

***М.С. БОГАТИР, О.О. ВОДКА, І.В. ЗАДОРЖНИЙ, О.М. ЛОМАКІН, Г.І. ЛЬВОВ***

### **РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ**

Дослідження та використання композитних матеріалів для наукових експериментів, інженерної діяльності, а також для промислових цілей значно розширилося, оскільки розвиток технологій виробництва композитних матеріалів дозволив створювати та досліджувати нові типи та види їх фізичних та хімічних властивостей, схем армування та довжини волокон, і т.д.. У даній роботі представлені результати розрахунково-експериментальних досліджень пружних та демпфуючих властивостей композитного матеріалу. Дослідження проводилися над зразками склопластику СТЕФ, розміри зразків яких складають  $160 \times 16 \times 4$  мм, вирізаних в трьох напрямках, в напрямку основи, утка та під кутом 45 градусів, по п'ять зразків на кожен напрямок. Для дослідження механічних властивостей отриманих консольних зразків, був використаний вібростенд. Дослідження демпфуючих властивостей виконано методом Оберста на основі експериментальних амплітудно-частотних характеристик консольних зразків. Визначення модулів Юнга зразків склопластику виконано динамічним методом, а для обчислень використовувалася теорія згинальних коливань стрижневих систем. Проведено порівняння отриманих експериментальних даних з результатами чисельних рішень, виконаних методом скінченних елементів. Побудовано геометричні та скінченно-елементні моделі, визначено власні частоти та форми коливань зразків. Наведено амплітудно-частотні та фазо-частотні характеристики. Для зниження похибки за результатами експерименту була проведена статистична обробка. Обчислені значення математичного очікування та середньоквадратичне відхилення коефіцієнта механічних втрат. Оцінка похибки вимірювань зроблена з припущення про нормальність розподілу похибки.

**Ключові слова:** композитні матеріали, склопластик, амплітудно-частотна характеристика, фазо-частотна характеристика, демпфірування.

***М.С. БОГАТЫРЬ, А.А. ВОДКА, И.В. ЗАДОРЖНИЙ, А.Н. ЛОМАКИН, Г.И. ЛЬВОВ***

### **РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Исследование и использование композитных материалов для научных экспериментов, инженерной деятельности, а также для промышленных целей значительно расширилось, поскольку развитие технологий производства композитных материалов позволило создавать и исследовать новые типы и виды их физических и химических свойств, схем армирования и длины волокон. В данной работе представлены результаты расчетно-экспериментальных исследований упругих и демпфирующих свойств композитного материала. Исследования проводились над образцами стеклопластика СТЭФ, размеры образцов которых составляют  $160 \times 16 \times 4$  мм, вырезанных в трех направлениях, в направлении основы, утка и под углом 45 градусов, по пять образцов на каждое направление. Для исследования механических свойств полученных консольных образцов, был использован вибростенд. Исследование демпфирующих свойств выполнено методом Оберста на основе экспериментальных амплитудно-частотных характеристик консольных образцов. Определение модулей Юнга образцов стеклопластика выполнено динамическим методом, а для вычислений использовалась теория изгибных колебаний стержневых систем. Проведено сравнение полученных экспериментальных данных с результатами численных решений, выполненных методом конечных элементов. Построены геометрические и конечно-элементные модели и определены собственные частоты и формы колебаний образцов. Приведены амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики. Для снижения погрешности по результатам эксперимента была проведена статистическая обработка. Вычислены значения математического ожидания и среднее квадратическое отклонение коэффициента механических потерь. Оценка погрешности измерений сделана из предположений о нормальности распределения погрешности.

**Ключевые слова:** композитный материал, стеклопластик, амплитудно-частотная характеристика, фазо-частотная характеристика, демпфирование.

