристика двигуна

При описі кінематичного збурення, яке діє на рух трактора та цистерни, використовується синусоїдальна функція мікропрофілю дороги [9]

$$u_{ГРj} = A_\lambda \cdot \sin\left(2\pi \cdot (x_T - \Delta L_j) / L_\lambda\right), \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad (2)$$

де A_λ – амплітуда мікроколивань поверхні (нерівностей); x_T – поздовжнє переміщення транспортного засобу; L_λ – довжина хвилі мікроколивань; ΔL_j – фазові

за допомогою математичної моделі, що описано в [9]. Коливання швидкості трактора під час його прямолінійного руху моделюється завдяки врахуванню роботи двигуна внутрішнього згорання, зовнішня характеристика якого наведена на рис. 3, при передавальному числу в трансмісії – 25.8.

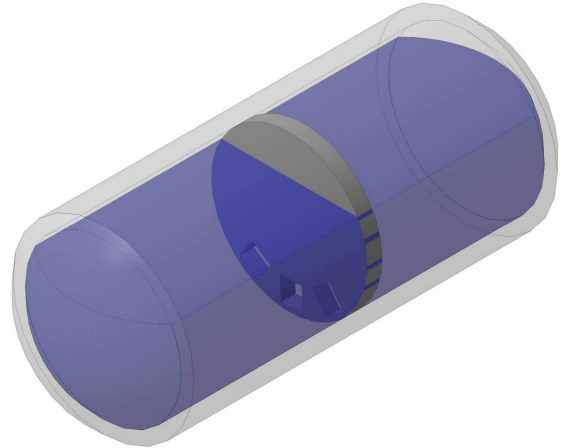


Рисунок 1 – Цистерна з перегородкою модельної форми

зсуви, які визначаються відстанню між мостами транспортного засобу [9].

Наведена функція (2) забезпечує моногармонічне коливання вертикального прискорення цистерни, частота якого залежить від двох факторів:

- довжини хвилі та висоти мікроколивань;
- швидкості транспортного засобу.

Проте, амплітуди коливань мікропрофілю дороги, як правило, є малими і без резонансного підсилення збоку підвіски цистерни не в змозі забезпечити рівень вертикальних прискорень, необхідний для розвитку параметричного резонансу.

На рис. 4 надано графіки власних частот коливань для перших чотирьох парціальних шарів рідини, а також власної частоти вертикальних коливань цистерни. Зауважимо, що цистерна має ще одну частоту вертикальних коливань, яка пов'язана із відносним рухом рами та мостів, проте вона велика і на результаті цього дослідження не впливає. Поступове зниження резонансної частоти не пояснюється зростом ваги цистерни відповідно до її заповнення рідиною. Збільшення частот парціальних осциляторів є наслідком

залежностей, які виводяться та аналізуються у роботі [10].

Інформацію про коефіцієнти резонансного підсилення можна знайти на графіках з рис. 5. Як бачимо, в разі використання амортизаторів про коефіцієнт підсилення можна забути і небезпеку параметричного резонансу теж. Проте, такі пристрої на цистернах для сільського господарства не встановлюються.

Аналізуючи залежності з рис. 4 відмітимо, що забезпечити формування параметричного резонансу при поздовжньому русі колісного трактора з цистерною на частоті першого осцилятора не можливо, тому що резонансна частота ν_p та довжина хвилі L_λ занадто великі, але на частоті другого шару рідини це стає можливим (як і у випадку з поперечним рухом [7]).

Відмітимо, що при розгляді поздовжнього руху трактора з цистерною без перегородки явище параметричного резонансу забезпечується лише для третього шару рідини (рис. 6) при довжині хвилі мікроколивань $L_\lambda = 3$ м (рис. 7, а).

На рис. 7 проілюстровано зв'язок між частотами парціальних осциляторів та довжиною резонансної хвилі мікропрофілю дороги (при роботі трактора на режимах зовнішньої характеристики), а також надана додаткова інформація, яку будемо аналізувати в наступних пунктах цієї статті.

У «сіру зону» на рис. 7 попадають рівні рідини, при яких амплітуда коливань обмежується близькістю до верхнього чи нижнього дна цистерни.

Згідно з результатами моделювання (рис. 6) параметричний резонанс, який створюється горизонтальним зсувом третього поверхневого шару рідини, в інші ланки транспортного засобу не передається, адже масово-інерційні показники цього шару достатньо малі (матеріали роботи [10]). Натомість, при тих самих умовах (тобто при висоті наповнення рідини $H = 1.25$ м та довжині хвилі мікроколивань $L_\lambda = 3$ м), але при дослідженні руху цистерни з перегородкою (рис. 1) утворюється потужний параметричний резонанс, який діє на весь транспортний засіб (рис. 8, 9).

