

*Т.Е. ТРЕТЯК, А.Л. МИРОНЕНКО, С.А. МИРОНЕНКО*

### **ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ СО СЛОЖНЫМ НЕЭВОЛЬВЕНТНЫМ ПРОФИЛЕМ БОКОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ**

В статье обоснована актуальность исследования зубчатых передач со сложным неэвольвентным профилем боковых поверхностей зубьев, которые в ряде областей применения имеют преимущества перед эвольвентными зубчатыми передачами и лишены некоторых их недостатков, связанных с качественными показателями. Описана методика получения сопрягаемых поверхностей зубьев неэвольвентных зубчатых колес как огибающих заданных поверхностей зубьев инструментов. Предложена схема формообразования пар неэвольвентных зубчатых колес, из которых может быть составлено зубчатое зацепление. Показано, что для получения сопрягаемых поверхностей зубьев двух неэвольвентных зубчатых колес могут быть использованы две инструментальные рейки с профилями боковых поверхностей зубьев, обратными по отношению друг к другу. В качестве нелинейного профиля боковой поверхности зуба инструментальной рейки рассматривается некоторый участок одной из моделируемых плоских кинематических кривых. Дано описание программы, которая позволяет рассчитывать геометрические характеристики формообразуемых профилей колес зубчатой пары, визуализировать процесс формообразования, а также определять качественные показатели зубчатого зацепления. Тем самым созданы предпосылки для выбора из полученного в результате геометрического моделирования поля кривых таких профилей зубьев инструментов, которые бы обеспечивали наиболее рациональное сочетание профилей зубьев обработанных ими зубчатых колес и требуемые качественные показатели зубчатого зацепления. Представлены результаты исследования коэффициента давления между зубьями зубчатой передачи и коэффициента перекрытия зубчатого зацепления при выборе формы профилей зубьев. Проведены серии численных экспериментов для зубчатых зацеплений, образованных парами инструментальных реек с различными профилями боковых поверхностей зубьев - прямолинейными, выпуклым и вогнутым, а также выпукло-вогнутыми. Показано, что неэвольвентные зубчатые зацепления могут иметь большие приведенные радиусы кривизны (и вследствие этого меньшие коэффициенты давления) в точках касания профилей по сравнению с эвольвентными зацеплениями при незначительном увеличении или уменьшении коэффициента перекрытия зубчатого зацепления. Наиболее предпочтительным представляется вариант реек с выпуклым и вогнутым профилями зубьев, обеспечивающий лучшие значения обоих качественных показателей зацепления.

**Ключевые слова:** неэвольвентное зубчатое зацепление, формообразование зубчатых колес, сопрягаемые поверхности, инструментальная рейка, профиль зуба, плоская кинематическая кривая, качественные показатели зубчатого зацепления.

*Т.Е. ТРЕТЯК, О.Л. МИРОНЕНКО, С.О. МИРОНЕНКО*

### **ДОСЛІДЖЕННЯ ЯКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ ЗУБЧАТИХ ПЕРЕДАЧ ЗІ СКЛАДНИМ НЕЕВОЛЬВЕНТНИМ ПРОФІЛЕМ БІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБІВ**

У статті обґрунтована актуальність дослідження зубчастих передач зі складним неевольвентним профілем бічних поверхонь зубів, які в ряді областей застосування мають переваги перед евольвентними зубчастими передачами і позбавлені деяких їх недоліків, пов'язаних з якісними показниками.

Описана методика отримання сполучених поверхонь зубів неевольвентних зубчастих коліс як огинаючих заданих поверхонь зубів інструментів. Запропоновано схему формоутворення пар неевольвентних зубчастих коліс, з яких може бути складено зубчасте зацеплення. Показано, що для отримання сполучених поверхонь зубів двох неевольвентних зубчастих коліс можуть бути використані дві інструментальні рейки з профілями бічних поверхонь зубів, зворотними по відношенню один до одного. Як нелінійний профіль бічної поверхні зуба інструментальної рейки розглядається деяка ділянка однієї з модельованих плоских кінематичних кривих. Дано опис програми, яка дозволяє розраховувати геометричні характеристики формоутворених профілів коліс зубчастої пари, візуалізувати процес формоутворення, а також визначати якісні показники зубчастого зацеплення. Тим самим створено передумови для вибору з отриманого в результаті геометричного моделювання поля кривих таких профілів зубів інструментів, які б забезпечували найбільш раціональне поєднання профілів зубів оброблених ними зубчастих коліс і необхідні якісні показники зубчастого зацеплення. Представлені результати дослідження коефіцієнта тиску між зубами зубчастої передачі і коефіцієнта перекриття зубчастого зацеплення при виборі форми профілів зубів. Проведено серії чисельних експериментів для зубчастих зацеплень, утворених парами інструментальних рейок з різними профілями бічних поверхонь зубів - прямолінійними, опуклим і увігнутим, а також опукло-увігнутими. Показано, що неевольвентні зубчасті зацеплення можуть мати більші наведені радіуси кривизни (і внаслідок цього менші коефіцієнти тиску) в точках торкання профілів в порівнянні з евольвентними зацепленнями при незначному збільшенні або зменшенні коефіцієнта перекриття зубчастого зацеплення. Найбільш доцільним представляється варіант рейок з опуклим і увігнутим профілями зубів, що забезпечує найкращі значення обох якісних показників зацеплення.