***M.S. BOHATYR, O.O. VODKA, I.V. ZADOROZHNYI, O.M. LOMAKIN, G.I. LVOV***

### **CALCULATION AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF MECHANICAL CHARACTERISTICS OF COMPOSITE MATERIALS**

Research and use of composite materials for scientific experiments, engineering activities, as well as industrial purposes has expanded significantly, since the development of technologies for the production of composite materials has made it possible to create and research new types of their physical and chemical properties, reinforcement schemes and fiber lengths, etc. This paper presents the results of computational and experimental studies of the elastic and damping properties of a composite material. The studies were carried out on samples of laminated fiberglass, the dimensions of which are  $160 \times 16 \times 4$  mm, cut in three directions, in the direction of the warp, weft and at an angle of 45 degrees, five samples were cut in each direction. To study the mechanical properties of the obtained cantilever samples, the electrodynamic shaker was used. The study of damping properties was carried out by the Oberst method based on the experiment of the frequency response characteristics of cantilever samples. The determination of Young's moduli of laminated fiberglass samples was carried out by the dynamic method, and also the theory of vibrations of continuous systems was

used. The experimental data obtained are compared with the results of numerical solutions performed by the finite element method (FEM). Geometric and finite element models were constructed and the natural frequencies and vibration modes of the samples were determined. Frequency and phase response characteristics are given. To reduce the error according to the results of the experiment, statistical processing was carried out. The values of the mathematical expectation and the standard deviation of the mechanical loss coefficient are calculated. The estimation of the measurement error was made on the assumption of the normal distribution of the error.

**Key words:** composite materials, fiberglass, amplitude-frequency characteristics, phase-frequency characteristics, damping.

**Вступ.** Композитні матеріали – багатокомпонентні матеріали, які виготовляють з декількох компонентів, з різними фізичними та хімічними властивостями, що призводять до створення нового матеріалу. До складу композитних матеріалів входять матриці та наповнювачі. Варіюючи склад, співвідношення та орієнтацію, матриць та наповнювачів, можливо отримати широкий набір матеріалів, з необхідними властивостями, відповідно до області їх застосування. Композитні матеріали зазвичай використовують при будівництві будівель, мостів, та інших споруд, також використовуються при створенні корпусів човнів, кузови спортивних автомобілів, меблів, але більш досконалі та дорожчі приклади композитних матеріалів, використовують у літаках та космічних апаратах.

Композитні матеріали набувають все більше застосування в різних галузях сучасної техніки завдяки їх унікальним властивостям, але до недоліків цих матеріалів можна віднести значний розкид механічних характеристик. Це в значній мірі стосується параметрів демпфірування періодичних коливань.

**Літературний огляд.** Велике значення демпфуючі властивості композитів мають при використанні їх в вібропоглинаючих та шумопоглинаючих системах. Вітчизняні та зарубіжні виробники використовують різні стандарти та технічні умови для оцінки якості вібродемпфуючих листових матеріалів. Європейський комітет зі стандартизації CEN розробив стандарт EN ISO 6721-3 «Пластмаси. Визначення механічних властивостей при динамічному навантаженні. Частина 3. Коливання згину. Метод резонансної характеристики».

Країни, що входять до CEN, імплементують стандарт EN ISO 6721-3 в свої національні версії. Повна англійська версія стандарту викладена в документі Швеції [1]. Модифікована версія стандарту EN ISO 6721-3 прийнята в Росії [2].

Європейський стандарт передбачає два способи (А і В) закріплення зразків і містить рекомендації за розмірами зразків та їх співвідношенням.

Стандарт Е 756-98 «Метод випробування для вимірювання вібродемпфуючих властивостей матеріалів» [3] розроблено американським товариством з випробувань матеріалів (ASTM).

На відміну від Європейського стандарту, стандарт Е 756-98 передбачає можливість випробувати зразки без демпфуючого шару, з односторонньою або двосторонньою наклеюючим шаром демпфуючого шару. У стандарті Е 756-98 міститься рекомендація, що критично ставитися до результатів випробувань та вказує, що необхідно виявляти особливу обережність, коли коефіцієнт механічних втрат зразка перевищує 0,20. У таких випадках рекомендується звернути особливу увагу на симетрію амплітудно-частотної характерис-

тики в зоні смуги пропускання половинної потужності. Також важливо використовувати рекомендовані співвідношення між товщиною металевої основи та демпфуючого шару.

Окремі виробники використовують свої технічні вимоги для вібродемпфуючих покриттів. У концерні Фольксваген кількісна оцінка коефіцієнта механічних втрат ґрунтується на німецькій версії європейського стандарту EN ISO 6721-3.