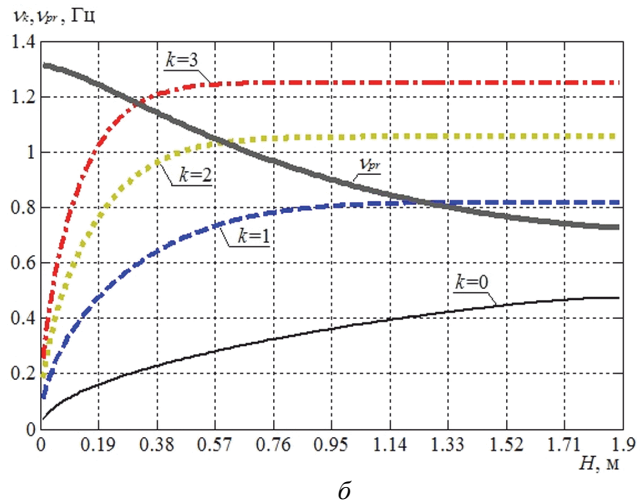
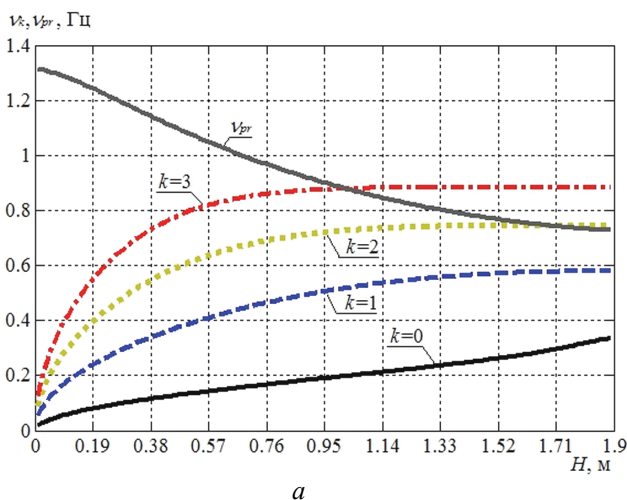


Рисунок 4 – Залежності власних частот k -го шару рідини та половинна частота коливань підвіски цистерни від рівня наповнення рідиною H :

a – цистерна без перегородки; b – цистерна з однією поперечною перегородкою

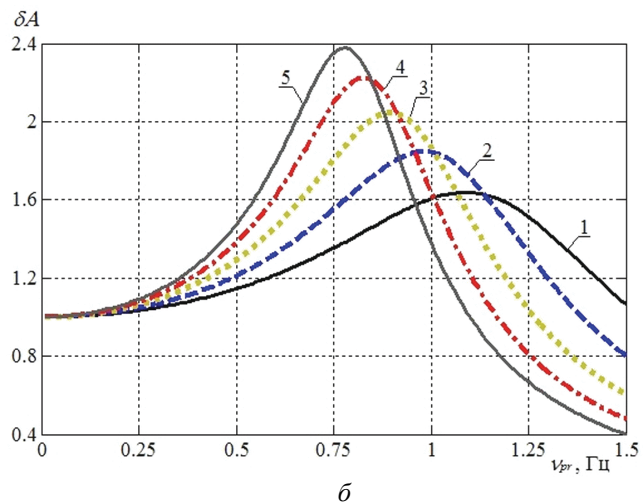
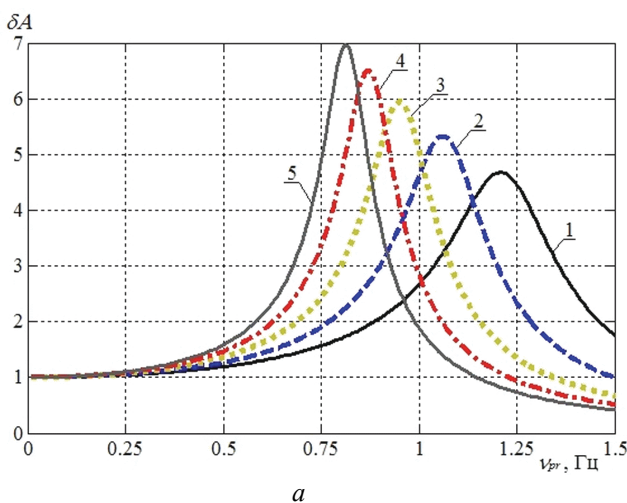


Рисунок 5 – Амплітудно-частотна характеристика підвіски цистерни залежно від рівня наповнення рідиною H :

1 – $H = 0.5$ м; 2 – $H = 0.75$ м; 3 – $H = 1.0$ м; 4 – $H = 1.25$ м; 5 – $H = 1.5$ м;

