УДК 531.1 DOI: https://doi.org/10.20998/2078-9130.2020.1.221709

Ю.М. АНДРЕЕВ, А.А. ЛАРИН, А.В. ЧИСТИЛИНА, К.В. ИВАНЧЕНКО

РАСЧЕТЫ СИСТЕМ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ СРЕДСТВАМИ ССКА КИДИМ В НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ

В работе рассматривается задача виброизоляции прибора, установленного на четырех трехстепенных нелинейных упругих амортизаторах, как пример виброизоляции дискретной системы произвольной структуры с несколькими нелинейностями. Приводится принцип описания механических моделей построения дифференциальных уравнений движения, линеаризации инерционных и упругих слагаемых, которые реализованы в ССКА КиДиМ. После формирования линейной многомассовой математической модели программный комплекс КиДиМ проводит расчеты свободных колебаний, представляя результаты в виде скелетных кривых. Приводится пример решения задачи анализа указанной выше вибрmicзащитной системы прибора, совершающего пространственные колебания.

Ключевые слова: виброизоляция приборов, нелинейные упругие амортизаторы, произвольные дискретные системы, компьютерная алгебра, скелетные кривые систем с несколькими нелинейностями, пространственные колебания

Ю. М. АНДРЄЄВ, А.О. ЛАРІН, Г.В. ЧИСТІЛІНА, К.В. ІВАНЧЕНКО

РОЗРАХУНКИ СИСТЕМ ВІБРОІЗОЛЯЦІЇ ЗАСОБАМИ ССКА КІДИМ В НЕЛІНІЙНІЙ ПОСТАНОВЦІ

В роботі розглядається задача віброізоляції приладу, встановленого на чотирьох триступеневих нелінійних пружних амортизаторах, як приклад віброізоляції дискретної системи довільної структури з декількома нелинійностями. Наводиться принцип опису механічних моделей побудови диференціальних рівнянь руху, лінеаризації інерційних і пружних доданків, які реалізовані в ССКА КіДиМ. Після формування лінійної багатомасової математичної моделі програмний комплекс КіДіМ проводить розрахунки вільних коливань, представляючи результати у вигляді скелетних кривих. Наводиться приклад розв'язання задачі аналізу зазначеної вище віброзахисної системи приладу, що здійснює просторові коливання.

Ключові слова: віброізоляція приладів, нелінійні пружні амортизатори, довільні дискретні системи, комп'ютерна алгебра, скелетні криві систем з декількома нелинійностями, просторові коливання.

Y.M. ANDREEV, A.A. LARIN, G.V. CHISTILINA, K.V. IVANCHENKO

CALCULATIONS OF VIBRATION ISOLATION SYSTEMS BY MEANS OF SCAS KIDYM IN A NONLINEAR SETTING

The problem of vibration isolation of a device installed on four three-degree elastic shock absorbers with nonlinear characteristics, as an example of vibration isolation of a discrete system of arbitrary structure with several nonlinear elastic shock absorbers is considered in given paper. An analytical description of mechanical models is applied According to this description a special computer algebra system KiDyM (SCAS KiDyM) constructs differential equations of motion, linearizes inertial and elastic terms by means of elimination of the first small terms, carrying out harmonic linearization of the second one. After getting linear multi-mass mathematical model, the KiDyM software package performs calculations of free vibrations and presents the results in the form of skeletal curves. It allows to determine their sensitivity to the values of elastic and inertial parameters, It makes possible to carry out a cycle of calculations with varying model parameters to achieve optimal characteristics of the vibration protection system by shear and deformation of skeletal curves. An example of the problem analysis solution to the above-mentioned vibration protection system of a device performing spatial vibrations is given. Thus, the system contains 12 nonlinearities. The method for determining the experimental elastic characteristics for specimens of two types of shock absorbers is described. The possibilities of narrowing the spectrum of free vibrations by taking into account the nonlinearity of shock absorbers and the problem of skeletal curves construction of systems with several nonlinearities with generalized coordinates as the main coordinates of the oscillatory system.

Keywords: vibration isolation of devices, nonlinear elastic shock absorbers, arbitrary discrete systems, computer algebra, skeletal curves of systems with several nonlinearities, spatial vibrations.

Введение. Важнейшей проблемой при создании навигационных гироскопических систем для авиационной и ракетно-космической техники является их вибро- и ударозащита. Проектирование систем виброизоляции включает в себя выбор амортизаторов, их рациональное размещение на изолируемом объекте и последующие расчеты свободных и вынужденных колебаний при различных динамических воздействиях на объект. Эти воздействия имеют сложный характер. Наряду с периодическим высокочастотным полигармоническим возбуждением от работы двигателей, они могут быть ударными, низкочастотными, а также носить случайный характер. Такое возбуждение возникает при маневрах или перевозке изделия [1], а также при работе приборов, что уменьшает их качественные показатели.

Изучение задачи виброизоляции существенно усложняется при использовании амортизаторов с нелинейными упруго-диссипативными характеристиками. Это связано не только со сложностью решения систем нелинейных уравнений, описывающих динамическое поведение системы, но и со специфическими явлениями, возникающими в нелинейных системах. К ним относятся срыв или затягивание резонансных колебаний, множественность решений, супер- и субгармонические колебания и др.

Часто при исследовании систем виброизоляции используются примитивные одномерные модели, а учету нелинейностей амортизаторов практически не уделено внимания [2]. В связи с этим рассмотрение влияния нелинейных характеристик упругой подвески приборов на качественные и количественные показатели системы виброизоляции является актуальной задачей с элементами новизны.