**Ключові слова:** неевольвентне зубчасте зацеплення, формоутворення зубчастих коліс, поверхні, що сполучаються, інструментальна рейка, профіль зуба, плоска кінематична крива, якісні показники зубчастого зацеплення.

*Т.Е. ТРЕТЯК, А.Л. МИРОНЕНКО, С.А. МИРОНЕНКО*

### **RESEARCH OF QUALITY INDICATORS OF GEARS WITH A COMPLEX NON-EVOLVENT PROFILE OF THE TEETH FLANKS**

© Т.Е. Третьак, А.Л. Мироненко, С.А. Мироненко, 2020

The article substantiates the relevance of the study of gears with a complex non-involute profile of the side surfaces of the teeth, which in some applications have advantages over involute gears and are devoid of some of their drawbacks associated with quality indicators.

A technique for obtaining mating surfaces of the teeth of non-invasive gears as envelopes of the specified surfaces of the teeth of tools is described. A scheme for forming pairs of non-involute gears, from which a gearing can be composed, is proposed. It is shown that to obtain the mating surfaces of the teeth of two non-involute gears, two tool rails can be used with the profiles of the side surfaces of the teeth opposite to each other. As a nonlinear profile of the tooth lateral surface of the tool rail, some part of one of the simulated flat kinematic curves is considered. A description of the program is given, which allows you to calculate the geometric characteristics of the shaped profiles of the gear pair wheels, visualize the shaping process, and also determine the quality indicators of the gearing. Thus, the prerequisites were created for choosing from the resulting geometric modeling of the curve field of such tooth profiles of the tools, which would provide the most rational combination of the tooth profiles of the gears processed by them and the required quality parameters of the gear teeth. The results of the study of the pressure ratio between the teeth of a gear and the overlap ratio of gears when choosing the shape of the tooth profiles are presented. A series of numerical experiments for gearing, formed by pairs of tool rails with different profiles of the side surfaces of the teeth - straight, convex and concave, as well as convex-concave - were performed. It is shown that non-involute gearing can have large reduced radii of curvature (and consequently smaller pressure coefficients) at the points of tangency of the profiles compared to involute gearing with a slight increase or decrease in the gearing overlap ratio. The most preferable is the variant of the rails with convex and concave tooth profiles, which provides the best values of both quality indicators of the engagement.

**Keywords:** non-involute gearing, shaping of gears, mating surfaces, tool rail, tooth profile, flat kinematic curve, quality indicators of gearing.

**Введение.** Из механических передач, применяющихся в машиностроении, наиболее распространенными являются зубчатые передачи с эвольвентным профилем боковых поверхностей зубьев. Передачи, составленные из таких колес, отличаются рядом преимуществ, однако имеют и целый ряд недостатков, связанных с их качественными показателями: большие удельные давления на боковых поверхностях зубьев из-за малых радиусов их кривизны и отсюда недостаточная способность по контактной прочности, плохие условия передачи сил; малый коэффициент перекрытия колес и отсюда недостаточная плавность зацепления, невозможность использовать малое количество зубьев, большие габариты передачи с точки зрения размещения ее в общей конструкции механизма.

Поэтому одной из современных тенденций является исследование зубчатых передач со сложным неэвольвентным профилем боковых поверхностей зубьев, которые в ряде областей применения имеют преимущества перед эвольвентными зубчатыми передачами.