a – підвіска без амортизатора; b – підвіска з амортизатором

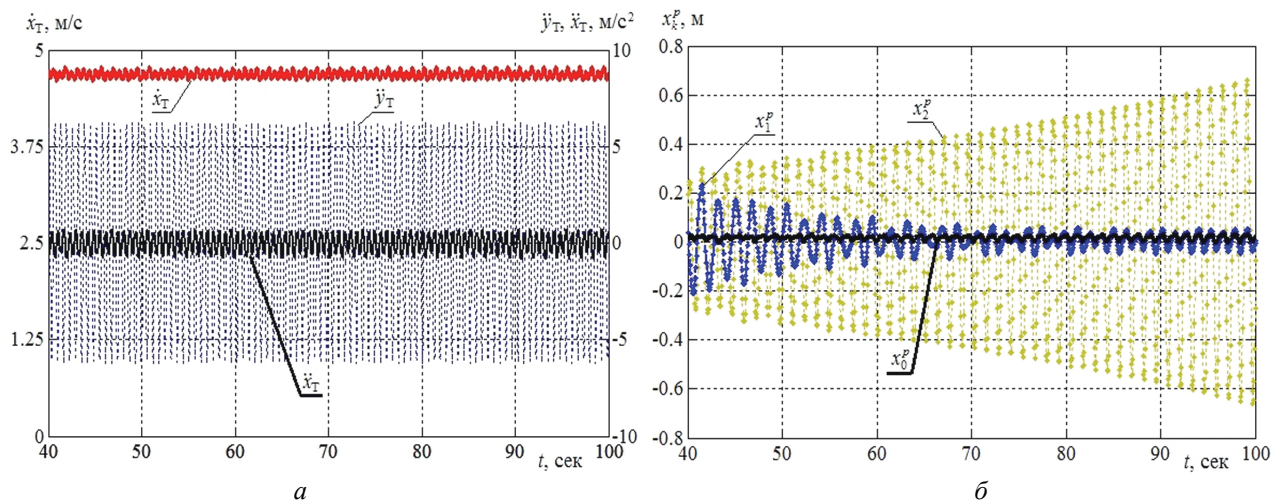


Рисунок 6 – Результати сталого руху трактора з цистерною (без перегородок) при рівні наповнення $H = 1.25$ м: a – залежності курсової швидкості (\dot{x}_T), горизонтального прискорення (\ddot{x}_T), вертикального прискорення (\ddot{y}_T) рами трактора від часу; b – залежності горизонтальних зсувів рідини першого шару (x_0^p), другого шару (x_1^p), третього шару (x_2^p) від часу

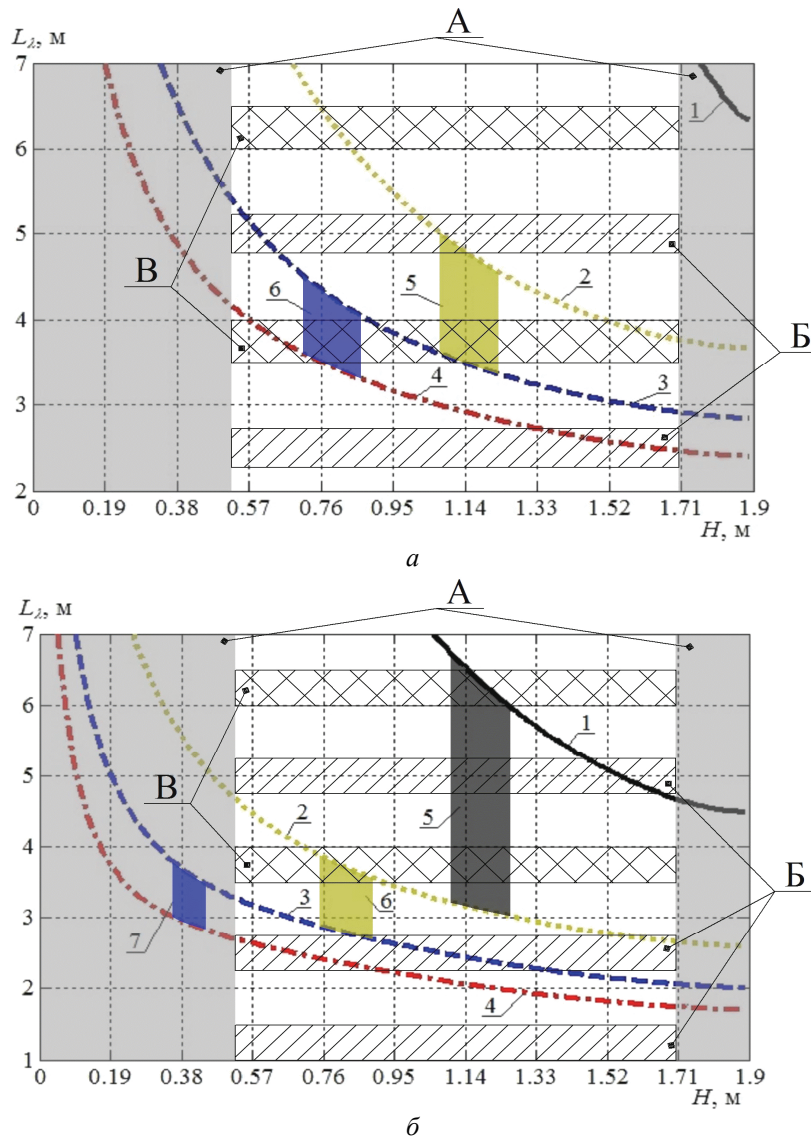


Рисунок 7 – Залежність довжина хвилі мікроколивань від рівня рідини H в цистерні: a – без перегородок; b – з однією перегородкою; 1 – для першого ($k = 0$), 2 – для другого ($k = 1$), 3 – для третього ($k = 2$), 4 – для четвертого ($k = 3$) шарів рідини; 5 – 7 – зони утворення параметричного резонансу

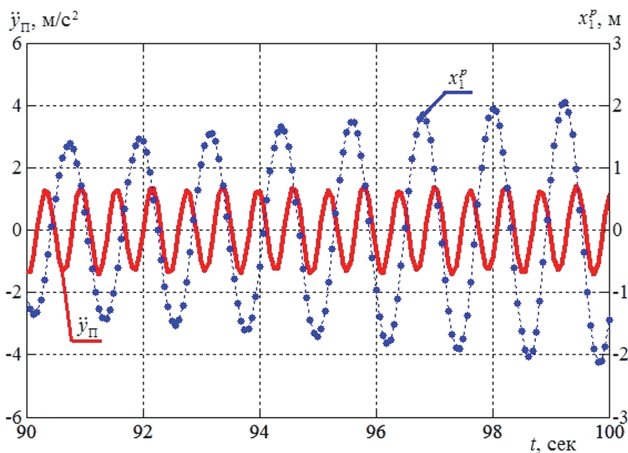


Рисунок 8 – Залежність вертикального прискорення рами цистерни та зсуву другого шару рідини ($k = 1$) від часу

Як видно з рис. 8 параметричний резонанс при русі транспортного засобу утворюється горизонтальним зсувом другого поверхневого шару рідини, який коливається з частотою, що в двічі менша за частоту зміни вертикального прискорення. Це співвідношення відповідає так званому головному параметричному резонансу, але, як відомо, рівняння Мат'є має й інші резонансні рішення. Проте, для їх збудження умова резонансного підсилення з боку підвіски цистерни не виконується, тому на них можна не зважати.