Постановка задачи. Ставится задача подобрать параметры амортизаторов таким образом, чтобы минимизировать колебания приборов. Задача рассматривается в нелинейной постановке, при этом модель является пространственной. Задача заключается в определении упругих и диссипативных характеристик виброизоляторов из условия воздействий, передаваемых прибору от летательного аппарата. Решение этой задачи включает: определение собственных частот и форм колебаний системы, определение коэффициентов чувствительности [АШ синтез], жесткостных параметров виброизоляторов и, наконец, расчет вынужденных колебаний корпуса прибора.

В работе рассматривается задача виброизоляции дискретных систем произвольной структуры с несколькими нелинейными упругими амортизаторами. Используется аналитическое описание механических моделей [3-5], по которому специальная система компьютерной алгебры КиДиМ (SCAS KiDyM) [3] строит дифференциальные уравнения движения, проводит гармоническую линеаризацию упругих нелинейностей, исключает малые члены, проводит расчеты свободных колебаний, представляя результаты в виде скелетных кривых, определяет чувствительность частот к упругим и инерционным параметрам, дает возможность провести цикл расчетов с варьированием параметров модели для достижения оптимальных характеристик виброзащитной системы путем сдвига и деформации скелетных кривых. Отдельные вопросы предлагаемого подхода изложены в работах [6-11]. В работе [7] изложен алгоритм построения скелетных кривых для цепных систем, частным случаем которого является алгоритм, предложенный в работе [6]. В работе [8] дано первое доказательство определения коэффициентов чувствительности частот свободных колебаний произвольных дискретных линейных систем по отношению к значениям инерционных и упругих элементов модели, где используются для этого структурные матрицы. В работах [9-12] сделана попытка обобщить методы решения комплексной задачи виброизоляции изделий на их дискретных моделях. В данной работе приводится пример такой методики для расчета виброзащитной системы прибора, совершающего пространственные колебания на четырех нелинейных упругих амортизаторах, характеристики которых определяются экспериментально. Таким образом система содержит 12 нелинейностей. Изложена методика определения экспериментальной упругой характеристики для двух типов амортизаторов.

Механическая и математическая модель рассматриваемых систем. Для проведения динамических расчетов системы виброизоляции используются дискретные модели. Это позволяет использовать минимальное число степеней свободы, что отражает наиболее существенные механические свойства конструкции. Но при этом дискретные модели позволяют рассмотреть в рамках одной постановки очень сложные взаимодействия частей механической системы, с учетом различных связей, в том числе нестационарных и неголономных. Такие модели позволяют вполне адекватно моделировать условия эксплуатации различных деталей механизмов и машин и получить значения действующих в них сил. Дальнейшее решение задачи, т.е. определение напряжений и деформаций, может быть получено с помощью уточненных континуальных или конечноэлементных моделей. Большое значение здесь также имеет возможность составления универсальных дискретных механических моделей, чтобы, используя их, решить комплекс задач анализа и синтеза.

В работе применяется компьютерное моделирование дискретных механических систем, основанное на применении структурных матриц, введенных еще в 70 – 80-е гг. прошлого века в трудах Л.И. Штейнвольфа и В.Н. Митина [13]. Такой подход является развитием идей Й. Виттенбурга [14], В.В. Величенко [15], В.А. Коноплева [16], а также Т. Кана и Д. Левинсона [17]. Однако в работах вышеупомянутых ученых отсутствует единый подход для получения математической модели с учетом связей любого вида в обобщенных и псевдокоординатах. Такой универсальный подход был реализован в программном комплексе КиДиМ, созданном на протяжении 1980 – 1990 гг. под руководством профессора Л.И. Штейнвольфа и распространенный на более общий класс систем Ю.М. Андреевым [3-5].

Главный вектор и главный момент сил инерции каждого i–го тела системы представляются приведенными к центру масс:

$$\vec{R}_i^u = -m_i \ddot{\vec{r}}_{C_i}\,; \; \vec{M}_i^u = -\left(\left[\vec{J}_i\right] \cdot \vec{\varepsilon}_i^{(i)} + \vec{\omega}_i^{(i)} \times \left[\vec{J}_i\right] \cdot \vec{\omega}_i^{(i)}\right). \quad (1)$$

Здесь m_i – масса, $\vec{r}_{C_i}$ – радиус-вектор центра масс, $\vec{\omega}_i^{(i)}, \vec{\varepsilon}_i^{(i)}$ – векторы угловой скорости и углового ускорения, $\left[\vec{J}_i^{(i)}\right]$ – тензор инерции для центра масс. Векторы угловой скорости и тензор инерции задаются в связанной с этим телом центральной системе координат (СК). Осями координат в таких системах чаще всего используются главные центральные оси инерции i-го тела, хотя это не обязательно. Радиус-вектор центра масс задается своими координатами в абсолютной неподвижной СК, как записано в формуле (1), но могут использоваться и проекции на оси указанной выше связанной СК.