Нарезание зубьев зубчатых колес можно производить методом копирования или методом огибания (обкатки). Соглашаясь с инновационными актуализациями метода копирования применительно к некоторым задачам, характерным, например, механизмам автотракторных трансмиссий, где профилирование зубчатых колес инструментом-копиром (например, круговой протяжкой [1]) позволяет обеспечить увеличенный радиус кривизны переходной кривой в основании зуба, снизить тем самым концентрацию напряжений в его опасном сечении и, соответственно, повысить изгибную прочность зуба, авторы связывают данное исследование с развитием возможностей более технологичного, кинематически точного и производимого метода огибания (обкатки), каковым он является в настоящее время и представляется в современных воззрениях на историю и будущее теории и практики зубчатых зацеплений [2].

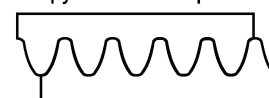
**Методика получения сопрягаемых поверхностей зубьев неэвольвентных зубчатых колес.** При нарезании зубчатых колес методом обкатки в качестве

инструмента может выступать как инструментальная рейка, так и инструментальное зубчатое колесо [3, 4].

Инструментальная поверхность и поверхность детали являются соприкасающимися поверхностями с мгновенным линейным касанием. Соприкасающиеся поверхности являются взаимно огибающими в их относительном движении. В точке контакта взаимно огибающих поверхностей выполняется условие их касания – вектор скорости их относительного движения перпендикулярен общей нормали к поверхностям.

Поверхности зубьев двух эвольвентных зубчатых колес, являющиеся огибающими поверхностями зубьев одного и того же инструмента, являются сопрягаемыми. Для получения сопрягаемых поверхностей зубьев двух неэвольвентных зубчатых колес требуется два разных инструмента. Так, например, если инструментами являются две инструментальные рейки, то профили боковых поверхностей зубьев реек должны быть обратными по отношению друг к другу, т.е. профиль зуба рейки 1 должен совпадать с профилем впадины рейки 2 (см. рис. 1). Соответственно, зубчатые колеса 1 и 2, боковые поверхности зубьев которых являются огибающими боковых поверхностей зубьев инструментальных реек 1 и 2, могут участвовать в зубчатом зацеплении. На основании этого разработана методика получения сопрягаемых поверхностей зубьев неэвольвентных зубчатых колес как огибающих заданных поверхностей зубьев инструмента.

Инструментальная рейка 1



Инструментальная рейка 2

Рисунок 1 - Инструментальные рейки с обратными профилями боковых поверхностей зубьев

На первом этапе формообразования пары зубчатых колес в качестве инструментов могут рассматриваться инструментальные рейки 1 и 2 с обратными по отношению друг к другу нелинейными профилями боковых поверхностей зубьев. С помощью этих реек моделирует-

ся процесс изготовления двух незвольвентных зубчатых колес с заданными количествами зубьев. Эти колеса могут в дальнейшем считаться инструментальными, с помощью которых на следующем этапе формообразования моделируется процесс нарезания других зубчатых колес с другими количествами зубьев.

Эта последовательность повторяется до тех пор, пока не будут формообразованы зубчатые колеса, из которых составляется зубчатое зацепление. Последовательности формообразования колеса 1 и колеса 2 могут содержать разное количество этапов, однако это количество для обоих колес должно быть либо нечетным, либо четным. Например, в качестве зубчатой пары могут быть выбраны зубчатое колесо 1, полученное на первом этапе одной последовательности формообразования, и зубчатое колесо 2, полученное на первом или на третьем этапах другой последовательности формообразования.

Кроме того, на первом этапе формообразования каждого из колес зубчатой пары инструментом может быть одна и та же инструментальная рейка (1 или 2, рис. 1). Сопрягаемые боковые поверхности зубьев будут иметь зубчатые колеса, изготовленные в одной последовательности формообразования, в том случае, если количество формообразований для одного колеса будет нечетным, а для другого колеса – четным. Например, в качестве зубчатой пары могут быть зубчатое колесо 1, полученное на первом этапе формообразования, и зубчатое колесо 2, полученное на втором или на четвертом этапах той же последовательности формообразования.

Методика получения сопрягаемых поверхностей зубьев незвольвентных зубчатых колес как огибающих заданных поверхностей зубьев инструментов в соответствии с предложенной схемой формообразования пар зубчатых колес предполагает следующую последовательность действий [5, 6]:

1. Задается количество этапов формообразования для колес 1 и 2.