Виробники вібродемпфуючих покриттів з країн СНД використовують власні технічні умови. Є ряд нормативних документів щодо визначення в'язкопружних характеристик та коефіцієнтів механічних втрат самих вібродемпфуючих матеріалів (гуми, пластиків та жорстких полімерів). До них відносяться російські стандарти [4,5] і європейські документи [4,5]. Теоретичною основою методу половинної потужності є аналіз АЧХ коливальної системи з одним ступенем свободи при лінійно в'язкому терті. Для випадку системи з кінцевим числом ступенів свободи, метод половинної потужності буде давати точні результати при пропорційному демпфіруванні [6].

Процеси розсіювання енергії при коливаннях виробів або зразків з композиційних матеріалів надзвичайно складні та мають різну фізичну природу. Для встановлення їх закономірностей велике значення має поєднання теоретичного моделювання з фізичними експериментами.

В роботі [7] була розроблена нелінійна модель вимушених коливань стрижнів з композитів, армованих волокном з різною орієнтацією волокон та послідовністю розташування шарів. В якості фізичних залежностей використана нелінійна в'язкопружна модель Кельвіна-Фойгта. Вплив орієнтації волокон та послідовності шарів враховані з використанням класичної теорії ламінованих пластин. Резонансні випробування проводилися на спеціальній установці. Магнітостриктійний актуатор використовувався для збудження коливань зразка в певному частотному діапазоні. Генератор сигналів безперервної дії та підсилювач з синусоїдальним виходом використовувалися для приводу виконавчого механізму. Амплітуда коливань вимірювалася акселерометром, встановленому на зразку, а частота коливань відстежувалася за допомогою синхронізуючого підсилювача. В результаті експериментів побудовані амплітудно-частотні характеристики в широкому діапазоні частот збудження. Параметри теоретичної моделі були розраховані за результатами експериментів для різних орієнтацій волокон та ламінатних послідовностей. Експериментально визначені параметри моделі підставлялися в аналітичну модель, а теоретично передбачені частотні характеристики порівнювалися з експериментальними даними. Встановлено гарне узгодження теорії та експерименту, за винятком випадку поздовжнього армування.

У статті [8] представлена гібридна модель для

прогнозування демпфуючих властивостей композитних ламінатів. Дана гібридна модель складається з експериментальної ідентифікації демпфірування з використанням методів випробувань на гасіння вібрації. Експериментально встановлено питома демпфуюча здатність і міра демпфірування на першій резонансній частоті балки. Метод кінцевих елементів використовує концепцію демпфірування Релея і, зокрема, пропорційну масі демпфірування для моделювання розсіювання енергії в коливальних системах. Показано, що при використанні такої методики дані можуть бути знайдені у випадках, коли застосування аналітичних рішень механіки суцільних середовищ не може надати достовірну інформацію. Встановлено зв'язок демпфуючих властивостей з видом армування матеріалу. Теоретичний прогноз гасіння добре узгоджується з експериментальними спостереженнями.

Експериментальні дослідження випадкових коливань пластин з карбиду кремнію, армованого вуглецевими волокнами, виконані в [9] для виявлення структурних мікро пошкоджень. Кінематичне збудження коливань проводилось електромагнітним вібростендом з комп'ютерним управлінням. Пошкодження структури композиту в умовах випадкової вібрації реєструвалося за допомогою технології акустичної емісії.

Для встановлення взаємозв'язку між параметрами акустичної емісії та режимами накопичення ушкоджень використані методи штучного інтелекту в поєднанні з технологіями обробки великої кількості даних.

У статті [10] представлений новий підхід до аналізу вільних коливань композитних пластинчастих конструкцій. Уточнені балкові теорії сформульовані в різних наближеннях. Диференціальні рівняння руху і природні граничні умови записані в компактній формі, в якій формальні математичні вирази не залежать від порядку теорії. Після рішення в замкнутій формі отримана загальна процедура для побудови АЧХ. Точність запропонованої методики перевірена на основі літературних даних, скінчено-елементних рішень з комерційного коду Настрон та експериментальних випробувань. Експерименти проведені на спеціальній установці для вимірювання власних частот. Об'єктом досліджень була симетрична 32-х шарова пластина, на якій встановлені 15 датчиків прискорень.