Обобщенные силы инерции i-го тела, отвечающие обобщенным координатам системы, получаются аналитическим приведением в виде:

$$-\mathbf{Q}_i^u = \left[\frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \mathbf{q}}\right]^T m_i \ddot{\vec{r}}_{C_i} + \left[\frac{\partial \vec{\omega}_i^{(i)}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right]^T \left(\left[\vec{J}_i\right]\cdot \vec{\varepsilon}_i^{(i)} + \vec{\omega}_i^{(i)} \times \left[\vec{J}_i\right]\cdot \vec{\omega}_i^{(i)}\right). \quad (2)$$

Приравнивая эти обобщенные силы инерции обобщенным активным силам получаются динамические уравнения ССКА КиДиМ для голономных или неголономных дискретных механических систем на основе общего вариационного уравнения механики, можно представить в виде [16, 31]:

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\mathbf{W}_{\vec{R}_i^u}^T m_i \ddot{\vec{r}}_{C_i} + \mathbf{W}_{\vec{M}_i^u}^T \left(\left[\vec{J}_i\right]\cdot \vec{\varepsilon}_i^{(i)} + \vec{\omega}_i^{(i)} \times \left[\vec{J}_i\right]\cdot \vec{\omega}_i^{(i)}\right)\right\} = \mathbf{W}_P^T \mathbf{P}, \quad (3)$$

где $\mathbf{W}_{\vec{R}_i^u}^T, \mathbf{W}_{\vec{M}_i^u}^T, \mathbf{W}_P^T$ – транспонированные структурные матрицы сил инерции, моментов сил инерции i-го тела и активных сил системы соответственно, приводящие локальные координаты, в которых заданы указанные силы и моменты к обобщенным координатам системы;

$\vec{r}_{C_i}, \vec{\omega}_i^{(i)}, \vec{\varepsilon}_i^{(i)}$ – радиус-вектор центра масс, угловая скорость и угловое ускорение i-го тела, причем радиус-вектор центра масс задается в абсолютной СК, а угловая скорость и угловое ускорение – в связанной главной центральной СК i-го тела;

$m_i, \left[\vec{J}_i\right]$ – масса и диагональный тензор инерции i-го тела в его связанной главной центральной СК;

P – матричный вектор, содержащий значения (характеристики) активных сил и моментов сил системы – проекции таких сил и моментов на локальные СК тел.

Аналитические выражения структурных матриц формируются дифференцированием

– для сил инерции – декартовых координат радиус-вектора центра масс i-го тела по вектору обобщенных координат $\mathbf{W}_{\vec{R}_i^u} = \left[\frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \mathbf{q}}\right]$;

– для моментов сил инерции – вектора угловой скорости i-го тела по вектору обобщенных координат $\mathbf{W}_{\vec{M}_i^u} = \left[\frac{\partial \vec{\omega}_i^{(i)}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right]$;

– для активных сил системы – вектора координат силовых элементов по вектору обобщенных координат $\mathbf{W}_\mathbf{P} = \frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \mathbf{q}}$.

Таким образом, механическая модель широкого класса дискретных систем с геометрическими и кинематическими, голономными и неголономными, стационарными и нестационарными, удерживающими и неудерживающими связями может быть представлена совокупностью инерционных, упругих, диссипативных и силовых элементов [3], [18]. При этом математическая модель может быть автоматически сформирована по такому описанию компьютерными средствами [4] в виде (3).

Для рассмотрения вибрационных задач среди активных сил специально выделяются линейные силы упругости и диссипации, обобщенные силы которых переносятся в левую часть, а также силы возбуждения колебаний, обобщенные силы которых оставляются в правой части

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\mathbf{W}_{\vec{R}_i}^{u\,T} m_i \cdot \ddot{\vec{r}}_{C_i} + \mathbf{W}_{\vec{M}_i}^{u\,T} \left(\left[\vec{J}_i\right]\cdot \vec{\varepsilon}_i^{(i)} + \vec{\omega}_i^{(i)} \times \left[\vec{J}_i\right]\cdot \vec{\omega}_i^{(i)}\right)\right\} + \\ + \mathbf{W}_D^T\left[\mathbf{D}\right]\dot{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{W}_C^T\left[\mathbf{C}\right]\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{W}_F^T \mathbf{P}(t). \quad (4)$$

На базе приведенного способа описания механических моделей создана специальная СКА, способная эффективно решать комплекс задач о свободных и вынужденных линейных и нелинейных колебаний структурно сложных систем твердых тел, как с голономными, так и неголономными связями с плоским и пространственным движением звеньев. Составление перечисленных списков не вызывает трудностей, а алгоритмы обработки списков формализованы средствами проблемно-ориентированного языка C++, на котором реализована СКА. Заданная списками информация о системе обладает податливостью и вариативностью, что позволяет СКА автоматически построить уравнения динамики систем и провести аналитическую диагностику механической модели.

Для исследования малых колебаний уравнения (4) упрощаются путем линеаризации, прежде всего, инерционных слагаемых. Во-первых, отбрасываются слагаемые $\vec{\omega}_i^{(i)} \times \left[\vec{J}_i\right]\cdot \vec{\omega}_i^{(i)}$ не только как малые члены, но и с точки зрения поиска собственных частот системы, т.е. частот системы при одночастотных главных колебаниях, при которых все произведения частот, входящие в эти выражения будут равны нулю. Во-вторых, выражения для ускорений центров масс тел и скоростей в диссипативных членах представляются линейными выражениями относительно обобщенных ускорений и обобщенных скоростей. Поэтому из (4) следуют уравнения малых колебаний в обобщенных координатах вида:

$$\mathbf{W}_J^T\left[\mathbf{J}\right]\mathbf{W}_J\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{W}_D^T\left[\mathbf{D}\right]\mathbf{W}_D\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{W}_C^T\left[\mathbf{C}\right]\boldsymbol{\gamma}\left(\mathbf{q}\right) = \mathbf{F}(t). \quad (5)$$

Остающиеся нелинейные упругие члены подвергаются в дальнейшем гармонической линеаризации (см. ниже) или обычной, если имеет место близость нелинейных упругих характеристик к линейным.