2. В репере, связанном с инструментальной рейкой на первом этапе формообразования (или инструментальным зубчатым колесом на последующих этапах формообразования), задается набор координат и геометрических характеристик точек исходного профиля инструмента, также задаются параметры обрабатываемого зубчатого колеса.

3. На основе описанного в [7] алгоритма расчета профиля огибающих поверхностей выполняется расчет координат и геометрических характеристик точек профиля обрабатываемого зубчатого колеса в репере, связанном с зубчатым колесом.

Пункты 2 и 3 выполняются в цикле для заданного количества этапов формообразования для зубчатого колеса 1 и зубчатого колеса 2.

В качестве нелинейного профиля боковой поверхности зуба рейки может быть рассмотрен некоторый участок одной из смоделированных ранее и описанных в [8, 9] плоских кинематических кривых.

**Анализ коэффициента давления между зубьями зубчатой передачи.** Взаимодействие двух зубьев,

передающих нагрузку, сопровождается смятием поверхностей этих зубьев в зоне касания. В прямозубых цилиндрических передачах линия контакта зубьев теоретически представляется прямой, расположенной по ширине зубчатого венца. При изменении положения сопряженных точек профилей зубьев по линии зацепления контактная линия перемещается вдоль линии зацепления параллельно осям колес.

Поверхности прямых зубьев можно приближенно принять за поверхности круглых цилиндров, радиусы которых равны радиусам кривизны соответствующих поверхностей в точках касания. При касании поверхностей зубьев, являющихся по существу цилиндрическими поверхностями с переменными радиусами кривизны, под действием сжимающих сил образуется площадка контакта в виде узкой полоски, расположенная вдоль линии касания зубьев.

Наибольшее удельное давление (контактное напряжение смятия)  $\sigma_{\text{см}}$ , приходящееся на единицу длины контактной линии, будет в середине этой полоски непосредственно на контактной линии.

Элементом геометрии зубьев является приведенный радиус кривизны  $\rho_{\text{пр}}$ , который характеризует взаимодействие двух зубьев колес передачи и пропорционален модулю зацепления  $m$ . Анализируя его величину в точках касания, можно судить о ширине площадки контакта и величине контактных напряжений в этих точках [10, 11].

Для передачи с внешним зацеплением приведенный радиус кривизны профилей зубьев в точках касания, мм, вычисляется по формуле:

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \quad (1)$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – радиусы кривизны профилей зубьев в точках касания, мм.

Чтобы охарактеризовать влияние геометрической формы зубьев на удельное давление  $\sigma_{\text{см}}$  независимо от величины модуля, вводится коэффициент удельного давления как отношение модуля к приведенному радиусу кривизны [12]:

$$g = \frac{m}{\rho_{\text{пр}}}. \quad (2)$$

Коэффициент  $g$  не зависит от модуля и так же, как и приведенный радиус кривизны  $\rho_{\text{пр}}$ , относится не к отдельному колесу, а является характеристикой передачи. Поскольку в разных точках профилей зубьев  $\rho_1$  и  $\rho_2$  имеют различные числовые значения, то и величины  $\rho_{\text{пр}}$  и  $g$  для разных пар точек касания также различны.

**Анализ коэффициента перекрытия зубчатого зацепления.** Важной характеристикой зубчатой передачи является коэффициент перекрытия, позволяющий оценивать непрерывность и плавность осуществления зацепления в его работе. Для цилиндрической прямозубой передачи коэффициент перекрытия  $\varepsilon$  определяется как отношение дуги зацепления зубчатого колеса по любой окружности к величине шага по той же окружности. Передача непрерывна при  $\varepsilon > 1$ , и чем больше это превосходство, тем выше ее плавность [12].

Для цилиндрической передачи угол поворота

зубчатого колеса от положения, соответствующего входу в зацепление, до положения, соответствующего выходу из зацепления его рабочего профиля, называется углом перекрытия колеса  $\varphi_{\text{пер}}$  [13, 14].

Коэффициент перекрытия можно представить как отношение угла перекрытия любого из колес передачи к угловому шагу этого же колеса:

$$\varepsilon = \frac{\varphi_{\text{пер}} \cdot z}{2\pi} \quad (3)$$

где  $z$  – количество зубьев колеса.

**Результаты исследования качественных показателей при выборе формы профилей зубьев.** В соответствии с описанной выше методикой получения сопрягаемых поверхностей зубьев разработана программа на языке Pascal. Входной информацией в программе являются:

- количество этапов формообразования зубчатых колес 1 и 2, из которых составляет зацепление, в соответствии со схемой, приведенной ранее;
- набор координат и геометрических характеристик точек исходных профилей инструментальных реек 1 и 2, а также параметры последовательно обрабатываемых инструментальных и рабочих зубчатых колес.