В той же час з'ясована на рис. 4б і проілюстрована на рис. 9 можливість і небезпека утворення параметричного резонансу при транспортуванні рідини колісним трактором з цистерною (яка має поперечну перегородку) вимагає провести додаткове теоретичне і розрахункове дослідження, направлене на надання рекомендацій з уникання цього явища.

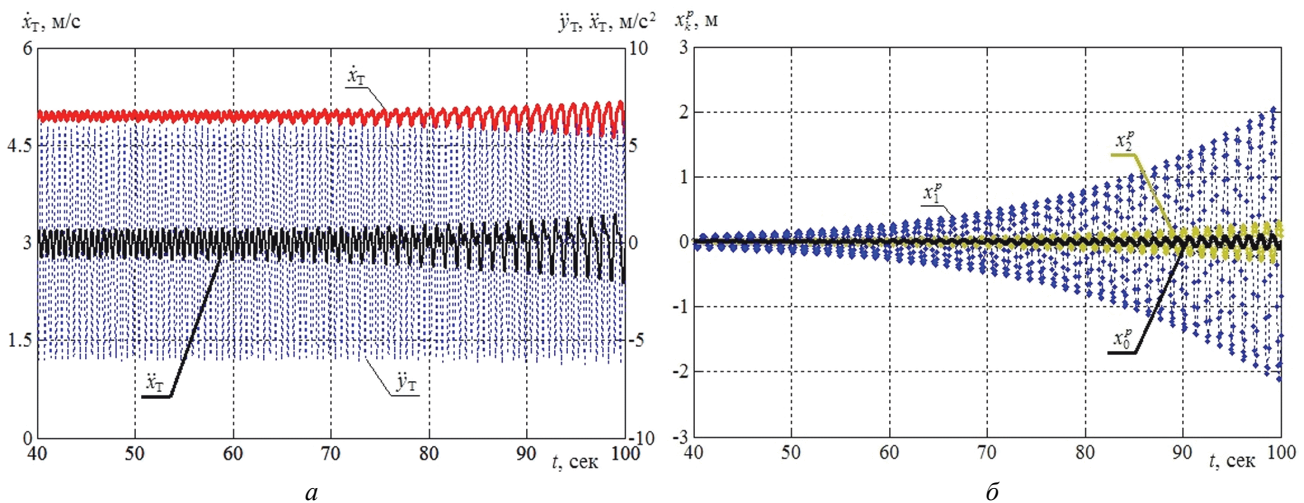


Рисунок 9 – Результати розрахунку сталого руху трактора з цистерною (1 перегородка) при рівні наповнення $H = 1.25$ м: *a* – залежності курсової швидкості (\dot{x}_T), горизонтального (\ddot{x}_T) і вертикального (\ddot{y}_T) прискорення рами трактора від часу; *б* – залежності горизонтальних зсувів рідини першого (x_0^p), другого (x_1^p), третього (x_2^p) шару від часу

Додатковий аналіз і практичні рекомендації. Нестійкість параметричних резонансів. Цей пункт розпочнемо з огляду деякого додаткового матеріалу, отриманого при моделюванні того ж об'єкту дослідження. Як вказано в роботі [7], на прояви параметричного резонансу в ході поперечних коливань цистерни великий вплив здійснює властивість рідини, зокрема її в'язкість. Тому на рис. 10 наведемо аналогічні результати щодо моделювання впливу величини декременту затухань рідини на утворення параметричного резонансу при поздовжньому русі трактора з цистерною.

Порівнюючи результати рис. 9 (отримані при перевезенні води) з рис. 10, *a*, відмітимо, що при зменшенні величини декременту затухань рідини амплітуда параметричного резонансу збільшується, а при підвищенні величини декременту (рис. 10, *б*) явище параметричного резонансу не спостерігається. Така ж тенденція спостерігалася і при дослідженні поперечного руху [7]. Оскільки в сільському господарстві доводиться перевозити рідину різної в'язкості, то практична рекомендація з цього питання може бути така:

ясно, що декремент залежить від амплітуди коливань, і потрібно визначити цю залежність та використовувати її при розрахунках цистерни. І тоді, як можна сподіватися, параметричний резонанс не буде виглядати таким страшним явищем, як його вважають зараз.

Також з цим пов'язаний вплив амплітуди коливань на частоту парціальних осциляторів, про що йдеться у роботі [11]. У роботі також представлена формула для коефіцієнту зміни частоти, яка має такий вигляд:

$$\Delta \nu = \frac{1}{1 + (\Delta A / 8)^2 \Delta H^2 (2y^2 + 3 + 12/y^2 - 9/y^4)}, \quad (3)$$

де

$$\Delta A = \varepsilon_k / h; \quad \Delta H = \beta_k h / \pi; \quad y = th(\pi \Delta H);$$

β_k – хвильове число для k -того парціального осцилятора; ε_k – амплітуда коливань цього осцилятора.