После удаления из (5) диссипативных и возбуждающих колебания слагаемых справа получаются уравнения свободных колебаний указанного класса систем

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = 0,$$

с динамическими матрицами инерции

$$\mathbf{M} = \mathbf{W}_J^T\left[\mathbf{J}\right]\mathbf{W}_J$$

и упругости

$$\mathbf{K} = \mathbf{W}_C^T\left[\mathbf{C}\right]\mathbf{W}_c.$$

Поэтому задача о свободных колебаниях решается как полная или частичная проблема собственных значений

$$\mathbf{K}\mathbf{q}_0 = \omega^2 \mathbf{M}\mathbf{q}_0,$$

где ω, $\mathbf{q}_0$ – соответственно собственная частота и собственный вектор. Решение осуществляется известными численными методами линейной алгебры. Это позволяет не только определить спектр собственных частот и формы колебаний, но и получить коэффициенты чувствительности частот к упругим и инерционным параметрам системы [8], что имеет важное значение в задачах синтеза.

Подстановка в матричное уравнение (5) возбуждения по гармоническому закону и вида решения в комплексном виде

$$\mathbf{q}(t)=\sum_{j=1}^{n}\mathbf{q}_{cj}\cos(j\omega t)+i\cdot\mathbf{q}_{sj}\sin(j\omega t)$$

приводит к системе алгебраических уравнений для нахождения амплитуд решения задачи на вынужденные колебания

$$\{[\mathbf{K}-\left(j\omega\right)^{2}\mathbf{M}]-i(j\omega)\mathbf{B}\}\cdot(\mathbf{q}_{cj}+i\mathbf{q}_{sj})=(\mathbf{F}_{cj}+i\mathbf{F}_{sj})\,. \quad (6)$$

Тривиальным преобразованием уравнения (5) преобразуются к форме Коши для последующего интегрирования различными численными методами (например, Адамса или Рунге-Кутта).

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{q}}=\mathbf{v};\\ \dot{\mathbf{v}}=\mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{F}-\mathbf{K}\mathbf{q}\right).\end{cases}$$

Вычислительная эффективность предложенного алгоритма находится на достаточно высоком уровне благодаря использованию обобщенных.

Метод гармонической линеаризации. Для одного твердого тела – прибора, укрепленного на упругих амортизаторах, совершающего пространственные колебания, учтем в модели только силы инерции и упругости. В этом случае уравнения из [4] (1) совпадают с векторными уравнениями, следующими из теоремы о движении центра масс и теоремы моментов

$$\begin{gathered}m\vec{a}_C+\vec{f}_i\left(\Delta\vec{r}_i\right)=0;\\ \left[\mathbf{J}\right]\vec{\varepsilon}+\vec{\omega}\times\left[\mathbf{J}\right]\vec{\omega}+\vec{r}_i\times\vec{f}_i\left(\Delta\vec{r}_i\right)=0,\end{gathered} \quad (7)$$

где m, [**J**] – масса и диагональный центральный тензор инерции прибора, $\vec{f}_i\left(\Delta\vec{r}_i\right)$ – совокупность упругих характеристик амортизаторов по трем взаимно перпендикулярным осям, i – номер амортизатора, $\Delta\vec{r}_i$ – вектор деформаций амортизаторов в главной центральной системе координат.

При расчетах свободных колебаний интерес представляют только главные колебания – это поступательные перемещения прибора вдоль главных центральных осей и вращательные – вокруг этих осей. Отсюда следует, что обобщенные координаты – декартовые координаты центра масс и малые углы поворота вокруг координатных осей являются нормальными координатами. Поэтому второе слагаемое во втором уравнении (7), как уже говорилось выше, всегда равно нулю. Формы колебаний по обобщенным координатам представляют собой в этом случае векторы только с одной ненулевой компонентой, соответствующей одной нормальной координате – координате поступательного или вращательного колебания прибора. В результате уравнения (7) приобретают вид

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{F}(\mathbf{q})=0\,, \quad (8)$$

где $\mathbf{M}$ – матрица инерции, а $\mathbf{F}(\mathbf{q})=\mathbf{W}_C^T\left[\mathbf{C}\right]\gamma\left(\mathbf{q}\right)$ – вектор-функция упругих нелинейностей из (5).

Метод гармонической линеаризации заключается в замене вектор-функции $\mathbf{F(q)}$ произведением $\mathbf{C}(\mathbf{A}_n)\mathbf{q}$, где $\mathbf{C}(\mathbf{A}_n)$ – матрица жесткостей, которая зависит от собранных в вектор амплитуд колебаний нелинейных упругих амортизаторов. Поэтому для одной нелинейности в системе все скелетные кривые вычисляются решением полной проблемы собственных значений для систем уравнений общего вида

$$\mathbf{C}(A_{n1})\mathbf{A}_{\mathbf{q}}=\omega^2\mathbf{M}\mathbf{A}_{\mathbf{q}}\,,$$

где $\mathbf{A}_{\mathbf{q}}$ – форма колебаний по всем обобщенным координатам, $\mathbf{C}(\mathbf{A}_{n1})$ – матрица жесткостей, компоненты которой определяются амплитудой одного нелинейного участка. Для системы с несколькими нелинейностями матрица жесткостей $\mathbf{C}(\mathbf{A}_n)$ определяется амплитудами колебаний всех нелинейных участков, т.е. формой колебаний $\mathbf{A}_n$, отвечающей искомой собственной частоте. Поэтому каждая скелетная кривая здесь строится отдельно от других и для каждого уровня колебаний надо еще найти эту форму, дающую по методу гармонической линеаризации такие эквивалентные жесткости на нелинейностях, чтобы получаемая форма колебаний $\mathbf{A}_{\mathbf{q}}$ включала именно эту форму колебаний на нелинейностях. Таким образом для каждого уровня колебаний, определяемого амплитудой одного из нелинейных участков или амплитудой колебаний одной из обобщенных координат нужно использовать некоторый алгоритм поиска такой формы колебаний нелинейных участков. Это можно сделать по методу последовательных приближений (методу простой итерации, предложенному Коловским [6]), методу касательных Ньютона-Канторовича, реализованному в данной работе, и т.д.