Результатом реализации программы являются:

- расчет координат и геометрических характеристик точек формообразуемых профилей зубчатых колес 1 и 2, составляющих зубчатую пару (в том числе радиусов кривизны в точках профилей зубьев);
- вывод на экран компьютера изображения профилей боковых поверхностей зубьев, их движений в процессе обкатки с выделением точек, в которых в рассматриваемый момент времени выполнилось условие касания профилей (их совокупность представляет собой линию зацепления).

Программа также позволяет:

- проверить правильность сопряжения боковых поверхностей зубьев в зубчатом зацеплении и определить активные участки их профилей;
- вычислить длину активных участков профилей зубьев, углы перекрытия зубчатых колес и коэффициент перекрытия зубчатого зацепления;
- вычислить приведенные радиусы кривизны и коэффициент давления в точках касания профилей зубьев.

Были проведены серии численных экспериментов для анализа качественных показателей зубчатых зацеплений, образованных рейками с различным профилем боковых поверхностей зубьев.

На рис. 2, 4 и 6 в качестве примера приведены зацепления профилей боковых поверхностей зубьев зубчатых колес с модулем  $m = 5$  и количествами зубьев  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных инструментальной рейкой с прямолинейным профилем, инструментальными рейками 1 и 2 с выпуклым и вогнутым профилями, а также инструментальными рейками 1 и 2 с выпукло-вогнутыми профилями боковых поверхностей зубьев соответственно. В первом случае профили зубьев зубчатых колес эвольвентные.

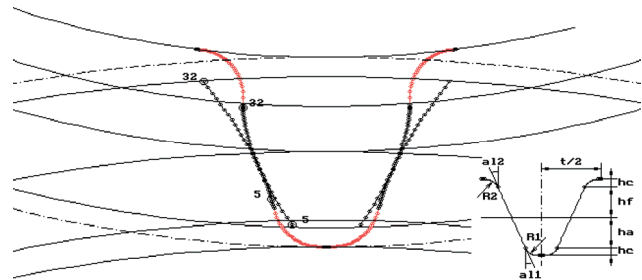
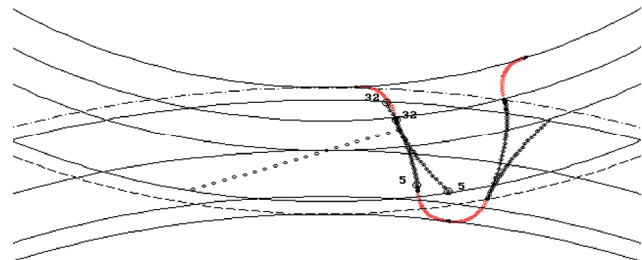


Рисунок 2 – Зацепление профилей боковых поверхностей зубьев зубчатых колес с  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных инструментальной рейкой с прямолинейным профилем боковых поверхностей зубьев



Длина активного участка профиля зуба: зубчатого колеса 1 – 8,663 мм; зубчатого колеса 2 – 8,309 мм.  
Коэффициент перекрытия зубчатого зацепления:  $\varepsilon = 1,573$

Рисунок 3 – Положения профилей боковых поверхностей зубьев зубчатых колес с  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных инструментальной рейкой с прямолинейным профилем боковых поверхностей зубьев, в процессе обкатки

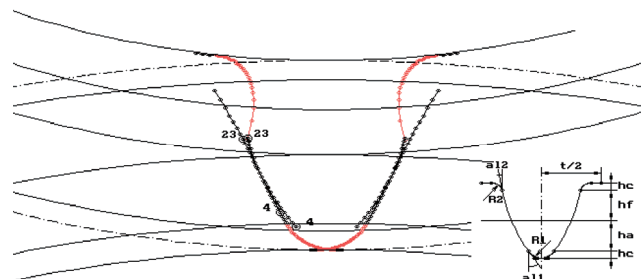
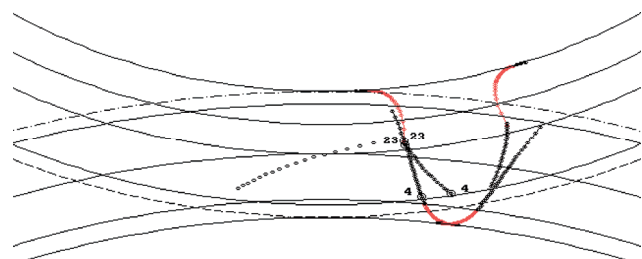