Зазначену амплітуду знаходимо з розв'язку диференційного рівняння

$$\frac{1}{\nu_k} \frac{d(\varepsilon_k^2)}{dt} + \varepsilon_k^2 = [x_k^p(t)]^2. \quad (4)$$

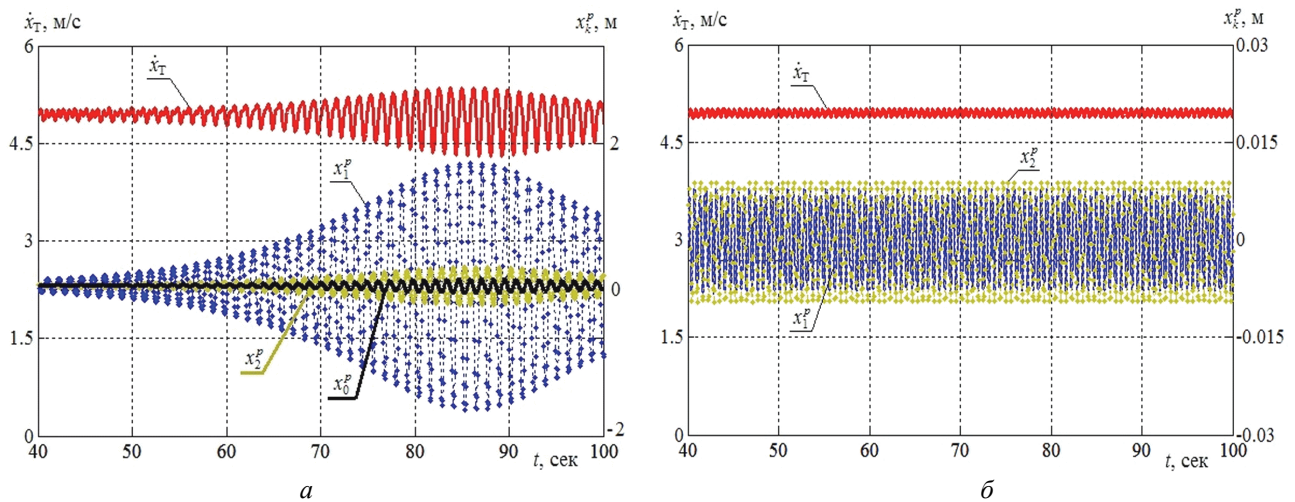


Рисунок 10 – Параметри сталого руху трактора з цистерною (1 перегородка) при рівні наповнення $H = 1.25$ м рідиною: *a* – 20-ти % розчин цукру у воді (декремент загасання 0.08); *б* – рослинна олія (декремент 0.3)

Залежностям (3) відповідають графіки, що зображено на рис. 11. Як бачимо, всі вони мають корені при значенні $\Delta H \approx 0.33$, тобто коли рівень рідини втричі менше за довжину хвилі парціального осцилятора. Саме при такому співвідношенні параметричний резонанс, що розвивається, залишається стійким.

Зони стійкого резонансу було виокремлено на рис. 7. Як бачимо, для цієї коливальної системи вони розташовані далеко від потенційних параметричних резонансів. Тому ті резонанси, що розвиваються, виявляються нестійкими: при збільшенні амплітуди коливань власна частота осцилятора, що резонує, зменшується, і ця обставина обмежує подальший розвиток резонансу в бік необмеженого зростання амплітуди.

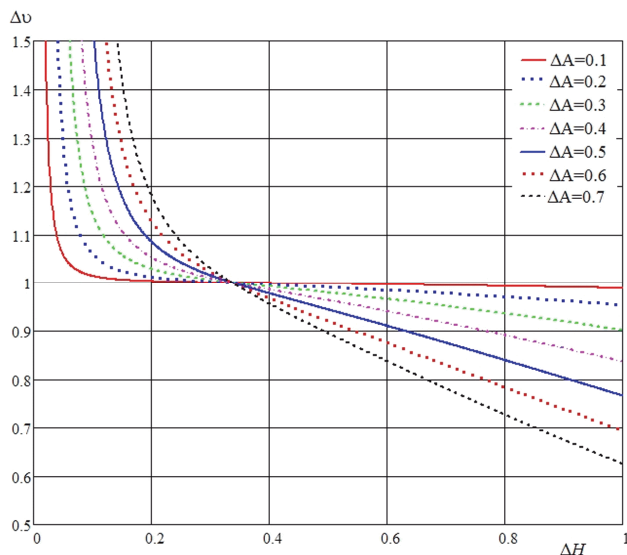


Рисунок 11 – Графіки коефіцієнта $\Delta \nu$ зміни частоти в залежності від відносного рівня рідини ΔH і відносної амплітуди коливань ΔA

Дію описаного вище механізму відстроювання від резонансу проілюстровано на рис. 12, 13. Ми бачимо, як на початку процесу зростає амплітуда коливань другого парціального шару рідини і зменшується

власна частота цього парціального осцилятора (бо величина $\Delta H > 0.33$, і тому коефіцієнт $\Delta \nu$ на рис. 12 падає). Що обмежує розвиток резонансу на рис. 13.

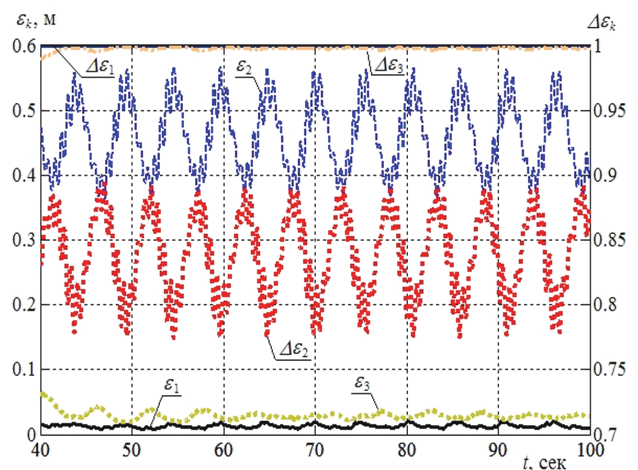


Рисунок 12 – Зміни амплітуд коливань і коефіцієнтів коректування частоти для парціальних осциляторів в процесі сталого руху трактора з цистерною