У статті [11] представлено експериментальне та чисельне дослідження вільних коливань композитних плит з отворами. Власні частоти визначені з експериментального аналізу з використанням аналізатора швидкого перетворення Фур'є. Гармонійний аналіз таких же плит виконаний методом скінчених елементів з використанням дев'яти вузлових з параметричних пластинчастих елементів. Досліджено вплив співвідношення сторін, кількості шарів, масової частки волокон і епоксидної смоли, а також різної орієнтації волокон. Частоти шаруватих композитних пластин досліджені для різних граничних умов. При аналізі вільних коливань пластини з вирізом варіювалися різні параметри: розмір вирізу, місце розташування вирізу, а також товщина і орієнтація шарів ламінованої пластини. Відзначено, що власні частоти, отримані за результатами експериментів, добре узгоджуються з даними чисельних

розрахунків методом скінчених елементів.

Метою цього дослідження є проведення розрахунково-експериментальних досліджень зразків з склопластику, визначення їх пружних та демпфуючих властивостей, проведення порівнянь внутрішнього тертя та їх зіставлення з експериментальними даними.

**Постановка задачі.** Для проведення експериментальних досліджень та виявлення механічних властивостей, було використано лист склопластику СТЕФ, розміром 300 мм × 600 мм з якого було виготовлено та вирізано по 5-ть зразків в напрямках: основи (напрямок 1), утку (напрямок 2) та під кутом 45° (напрямок 12)

Схема виготовлення зразків наведена на рис. 1. Відповідно, розміри зразків склопластику наведені в табл. 1. Густина зразків була визначена експериментально, шляхом зважування.

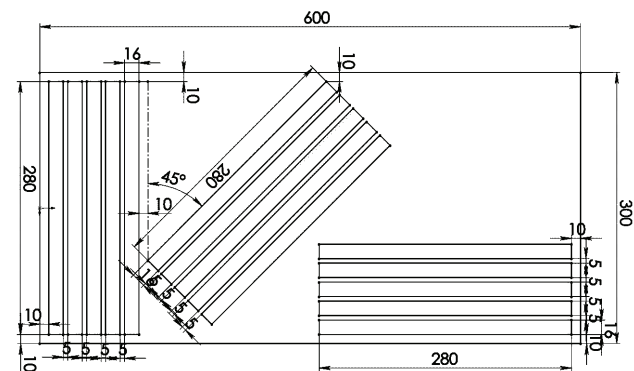


Рисунок 1 – Схема виготовлення зразків для експериментальних випробувань

Таблиця 1 – Параметри зразків

Параметр	Значення
Довжина робочої частини, $l$ , мм	160
Ширина, $b$ , мм	16
Товщина, $h$ , мм	4
Площа перетину, $F$ , мм <sup>2</sup>	64
Густина, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	2009
Момент опору перетину, $I$ , мм <sup>4</sup>	85,33

Під час дослідження механічних властивостей отриманих зразків використовувався вібростенд (рис. 2). Вібростенд складається із: збуджуючої головки, персонального комп'ютера, двох емнісних акселерометрів. Для генерації сигналів, що подаються на вібростенд, використовувався звукова карта персонального комп'ютера. Отриманий сигнал підсилювався за допомогою акустичного підсилювача сигналу низької частоти, який виконаний на базі мікросхеми TDA1554Q.

Для вимірювання амплітуди віброприскорень використовувалися два емнісних датчика ADXL335 (рис. 3). Дані датчики являють собою 3-х осеві акселерометри (датчики прискорення). Один датчик встановлювався на столі вібростенда, другий на образку. Ширина смуги акселерометра регулюється користувачем за допомогою конденсаторів CX, CY і CZ. Залежно від вимог, ширина смуги може вибиратися в діапазоні від 0.5 Гц до 1600 Гц для осей X і Y і від 0.5 Гц до 550 Гц для осі Z.