Рисунок 4 – Зацепление профилей боковых поверхностей зубьев зубчатых колес с  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных инструментальными рейками 1 и 2 с выпуклым и вогнутым профилями боковых поверхностей зубьев



Длина активного участка профиля зуба: зубчатого колеса 1 – 6,619 мм; зубчатого колеса 2 – 5,137 мм.  
Коэффициент перекрытия зубчатого зацепления:  $\varepsilon = 1,732$

Рисунок 5 – Положения профилей боковых поверхностей зубьев зубчатых колес с  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных инструментальными рейками 1 и 2 с выпуклым и вогнутым профилями боковых поверхностей зубьев

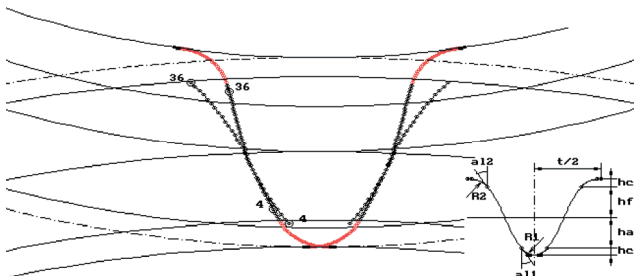
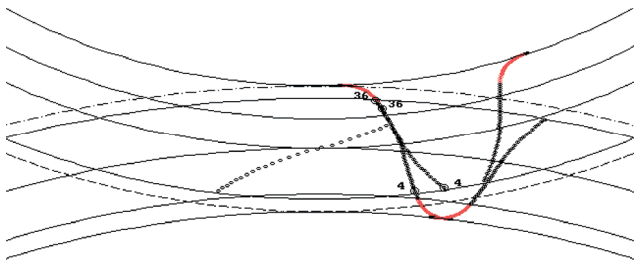


Рисунок 6 – Зацепление профилей боковых поверхностей зубьев зубчатых колес с  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных инструментальными рейками 1 и 2 с выпукло-вогнутыми профилями боковых поверхностей зубьев



Длина активного участка профиля зуба: зубчатого колеса 1 – 9,550 мм; зубчатого колеса 2 – 9,419 мм. Коэффициент перекрытия зубчатого зацепления:  $\varepsilon = 1,268$ .

Рисунок 7 – Положения профилей боковых поверхностей зубьев зубчатых колес с  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных инструментальными рейками 1 и 2 с выпукло-вогнутыми профилями боковых поверхностей зубьев, в процессе обкатки

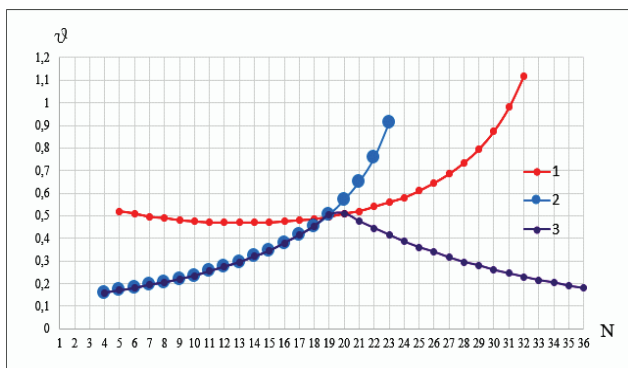


Рисунок 8 – Коэффициенты давления в точках касания зубьев зубчатых колес с  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$  и  $z_2 = 30$ , образованных парами реек с боковыми профилями зубьев: 1 – прямолинейными, 2 – выпуклым и вогнутым, 3 – выпукло-вогнутыми

На рис. 3, 5 и 7 показаны положения профилей зубьев зубчатых колес в процессе обкатки, выделены точки, в которых в текущий момент времени выполнилось условие касания поверхностей. Совокупность этих точек представляет собой линию зацепления. На рисунках выделены активные участки профилей боковых поверхностей зубьев. Приведены численные значения длин активных участков профилей и коэффициента перекрытия зубчатого зацепления. На рис. 8 изображены графики с численными значениями коэффи-

циента давления в точках касания профилей зубьев.