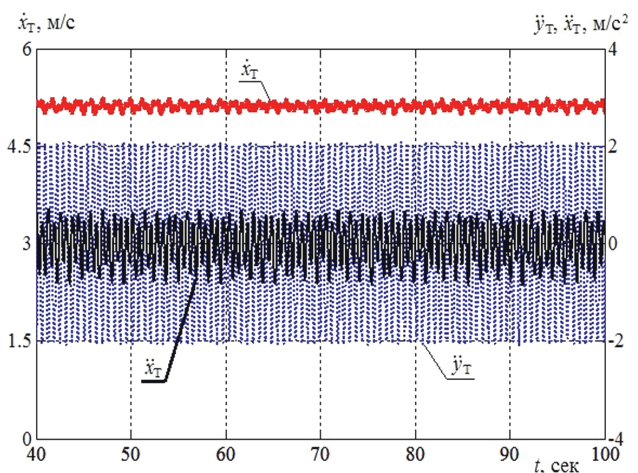


Рисунок 13 – Параметри сталого руху трактора з цистерною після врахування зміни частот парціальних осциляторів

Оскільки на утворення параметричного резонансу значним чином впливає величина довжини хвилі мікроколивань, тоді наведемо результати моделювання при зміні колісної бази транспортного засобу. На рис. 6, 7 величина колісної бази трактора ХТЗ-242К дорівнює 2.86 м, для аналізу збільшимо цю величину до 3.05 м (як у колісного трактора John Deere 8R). Результати наведено на рис. 14.

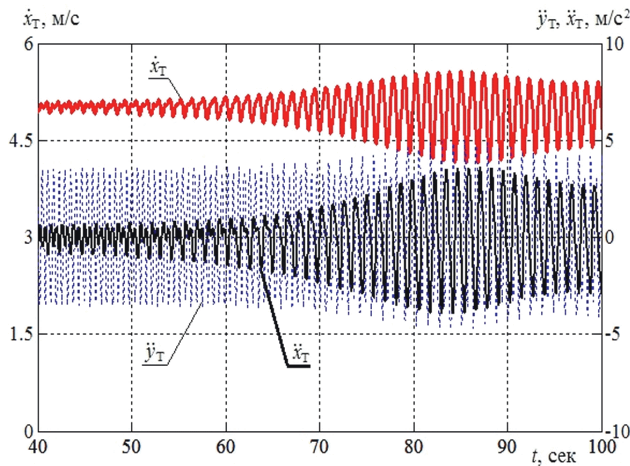


Рисунок 14 – Параметри сталого руху трактора з цистерною (одна перегородка) при рівні рідини $H = 1.25$ м; колісна база 3.05 м

Відмітимо, що при збільшенні колісної бази трактора збільшується швидкість наростання амплітуди параметричного резонансу, що обумовлено збігом величини колісної бази з довжиною хвилі мікроколивань. Результати з рис. 14 є дослідами, адже при збільшенні величини колісної бази необхідно змінювати пружні та дисипативні характеристики трактора.

Але значно більше значення має вибір колісної бази цистерни; у цистерни BSA KTW 20 вона дорівнює 2.5 м. Якщо цю базу можна було збільшити до 4.5 м або зменшити до 1.5 м, то при довжині хвилі $L_\lambda = 3$ м вертикальні коливання будуть відсутніми, і параметричний резонанс, показаний на рис. 10, не відбудеться. Ясно, що виконати таку умову буде складно, тому, зберігаючи наявну колісну базу 2.5 м, на рис. 7 ми виокремили *зони Б*, в яких параметричний резонанс неможливий в принципі.

На противагу зоні Б, там же відмічена *зона В*, у якої амплітуда вертикальних прискорень є найбільшою, а горизонтальні прискорення (з боку нерівностей дороги) відсутні. В цій зоні коливання парціального осцилятора, що резонує, описується однорідним диференціальним рівнянням Мат'є.

Зміна пружних та дисипативних властивостей підресорених і непідресорених мас впливає на загальну коливальну схему будь-якого транспортного засобу. На рис. 15 представлено результати моделювання при зменшенні на 17% пружних характеристик непідресорених мас цистерни.

Як видно з рис. 15, розвиток параметричного резонансу зберігається, але його дія на позадвожній рух трактора нівелюється.

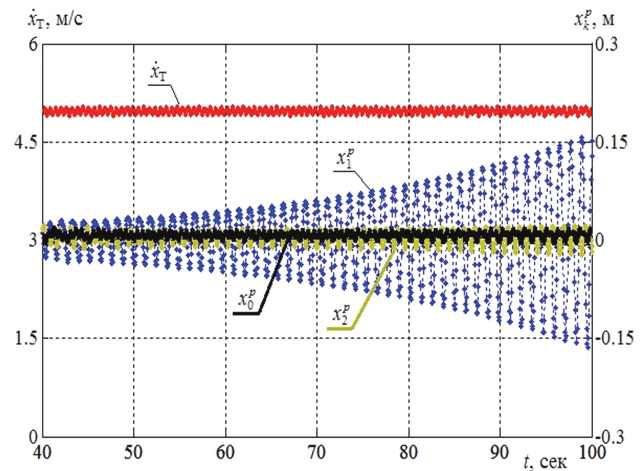


Рисунок 15 – Результати сталого руху трактора з цистерною (1 перегородка, рівень $H = 1.25$ м) при зменшенні пружних властивостей непідресорених мас цистерни