Особенностью рассматриваемого примера является то, что обобщенные координаты есть нормальные координаты, колебания ими описываемые происходят по формам, содержащим только одну из координат. Поэтому построить все скелетные кривые в зависимости от амплитуды колебаний одного упругого нелинейного элемента или амплитуды колебаний одной обобщенной координаты не представляется возможным. Каждая кривая может строится только от ненулевой амплитуды колебаний нормальной координаты, соответствующей номеру кривой, или от амплитуды нелинейного участка, непосредственно зависящей от амплитуды такой нормальной координаты. Это существенно усложняет алгоритм поиска указанных выше амплитуд нелинейных элементов, особенно при наличии кратных частот и при «пересечении» скелетных кривых [7]. В таких случаях соседние кривые обмениваются формами, и ненулевая амплитуда нелинейного участка или обобщенной координаты становится узлом, и дальнейший расчет требует смены участка или координаты.

Экспериментальное определение упругих характеристик амортизаторов. Для проведения расчетов необходимо знать упругие характеристики амортизаторов, на которых установлен прибор. Согласно паспортным данным для амортизаторов К171-14А и

SP5120HDS-A заданы по две собственные частоты f_1 и f_2 при действии статических нагрузок P_1 и P_2, действующих в продольном и радиальном направлениях. Также указана величина деформации амортизаторов в продольном направлении при действии нагрузки P_2. Из условия симметрии упругой характеристики и из приведенных данных можно предположить, что упругая характеристика имеет вид полинома 5-й степени

$$F = ax^5 + bx^3 + dx\ ,$$

содержащего только нечетные степени. Здесь x – деформация амортизатора. Используя данные одного из амортизаторов, были рассчитаны коэффициенты a, b, d такого представления упругой характеристики. Рассчитанная упругая характеристика $F(x)$, Н и локальная жесткость $C = F'_x(x)$, Н/мм в диапазоне деформаций $x \in [0,1]$ мм такого амортизатора приведены на рис. 1 и 2.

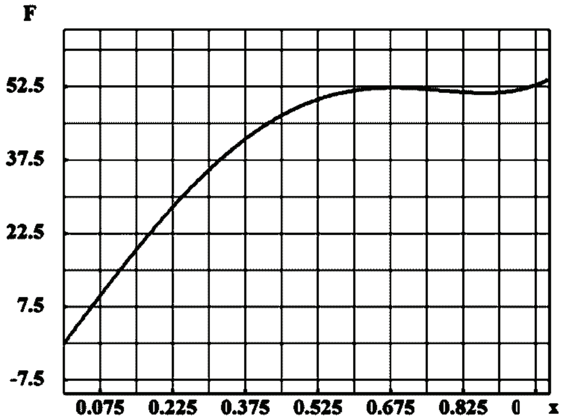


Рисунок 1 – Расчетная упругая характеристика амортизатора

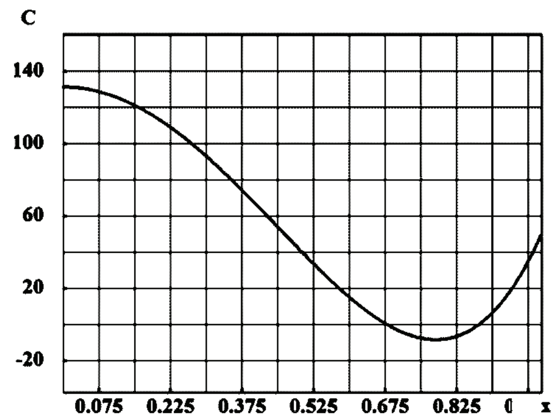


Рисунок 2 – Расчетная динамическая жесткость амортизатора

Полученные результаты плохо физически обусловлены. Падающий участок в упругой характеристике, и отрицательная динамическая жесткость трудно поддаются объяснению. В связи с этим было принято решение экспериментально определить упругие характеристики амортизаторов. Для этого была собрана установка (рис. 3), в которой с помощью плоских грузиков изменялась (уменьшалась от максимального значения в 15 Н до 0) продольно или радиально приложенная сила, деформирующая амортизатор. С помощью индикатора перемещения часового типа измерялось перемещение опорной точки амортизатора. Было проведено по четыре эксперимента с амортизаторами двух типов. В результате обработки данных по методу наименьших квадратов построены упругие характеристики этих амортизаторов. На рис. 4 и 5 представлены продольная и поперечная жесткости (в Н/мм) амортизатора К171-14А. Для амортизатора SP5120HDS-A эти характеристики примерно на порядок выше.