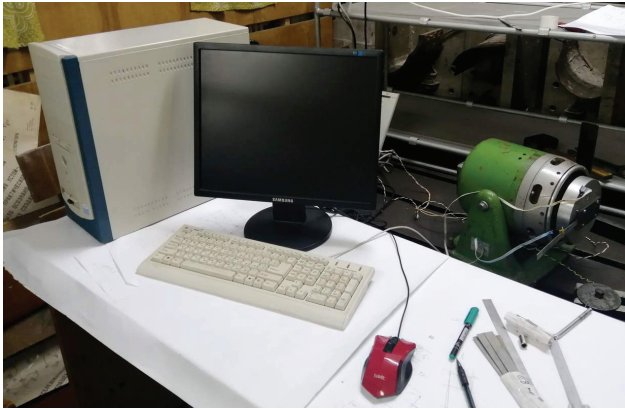


Рисунок 2 – Вібростенд

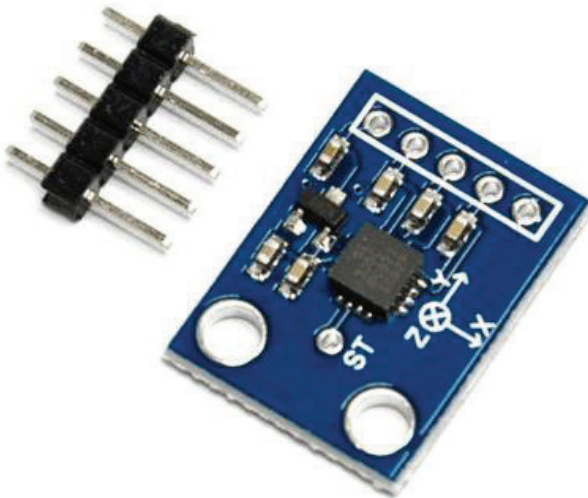


Рисунок 3 – Акселерометр ADXL335

Для використання акселерометра аналогові виходи підключалися до персонального комп'ютера через звукову карту. Живлення до акселерометру подавалося від USB порту комп'ютера.

Зазначені акселерометри не потребують калібрування, так як для визначення коефіцієнта механічних втрат використовується відношення показань двох акселерометрів.

**Визначення демпфуючих властивостей матеріалу методом Оберста.** Для об'єктивної кількісної оцінки демпфуючих властивостей листових матеріалів, використано метод Оберста [1]. Цей метод передбачає проведення експериментів з побудови амплітудно-частотної характеристики спеціальних зразків. Зразок може бути жорстко затиснений з одного краю, або шарнірно опертий з двох кінців. У зразку збуджуються гармонічні коливання в діапазоні 20 – 1000 Гц з постійною амплітудою. Для кількісної оцінки ефективності демпфування листових матеріалів методом Оберста вводиться спеціальний параметр – коефіцієнт механічних втрат. Принцип його обчислення полягає в наступному: експериментально на амплітудно-частотній характеристиці виділяються резонансні зони в околиці власних частот зразка (рис. 4). Для кожної її віднайдені резонансної зони визначається ширина піку  $\Delta f_i$ , яка відповідає зменшеною на 3 дБ (або у  $\sqrt{2}$

раз) амплітуді коливань в порівнянні з максимальним значенням амплітуди коливань на даній резонансній частоті  $f_i$ . В якості коефіцієнта механічних втрат ( $\eta_i$ ) приймається відношення ширини виділеної зони  $\Delta f_i$  до даної резонансної частоти  $f_i$  (1).