Таким чином, підсумовуючи матеріал цього пункту, можна стверджувати, що у розробників тракторних цистерн є широкий арсенал методів, які унеможливають або уповільнюють та обмежують розвиток параметричного резонансу. Свій вклад в обмеження параметричного резонансу вносить трактор, який в умовах інтенсивних позадвожніх коливань зменшує середню швидкість по причині зростання сил спротиву руху з боку дорожнього покриття. Аналізуючи такий процес за графіками швидкостей руху можна бачити (рис. 14), як трактор з цистерною, умовно кажучи, «в'їждить» в резонансну зону, та згодом «вийжджає» з неї, утворюючи модульовані за амплітудою коливання низької частоти (що подібні до ефектів від *биття частот*, проте, як здається, мають іншу природу).

Залишилось роз'яснити користь від уповільнення розвитку параметричного резонансу. Як бачимо, цей резонанс розвивається за умови збереження відповідної довжини хвилі коливань мікропрофілю дороги, яка утворюється, наприклад, при застосуванні дорожніх плит відповідного розміру або від систематичного проїзду вантажівок по ґрунтовій дорозі. Зрозуміло, що на протяжних ділянках дороги ця умова порушується, і подальший розвиток параметричного резонансу закінчується при невеликих амплітудах коливань.

Достатня умова унеможливлення параметричного резонансу у трактора з цистерною. Підсумовуючи зібраний матеріал можна прийти до висновку, що для аналізу параметричного резонансу, що досліджується, доречно долучити теорію головного резонансу для однорідного рівняння Мат'є [1]. Відповідно до другого парціального осцилятора таке рівняння має вигляд

$$\ddot{x}_1^p + \frac{df_1}{\pi} \omega_1 \dot{x}_1^p + \omega_1^2 (1 + \eta \cdot \cos(2(\omega_1 + \delta\omega)t)) x_1^p = 0, \quad (5)$$

де

$$\eta = A_\lambda (2\omega_1)^2 \cdot \delta A / g; \quad (\omega_1)^2 = g \beta_1 th(\beta_1 h) \approx g \beta_1; \quad \delta\omega \approx 0;$$

df_1 – логарифмічний декремент загасання коливань.

Мінімальне значення безрозмірної амплітуди η , що веде до резонансу, становить

$$\eta_* = \frac{4df_1}{3\pi},$$

звідки отримаємо умову на амплітуду мікропрофілю:

$$A_\lambda \cdot \delta A > \frac{g}{\omega_1^2} \frac{df_1}{3\pi} \approx 0.04 df_1. \quad (6)$$

Якщо декремент $df_1 = 0.03 - 0.05$, що відповідає слабо в'язкій рідині при малій амплітуді коливань, умова (6) легко виконується і без резонансного підсилення δA . Проте, при наявному рівні вертикальних прискорень $0.3 - 0.5 \text{ м/с}^2$ резонанс розвивається дуже повільно, і з цієї причини втрачає стійкість. Інша річ, коли ці прискорення стають більшими 1.5 м/с^2 . Тому переходимо в район точки перетину ліній на рис. 3 і сформуємо наступну умову стійкості: при рівні $h = 0.5H$, тобто при 50 % навантаження цистерни,

$$v_{pr} > v_1. \quad (7)$$

Звідки, використовуючи наближені рівності

$$v_{pr} = \frac{0.5}{2\pi} \sqrt{\frac{c_{pr}}{m_{pr}}} = \frac{0.5}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta_{pr}}}; \quad v_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{\sqrt{g\beta_1}}{2\pi},$$

отримуємо (при встановленні поперечної перегородки):

$$\Delta_{pr} < 0.025a, \quad (8)$$

де Δ_{pr} – це усадка цистерни при 50 % навантаженні.

Для цистерни BSA KTW 20 довжина $a = 7 \text{ м}$, тож максимальна допустима усадка складає $\Delta_{pr} = 0.175 \text{ м}$.

Проте, діючи аналогічно, отримуємо умову параметричної стійкості при поперечних коливаннях:

$$\Delta_{pr} < 0.05b, \quad (8)$$

де у іншому коефіцієнті враховано відсутність поздовжньої перегородки.

У цистерни BSA KTW 20 ширина $b = 1.9 \text{ м}$, і тому, допустима усадка цистерни при її 50 % навантаженні становитиме $\Delta_{pr} = 0.095 \text{ м}$.

Зрозуміло, що з двох отриманих значень Δ_{pr} для подальшого дослідження (і уточнення з використанням розроблених моделей) треба вибрати мінімальне.

Висновки. Моделюється процес транспортування рідкого вантажу в баку або цистерні при наявності поверхні розділу між рідиною і газом. Коливання стінок призводять до перетікання рідини вздовж вільної поверхні і перерозподілу її маси в цистерні.

Показано, що при несприятливих умовах пов'язаних вертикальні і горизонтальні коливання рідини призводять до виникнення параметричного резонансу.

При описі коливань рідини використовується дискретна модель парціальних осциляторів, в яку внесено ряд допустимих спрощень, а також уточнень. Зокрема, враховано вплив амплітуди коливань на власну частоту осцилятора, що надало ефективний метод відстроювання системи, яка досліджується, від параметричного резонансу.

Виконано розрахункове дослідження зміни характеристик руху трактора з цистерною в околиці параметричного резонансу.