Рисунок 3 –Экспериментальная установка

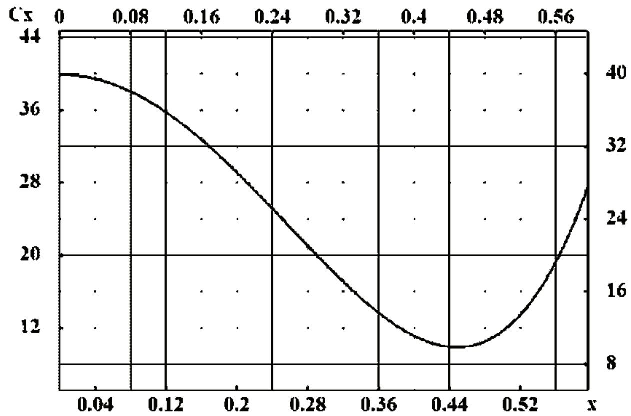


Рисунок 4 – Экспериментальная продольная жесткость амортизатора К171-14А в Н/мм

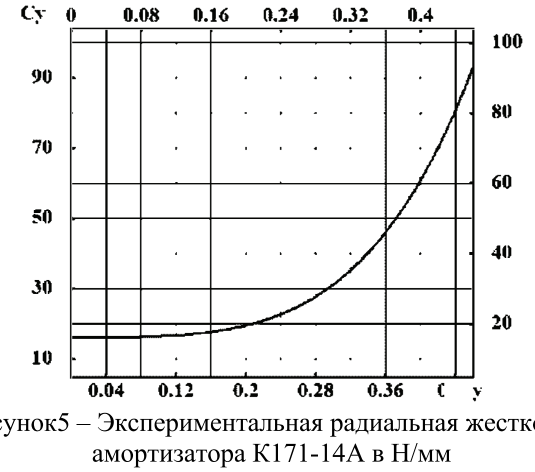


Рисунок5 – Экспериментальная радиальная жесткость амортизатора К171-14А в Н/мм

Расчеты свободных колебаний прибора на упруго нелинейной подвеске. Представим рассматриваемый прибор в виде параллелепипеда массой 4 кг с основанием 180×160 мм и высотой 100 мм, который закреплен в углах срединного по высоте сечения на амортизаторах типа К171-14А (рис. 4). Упругие характеристики амортизаторов при продольных и поперечных деформациях определены выше (см. рис. 3). Четыре амортизатора с тремя направлениями их деформации обуславливают наличие в системе 12 нелинейностей. Обобщенными координатами здесь будут три декартовые координаты центра масс прибора x_S, y_S, z_S и три малых угла α, β, γ поворота его вокруг продольных осей симметрии. На рис. 5 представлены все шесть скелетных кривых, построенные в зависимости от величин амплитуд нормальных координат.

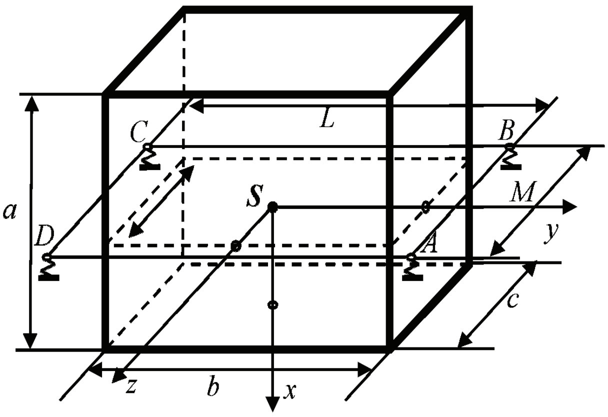


Рисунок 6 – Схема упругой подвески прибора

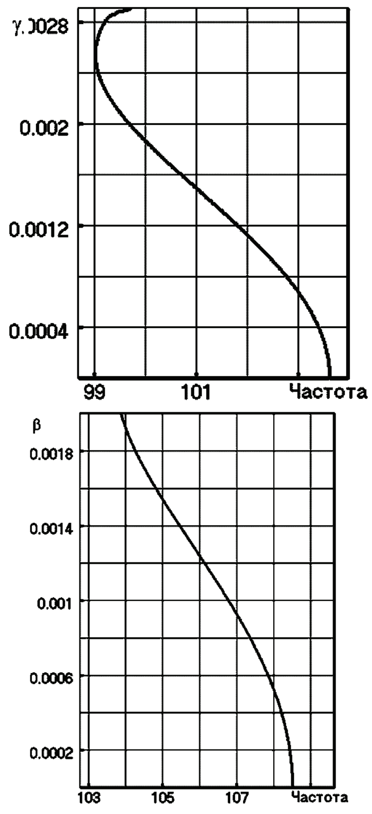
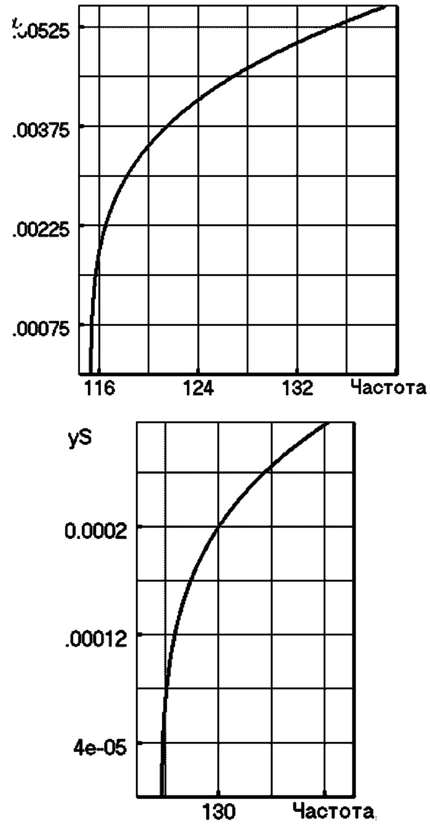


Рисунок 7 – Скелетные кривые №1-4 прибора на амортизаторах в соответствии с ростом частоты сверху-вниз