$$\eta_i = \frac{\Delta f_i}{f_i} \quad (1)$$

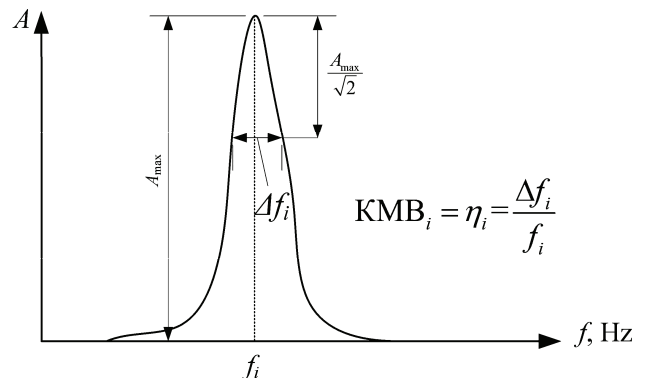


Рисунок 4 – Обчислення коефіцієнта механічних втрат (КМВ) за методом Оберста

**Експериментальне визначення модуля Юнга зразків.** Для визначення модуля Юнга зразків експериментальним методом використовувалась теорія коливань неперервних систем [13]. Відповідно до якої рівняння коливань балки визначається диференціальним рівнянням (1а), або таким, що враховує демпфування (2).

$$EI \frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4} + \rho F \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (1a)$$

$$EI \frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4} + \alpha EI \frac{\partial^5 y(z,t)}{\partial z^4 \partial t} + \rho F \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = P(z,t). \quad (2)$$

Підставляючи у (1а) вираз (3) та вводячи параметр  $\beta$  у вигляді (4), отримаємо рівняння вигляду (5).

$$y(z,t) = Z(z)B(t) = Z(z) \sin \omega t. \quad (3)$$

$$\beta^4 = \frac{\rho F \omega^2}{EI}. \quad (4)$$

$$Z^{IV} - \beta Z = 0. \quad (5)$$

У випадку консольної балки (переміщення та кут повороту у защемленні дорівнює нулю, а момент та зусилля відсутні на вільному краю), параметр  $\beta$  визначається з рівняння (6). Це рівняння не має аналітичного розв'язку, а відповідні корні перші два корні можуть бути знайдені чисельно  $\beta_1 = 1.875$  та  $\beta_2 = 4.694$ . Це дозволяє визначити чисельно значення 1-ї та 2-ї резонансної частоти (7). А виконавши відповідні перетворення, можна отримати відповідні формули для обчислення модулів пружності (8)

$$\text{sh } \beta l \cos \beta l = -1. \quad (6)$$

$$f_1 = \frac{1.875^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}}; \quad f_2 = \frac{4.694^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}}. \quad (7)$$

$$E_1 = \frac{f_1^2 l^4 \rho F}{1.875^4 I}; \quad E_2 = \frac{f_2^2 l^4 \rho F}{4.694^4 I}. \quad (8)$$

Для зниження похибки за результатами експерименту була проведена статистична обробка. Математичне очікування розраховувалось за формулою (9):

$$M[n] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i, \quad (9)$$

де  $M[n]$  – математичне очікування;  
 $n_i$  – коефіцієнт механічних втрат  $i$ -го зразка;  
 $N$  – кількість зразків.

Середнє квадратичне відхилення (СКВ) було розраховано за формулою (10).

$$S[n] = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (n_i - M[n])^2}. \quad (10)$$

Оцінка похибки вимірювань може бути зроблена з припущень про нормальність розподілу похибки. В цьому випадку можливий розкид значень може лежати в діапазоні  $\pm 3$  СКВ.

Результати експериментів наведені в табл. 2-4. У графі «середнє» наведено значення математичного очікування коефіцієнта механічних втрат та середнє квадратичне відхилення наведено у графі «СКВ».

Відповідні графіки з визначення КМВ – на рис. 5-7.

Таблиця 2 – Результати досліджень зразків у напрямку 1

№	$f_1$ , Гц	КМВ <sub>1</sub>	$f_2$ , Гц	КМВ <sub>2</sub>	$E_{f1}$ , ГПа	$E_{f2}$ , ГПа	$\langle E \rangle$ , ГПа
1	50	0.02	337	0.064	7.885	9.119	8.502
2	50	0.029	345	0.041	7.885	9.557	8.721
3	51	0.036	340	0.029	8.203	9.282	8.743
4	51	0.042	359	0.004	8.203	10.348	9.276
14	50	0.075	354	0.022	7.885	10.062	8.974
Середнє	50.400	0.040	347.000	0.032	8.012	9.674	8.843
СКВ	0.548	0.021	9.301	0.022	0.174	0.520	0.294