Розроблено систему пропозицій щодо недопущення виникнення та уповільнення розвитку параметричного резонансу в транспортному засобі для перевезення рідини у цистерні.

Список літератури

1. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. Москва: Гостехиздат, 1956. 500 с.
2. Бутиков Е.И. Параметрический резонанс. Компьютерные инструменты в образовании (3). 2009. С. 18-36.
3. Кручинин П.А., Злочевский С.И., Дербаремдикер А.Д. О возбуждении параметрических колебаний управляемых колес. Вестник Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 1987. № 3. С. 27-32.
4. Дербаремдикер А.Д., Кручинин П.А. О подавлении параметрических колебаний управляемых колес. Вестник Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 1985. № 3. С. 56-61.
5. Щербаков В.И. Исследование параметрических колебаний автомобильного колеса. Известия Моск. гос. техн. ун-та. 2014. № 4. С. 99-102.
6. Держанский В.Б., Волков А.А., Тараторкин А.И., Тараторкин И.А. Экспериментальное исследование динамической нагруженности приводов водометов амфибийных машин. Вестник Курганского гос. ун-та. 2015. № 3. С. 41-45.
7. Кожушко А.П., Григор'ев О.Л. Основні принципи математичного моделювання динаміки транспортування рідкого вантажу та дослідження на параметричний резонанс в умовах перерозподілу мас в цистерні. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. 2020. № 1. С. 13-30.
8. Шимановский А.О. Конструктивные решения, обеспечивающие безопасность движения цистерн (обзор). Проблемы машиностроения и автоматизации. 2009. № 1. С. 44-59.
9. Кожушко А.П., Григор'ев О.Л. Моделирование пов'язаних коливань колісного трактора та цистерни з рідиною на прямому шляху зі складним рельєфом. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. 2018. № 27. С. 34-61.
10. Кожушко А.П., Григор'ев О.Л. Математичне моделювання низькочастотних коливань в'язкої рідини в горизонтальній ємності з вільною поверхнею. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. 2018. № 3. С. 41-51.
11. Мусеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. Москва: Вычислительный центр АН СССР, 1966. 269 с.

References (transliterated)

1. Bolotin V.V. Dinamicheskaya ustoychivost uprugih sistem. Moscow : Gostehizdat, 1956. 500 p.
2. Butikov E.I. Parametricheskij rezonans. Kompyuternye instrumentyi v obrazovanii (3). 2009. P. 18-36.
3. Kruchinin P.A., Zlochevskiy S.I., Derbaremdiker A.D. O voz-buzhdenii parametricheskikh kolebaniy upravlyaemykh koles. Vestnik Mosk. un-ta. Ser. 1, Matematika. Mehanika. 1987. № 3. P. 27-32.
4. Derbaremdiker A.D., Kruchinin P.A. O podavlenii parametricheskikh kolebaniy upravlyaemykh koles. Vestnik Mosk. un-ta. Ser. 1, Matematika. Mehanika. 1985. № 3. P. 56-61.
5. Scherbakov V.I. Issledovanie parametricheskikh kolebaniy avtomobilnogo kolesa. Izvestiya Mosk. gos. tehn. un-ta. 2014. № 4. P. 99-102.
6. Derzhanskiy V.B., Volkov A.A., Taratorkin A.I., Taratorkin I.A. Eksperimentalnoe issledovanie dinamicheskoy nagruzhennosti privodov vodometov amfibiyniyh mashin. Vestnik

Kurganskogo gos. un-ta. 2015. № 3. P. 41-45.

7. *Kozhushko A.P., Gryhoriev A.L.* Osnovni pryntsypy matematychnoho modeliuвання dynamiky transportuvannya rидkoho vantazhu ta doslidzhennia na parametrychnyi rezonans v umovakh pererозpodilu mas v tsystemi. Visnyk NTU «KhPI». Serii: Dynamika ta mitsnist mashyn. 2020. № 1. P. 13-30.

8. *Shimanovskiy A.O.* Konstruktivnyie resheniya, obespechivayuschie bezopasnost dvizheniya tsistem (obzor). Problemy mashinos-troeniya i avtomatizatsii. 2009. № 1. P. 44-59.

9. *Kozhushko A.P., Gryhoriev A.L.* Modeliuвання poviazanykh kolyvan kolisnoho traktora ta tsystemy z ridynoiu na priamomu shliakhu zi skladnym reliefom. Visnyk NTU «KhPI».

Serii: Matematychno modeliuвання v tekhnitsi ta tekhnolohii-akh. 2018. № 27. P. 34-61.

10. *Kozhushko A.P., Gryhoriev A.L.* Matematychno modeliuвання nyzkочastotnykh kolyvan viazkoi ridyny v horyzontalnoi yemnosti z vilnoiu poverkhnei. Visnyk NTU «KhPI». Serii: Matematychno modeliuвання v tekhnitsi ta tekhnolohii-akh. 2018. № 3. P. 41-51.

11. *Moiseev N.N., Petrov A.A.* Chislennyye metodyi rascheta sobstvennykh chastot kolebaniy ogranichennogo ob'ema zhidkosti. Moscow: Vyichislitelnyy tsentr AN SSSR, 1966. 269 p.

Надійшла (received) 28.09.2020

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Кожушко Андрій Павлович (Кожушко Андрей Павлович, Kozhushko Andriy Pavlovych) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». Тел.: (057) 707-64-64. E-mail: Andreykozhushko7@gmail.com.

Григор'єв Олександр Львович (Григорьев Александр Львович, Grigoriev Alexander Lvovich) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». Тел.: (057) 707-60-35. E-mail: kpi.mmtt@gmail.com.