Продолжение рисунка 7

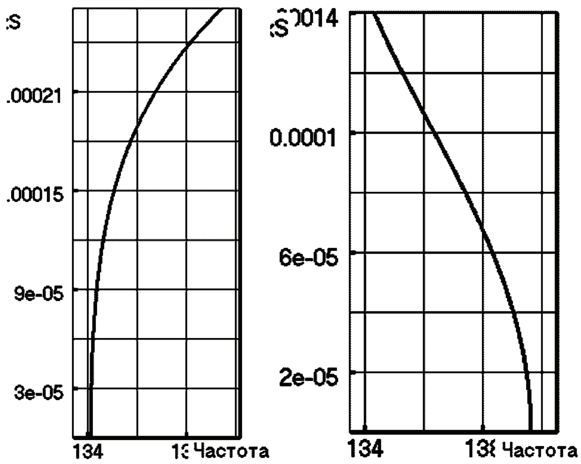


Рисунок8. – Скелетные кривые №5-6 прибора на амортизаторах в соответствии с ростом частоты слева-направо

Использование в данном случае нелинейных свойств амортизаторов позволяет сделать весь спектр колебательной системы более компактным, чем у линейной системы, так как верхняя скелетная кривая носит «мягкий» характер и с ростом амплитуды колебаний частота резонансных колебаний уменьшается. Для того, чтобы отобразить все скелетные кривые на одном графике необходимо откладывать по вертикали какой-то один общий для всех кривых параметр, например, общую потенциальную энергию колебаний системы. Но это требует существенной переделки использованного здесь алгоритма построения скелетных кривых.

Список литературы

1. *Ильинский В.С.* Защита РЭА и прецизионного оборудования от динамических воздействий. Москва: Радио и связь, 1982. 296 с.

2. *Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б.* Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем. Санкт-Петербург: Политехника, 2013. 363 с.

3. *Андреев Ю.М., Морачковский О.К.* О динамике голономных систем твердых тел. Прикладная механика. 2005. Т. 41, № 7. С. 130-138.

4. *Андреев Ю.М., Морачковский О.К.* Новая система компьютерной алгебры для исследования колебаний структурно-сложных голономных и неголономных систем твердых тел. Надежность и долговечность машин и сооружений: межд. науч.-техн. сб. НАН Украины. Киев: ИПП им. Писаренко Г.С., Ассоц. «Надежность машин и сооружений». 2006. Вып. 26. С. 11-18.

5. *Андрєєв Ю.М., Ларін А.О., Морачковський О.К.* Система комп'ютерної алгебри для досліджень механіки машин. Машинознавство. 2005. № 7 (95). С. 3 .

6. *Коловский М.З.* Нелинейная теория виброзащитных систем. Москва: Наука. 1966. 320 с.

7. *Андреев Ю.М., Карабан В.Н.* Исследование свободных колебаний цепных систем с несколькими нелинейными элементами. Теория механизмов и машин. Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1981. Вып. 31. С. 44-49.

8. *Андреев Ю.М., Штейнвольф Л.И.* Синтез нелинейных вибрационных систем по скелетным кривым с использованием теории чувствительности. Динамика и прочность машин. 1984. Вып. 40. С. 50-56.

9. *Андреев Ю.М., Ларин А.А.* Комплексное решение задачи виброизоляции ДВС с помощью системы компьютерной алгебры. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Донецьк: ДонНТУ, 2005. Вип. 94. С. 52-57.

10. *Андреев Ю.М., Ларин А.А.* Интерактивный модуль расчетов виброизоляции приборов для ССКА КиДиМ. Новітні технології, обладнання та системи управління у будівництві : [кол. монографія] / заг. ред. *В.П. Сопов*. Харків: ХНУБА, 2016. С. 110-116.

11. *Андреев Ю.М., Ларин А.А., Литвинов О.И.* Расчеты систем виброизоляции в специальной системе компьютерной алгебры. Вісник СевНТУ. Збірник наукових праць. Серія: Механіка, енергетика, екологія / Севастоп. нац. техн. ун-т. Севастополь: Вид-во СевНТУ, 2011. С. 50-54.

12. *Андреев Ю.М., Ларин А.А., Сирик М.В.* Теоретические основы разработки интерактивного модуля расчетов виброизоляции приборов для ССКА КиДиМ. Матеріали Всеукраїнського науково-практичного семінару «Сучасні засоби автоматизації: застосування в навчальному процесі й виробництві. Харків, 21-22 жовтня 3015 р. Харків: ХНУБА, 2016. С. 35-41

13. *Митин В.Н., Штейнвольф Л.И.* Структурные матрицы цепных вибрационных систем. Динамика и прочность машин. 1973. Вып. 17. С. 3-7.

14. *Виттенбург Й.* Динамика систем твердых тел. Москва: Мир, 1980. 296 с.

15. *Величенко В.В.* Матрично-геометрические методы в механике с приложениями к задачам робототехники. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 280 с.

16. *Коноплев В.А.* Агрегативная механика систем твердых тел. Москва: Наука, 1996. 166 с.

17. *Kane T.R., Levinson D.A.* Dynamics: Theory and Applications. New York: McGraw-Hill, 1985. 402 p.

18. *Андреев Ю.М., Морачковський О.К.* Компьютерное моделирование неголономных систем твердых тел на основе принципа Даламбера-Лагранжа. Прикл. механика. 2006. Т. 42, № 9. С. 106-115.

19. *Андреев Ю.М., Штейнвольф Л.И.* Компьютерное моделирование задач механики голономных систем твердых тел со стационарными и нестационарными связями. Динамика и прочность машин. 1993. Вып. 53. С. 96-102.

References (transliterated)

1. *Il'inskij V.S.* Zashhita RJeA i precizionnogo oborudovanija ot dinamicheskih vozdejstvij. Moscow: Radio i svjaz', 1982. 296 p.

2. *Belokobyl'skij S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B.* Prikladnye zadachi strukturnoj teorii vibrozashhitnyh sistem. Sankt-Peterburg: Politehnika, 2013. 363 p.