Таблиця 3 – Результати досліджень зразків у напрямку 12

№	$f_1$ , Гц	КМВ <sub>1</sub>	$f_2$ , Гц	КМВ <sub>2</sub>	$E_{f1}$ , ГПа	$E_{f2}$ , ГПа	$\langle E \rangle$ , ГПа
5	43	0.055	294	0.119	5.832	6.940	6.386
6	43	0.061	271	0.063	5.832	5.897	5.864
7	40	0.109	274	0.065	5.046	6.028	5.537
8	42	0.055	307	0.065	5.564	7.568	6.566
15	41	0.162	321	0.045	5.302	8.274	6.788
Середнє	41.800	0.088	293.400	0.071	5.515	6.941	6.228
СКВ	1.304	0.047	21.361	0.028	0.342	1.011	0.515

Таблиця 4 – Результати досліджень зразків у напрямку 2

№	$f_1$ , Гц	КМВ <sub>1</sub>	$f_2$ , Гц	КМВ <sub>2</sub>	$E_{f1}$ , ГПа	$E_{f2}$ , ГПа	$\langle E \rangle$ , ГПа
9	50	0.08	353	0.063	7.885	10.005	8.945
10	49	0.067	348	0.061	7.573	9.724	8.648
11	51	0.075	351	0.055	8.203	9.892	9.048
12	47	0.131	342	0.071	6.967	9.392	8.179
13	48.5	0.081	343	0.07	7.419	9.447	8.433
Середнє	49.100	0.087	347.400	0.064	7.609	9.692	8.651
СКВ	1.517	0.025	4.827	0.007	0.469	0.269	0.359

**Розрахункові дослідження динамічних характеристик зразків.** Для верифікації експериментальних даних пропонується провести серію розрахункових досліджень з використанням методу скінченних елементів (МСЕ).

Використання методу скінченних елементів при вирішенні задач динаміки конструкцій ставить за необхідне розв'язання диференційного рівняння виду

$$[M]\ddot{q} + [C]\dot{q} + [K]q = P(t), \quad (11)$$

де  $[M]$  – матриця мас конструкції;  
 $[C]$  – матриця демпфуючих властивостей;  
 $[K]$  – матриця жорсткості конструкції;  
 $q$  – вектор вузлових переміщень;  
 $P(t)$  – вектор вузлових збуджуючих сил.

У рівнянні (11) матриці  $[M]$ ,  $[K]$  формуються автоматично виходячи з геометрії конструкції та її розбиття на скінченні елементи, а визначення матриці  $[C]$  потребує введення моделей тертя, що частіше за все

визначаються як комбінація з матриць  $[M]$ ,  $[K]$ . Типовим прикладом є використання релівської моделі тертя:

$$[C] = \alpha_c[M] + \beta_c[K]. \quad (12)$$

Для визначення параметрів, що входять до (12) зручно перейти від використання КМВ ( $\eta_i$ ) до логарифмічного декременту коливань ( $\delta_i$ ), що, зазвичай, визначається як логарифм відношення амплітуд сусідніх періодів коливань:

$$\delta_i = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{a(t)}{a(t+nT)} \right). \quad (13)$$

Зв'язок між декрементом коливань та коефіцієнтом механічних втрат визначається співвідношенням:

$$\delta_i = \pi \eta_i. \quad (14)$$

Коефіцієнт відносного демпфування ( $\zeta_i$ ) визначається через логарифмічний декремент або коефіцієнт механічних втрат:

$$\zeta_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{4\pi^2 + \delta_i^2}} = \frac{\eta_i}{\sqrt{4 + \eta_i^2}}. \quad (15)$$

В скінчено-елементних комплексах коефіцієнт відносного демпфування визначається через параметри релєвської моделі тертя як функція частоти  $f$  (16).

$$\zeta = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{2\pi f} + \frac{\beta}{2} 2\pi f. \quad (16)$$

Зважаючи на те, що за результатами експерименту визначено значення коефіцієнту відносного демпфування для двох власних форм коливань, то стає можливим відшукати значення параметрів  $\alpha$  та  $\beta$ , розв'язуючи систему рівнянь відносно цих змінних (17). Часто в інженерній практиці приймається  $\alpha = 0$ , тоді  $\beta$  визначається через вираз (18). Для порівняння моделей на основі (17) та (18) побудований графік