Как показывают результаты численных экспериментов, неэвольвентные зубчатые зацепления могут иметь большие приведенные радиусы кривизны (и вследствие этого меньшие коэффициенты давления) в точках касания профилей по сравнению с эвольвентными зацеплениями при незначительном увеличении или уменьшении коэффициента перекрытия зубчатого зацепления. В примерах в зубчатых зацеплениях, образованных рейками 1 и 2 с выпуклым и вогнутым профилями зубьев, а также рейками 1 и 2 с выпукло-вогнутыми профилями зубьев, коэффициент давления в точках касания профилей меньше в среднем в 1,6 и в 1,9 раза, чем в зацеплении, образованном рейкой с прямолинейным профилем. При этом коэффициент перекрытия зубчатого зацепления для них составляет 1,73 и 1,27, тогда как для эвольвентного зацепления он равен 1,57. Наиболее предпочтительным представляется вариант реек с выпуклым и вогнутым профилями зубьев, обеспечивающий лучшие значения обоих качественных показателей зацепления.

**Выводы.** Разработана методика получения сопрягаемых поверхностей зубьев неэвольвентных зубчатых колес как огибающих заданных поверхностей зубьев инструментов. Предложена схема формообразования пар неэвольвентных зубчатых колес, из которых может быть составлено зубчатое зацепление. Выполнен анализ коэффициента давления между зубьями зубчатой передачи и коэффициента перекрытия зубчатого зацепления при выборе формы профилей зубьев.

Созданы предпосылки для выбора из полученного в результате геометрического моделирования поля кривых таких профилей зубьев инструментов, которые бы обеспечивали наиболее рациональное сочетание профилей зубьев обработанных ими зубчатых колес и требуемые качественные показатели зубчатого зацепления.

#### Список литературы

1. Виноградов В.М., Черепяхин А.А. Влияние метода зубонарезания на изгибную прочность зубьев цилиндрических колес автомобилей и тракторов. Известия МГТУ «МАМИ». 2009. № 2 (8). С. 136-141.
2. Radzevich, S. P. Theory of gearing: Kinematics, Geometry, and Synthesis, Second Edition. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2018. 898 p.
3. Сухоруков Ю.Н., Евстатиев Р.И. Инструменты для обработки зубчатых колес методом свободного обката. Киев, Техника, 1983. 123 с.
4. Лашинев, С.И., Борисов, А.Н., Емельянов, С. Г. Геометрическая теория формообразования поверхностей режущими инструментами. Курск: Курск. гос. техн. ун-т, 1997. 391 с.
5. Кривошея А.В. Особенности совместного геометрического проектирования зубчатых колес и зубообрабатывающих инструментов. Тр. межд. конф. «Высокие технологии в машиностроении: тенденции развития, менеджмент, маркетинг». Харьков: ХГПУ. 1997. С. 291.
6. Кривошея А.В. Структура многопараметрического отображения, обобщающая станочные и рабочие зубчатые зацепления. Тр. межд. конф. «Высокие технологии в машиностроении: моделирование, оптимизация, диагностика».

Харьков: ХГПУ. 1995. С. 71.

7. Кондусова Е.Б., Третьак Т.Е., Кривошея А.В. Алгоритм расчета профиля огибающих поверхностей для обкаточных инструментов и деталей. Тр. пятой междунар. конф. «Новые технологии в машиностроении» [Рыбачье, 18-21 сент. 1996 г.]. 1996. С. 140-141.

8. Кривошея А.В., Третьак Т.Е., Кондусова Е.Б. Структурный подход к математическому описанию кинематических кривых. Резание и инструмент в технологических системах. 2001. Вып. 59. С. 129-134.

9. Tretyak T., Mironenko A., Gutsalenko Yu. et al. Structural approach to the mathematical description and computer visualization of plane kinematic curves for the display of gears. *Fiability & Durability*, Editura «Academica Brâncuși», Târgu Jiu. 2018. No. 1. P. 7-11.

10. Вулгаков Э.Б. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. Обобщенная теория и проектирование. Москва: Машиностроение, 1974. 264 с.

11. Генкин М.Д., Рыжов М.А., Рыжов Н.М. Повышение надежности тяжело нагруженных зубчатых передач. Москва: Машиностроение, 1981. 31 с.

12. Гавриленко В.А. Зубчатые передачи в машиностроении. Москва: Машгиз, 1962. 531 с.

13. Гинзбург Е.Г., Голованов Н.Ф., Фирун Н.Б. и др. Зубчатые передачи. Справочник. Ленинград: Машиностроение, 1980. 415 с.

14. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. Москва: Наука, 1968. 584 с.

#### Bibliography (transliterated)

1. Vinogradov V.M., Cherepahn A.A. Vliyanie metoda zubonarezaniya na izgibnuyu prochnost zubev tsilindricheskikh koles avtomobiley i traktorov. *Izvestiya MG TU «MAMI»*. 2009. № 2 (8). P. 136-141.

2. Radzevich S.P. Theory of gearing: Kinematics, Geometry, and Synthesis. Second Edition. Boca Raton, Florida, CRC Press, 2018. Print.

3. Suhorikov Yu.N., Evstatiev R.I. Instrumenty dlya obrabotki zubchatykh koles metodom svobodnogo obkata. *Kyuyiv, Tekhnika*, 1983. 123 p.

4. Lashnev S.I., Borisov A.N., Emel'yanov S.G. Geomet-

richeskaya teoriya foroobrazovaniya poverhnostey rezhushchimi instrumentami. *Kursk, gos. tekhn. un-t*, 1997. 391 p.

5. Krivosheya A.V. Osobennosti sovmestnogo geometricheskogo proektirovaniya zubchatykh kolyos i zuboobrabatyvayushchih instrumentov. *Trudy mezhdunar. konf. "Vysokie tekhnologii v mashinostroenii: tendencii razvitiya, menedzhment, marketing"*. Kharkiv: KhGPU. 1997. P. 291.

6. Krivosheya A.V. Struktura mnogoparametricheskogo otobrazheniya, obobshchayushchaya stanochnye i rabochie zubchatye zacepleniya. *Tr. mezhdunar. konf. "Vysokie tekhnologii v mashinostroenii: modelirovanie, optimizaciya, diagnostika"*. Kharkiv: KhGPU. 1995. P. 71.

7. Kondusova E.B., Tretyak T.E., Krivosheya A.V. Algoritm rascheta profilya ogibayushchih poverhnostey dlya obkatychnykh instrumentov i detalej. *Trudy pyatoy mezhdunar. konferencii "Novye tekhnologii v mashinostroenii"*, Rybachie, Sept. 18-21. 1996. P. 140-141.

8. Krivosheya A.V., Tretyak T.E., Kondusova E.B. Strukturnyj podhod k matematicheskomu opisaniyu kinematicheskikh krivykh. *Rezanie i instrument v tekhnologicheskikh sistemah*. (2001). № 59. P. 129-134.

9. Tretyak T., Mironenko A., Gutsalenko Yu. et al. Structural approach to the mathematical description and computer visualization of plane kinematic curves for the display of gears. *Fiability & Durability*. Editura "Academica Brâncuși", Târgu Jiu. 2018. No. 1. P. 7-11.

10. Vulgakov E.B. Zubchatye peredachi s uluchshennymi svojstvami. *Obobshchennaya teoriya i proektirovanie*. Moscow: Mashinostroenie, 1974. 264 p.

11. Genkin M.D., Ryzhov M.A., Ryzhov N.M. Povyshenie nadezhnosti tyazhelonagruzhennykh zubchatykh peredach. *Moscow: Mashinostroenie*, 1981. 31 p.

12. Gavrilenko V.A. Zubchatye peredachi v mashinostroenii. *Moscow: Mashgiz*, 1962. 531 p.

13. Ginzburg E.G., Golovanov N.F., Firun N.B. et al. Zubchatye peredachi. *Spravochnik*. Leningrad: Mashinostroenie, 1980. 415 p.

14. Litvin F.L. Teoriya zubchatykh zaceplenij. *Moscow: Nauka*, 1968. 584 p.

*Поступила (received) 07.10.2020*

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Третьак Тетяна Євгенівна (Третьак Татьяна Евгеньевна, Tretyak Tetyana Yevgenivna)** – старший викладач кафедри ІТМ, НТУ «ХПІ». E-mail: tretyak.t.e@gmail.com

**Мироненко Олександр Леонідович (Мироненко Александр Леонидович, Myronenko Oleksandr Leonidovych)** – канд. технічних наук, доцент кафедри ІТМ, НТУ «ХПІ». E-mail: mir.soliy@com.ua

**Мироненко Сергій Олександрович (Мироненко Сергей Александрович, Myronenko Sergij Oleksandrovych)** - студент гр. КІТ М 1206, НТУ «ХПІ». E-mail: serg1prime@gmail.com