3. *Andreev Ju.M., Morachkovskij O.K.* O dinamike golonomnyh sistem tverdyh tel. Prikladnaja mehanika. 2005. T. 41, № 7. P. 130-138.

4. *Andreev Ju.M., Morachkovskij O.K.* Novaja sistema komp'juternoj algebry dlja issledovanija kolebanij strukturno-slozhnyh golonomnyh i negolonomnyh sistem tverdyh tel. Nadezhnost' i dolgovechnost' mashin i sooruzhenij: mezhd. nauch.-tehn. sb. NAN Ukrainy. Kyyiv: IPP im. Pisarenko G.S., Assoc. «Nadezhnost' mashin i sooruzhenij», 2006. Vol. 26. P. 11-18.

5. *Andreєv Ju.M., Larin A.O., Morachkovs'kij O.K.* Sistema komp'juternoї algebri dlja doslidzhen' mehaniki mashin. Mashinoznavstvo. 2005. № 7 (95). P. 3 .

6. *Kolovskij M.Z.* Nelinejnaja teorija vibrozashhitnyh sistem. Moscow: Nauka, 1966. 320 p.

7. *Andreev Ju.M., Karaban V.N.* Issledovanie svobodnyh kolebanij cepnyh sistem s neskol'kimi nelinejnymi jelementami. Teorija mehanizmov i mashin. Kharkiv: Vishha shkola. Izd-vo pri Khark. un-te, 1981. Vol. 31. P. 44-49.

8. *Andreev Ju.M., Shtejnvol'f L.I.* Sintez nelinejnyh vibracionnyh sistem po skeletnym krivym s ispol'zovaniem teorii chuvstvitel'nosti. Dinamika i prochnost' mashin. 1984. Vol. 40. P. 50-56.

9. *Andreev Ju.M., Larin A.A.* Kompleksnoe reshenie zadachi vibroizoljacii DVS s pomoshh'ju sistemy komp'juternoj algebry. Naukovi praci Donec'kogo nacional'nogo tehnichnogo universitetu. Donec'k: DonNTU, 2005. Vol. 94. P. 52-57.

10. *Andreev Ju.M., Larin A.A.* Interaktivnyj modul' raschetov vibroizoljacii priborov dlja SSKA KiDiM. Novitni tehnologiї, obladnannja ta sistemi upravlinnja u budivnictvi: [kol. monografija] / zag. red. *V.P. Sopov*. Kharkiv: KhNUBA, 2016. P. 110-116.

11. *Andreev Ju.M., Larin A.A., Litvinov O.I.* Raschety sistem vibroizoljacii v special'noj sisteme komp'juternoj algebry. Visnik SevNTU. Zbirnik naukovih prac'. Serija: Mehanika, energetika, ekologija / Sevastop. nac. tehn. un-t. Sevastopol': Vid-vo SevNTU, 2011. P. 50-54.

12. *Andreev Ju.M., Larin A.A., Sirik M.V.* Teoreticheskie osnovy razrabotki interaktivnogo modulja raschetov vibroizoljacii priborov dlja SSKA KiDiM. Materiali Vseukrajins'kogo naukovo-praktichnogo seminaru Suchasni zasobi avtomatizacії: zastosuvannja v navchal'nomu procesi j virobnictvi. Kharkiv, 21-22 zhovtnja 3015 r. Kharkiv: HNUBA, 2016. P. 35-41

13. *Mitin V.N., Shtejnvol'f L.I.* Strukturnye matricy cepnyh vibracionnyh sistem. Dinamika i prochnost' mashin. 1973. Vol. 17. P. 3-7.

14. *Vittenburg J.* Dinamika sistem tverdyh tel. Moscow: Mir, 1980. 296 p.

15. *Velichenko V.V.* Matrichno-geometricheskie metody v mehanike s prilozhenijami k zadacham robototehniki. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1988. 280 p.

16. *Konoplev V.A.* Agregativnaja mehanika sistem tverdyh tel. Moscow: Nauka, 1996. 166 p.

17. *Kane T.R., Levinson D.A.* Dynamics: Theory and

Applications. New York: McGraw-Hill, 1985. 402 p.

18. *Andreev Ju.M., Morachkovs'kij O.K.* Komp'juternoe modelirovanie negolonomnyh sistem tverdyh tel na osnove principa Dalambera-Lagranzha. Prikl. mehanika. 2006. T. 42, № 9. P. 106-115.

19. *Andreev Ju.M., Shtejnvol'f L.I.* Komp'juternoe modelirovanie zadach mehaniki golonomnyh sistem tverdyh tel so stacionarnymi i nestacionarnymi svjazjami. Dinamika i prochnost' mashin, 1993. Vyp. 53. P. 96-102.

Поступила (received) 21.09.2020

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Андрєєв Юрій Михайлович (Андреев Юрий Михайлович, Andreev Yuri Mihajlovich) – доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ». Тел.: (067) 110-16-72. E-mail: andrjejev@gmail.com.

Ларін Андрій Олексійович (Ларин Андрей Алексеевич, Larin Andrej Alekseevich) – кандидат технічних наук, професор. НТУ «ХПІ».Тел.: (067) 110-16-72. E-mail: professorlarin@gmail.com.

Чистіліна Ганна Вікторівна (Чистилина Анна Викторовна, Chistilina Ganna Viktorovna) – кандидат технічних наук, доцент. НТУ «ХПІ». Тел.: (067) 110-16-72. E-mail: avchystilina@gmail.com.

Іванченко Ксенія Вікторівна (Иванченко Ксения Викторовна, Ivanchenko Ksenija Viktorovna) – кандидат технічних наук, доцент. НТУ «ХПІ». Тел.: (067) 110-16-72. E-mail: xeniya.ivanchenko@gmail.com.