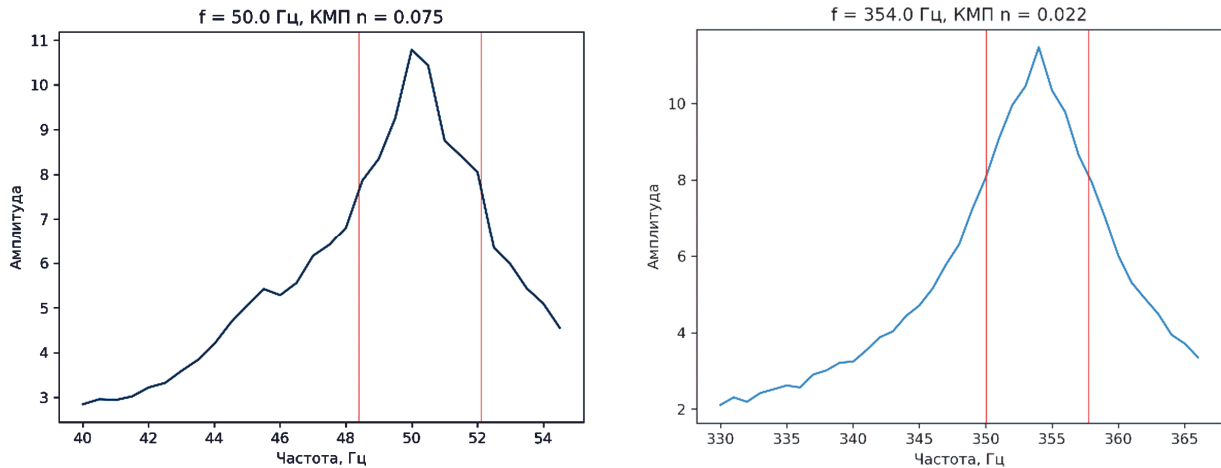


Рисунок 5 – Амплітудно-частотні характеристики зразків у напрямку 1 на першій та другій резонансній частоті

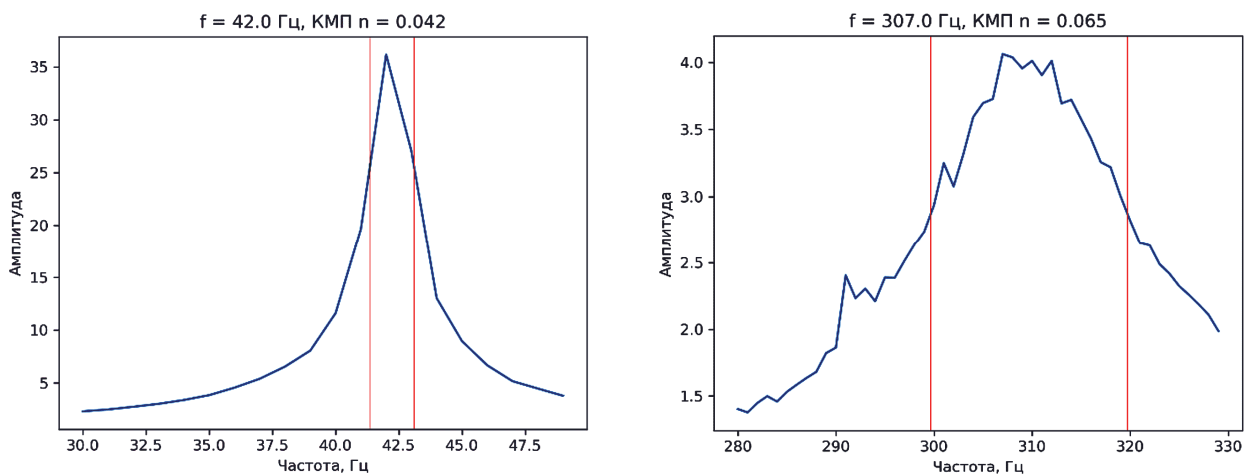


Рисунок 6 – Амплітудно-частотні характеристики зразків у напрямку 12 на першій та другій резонансній частоті

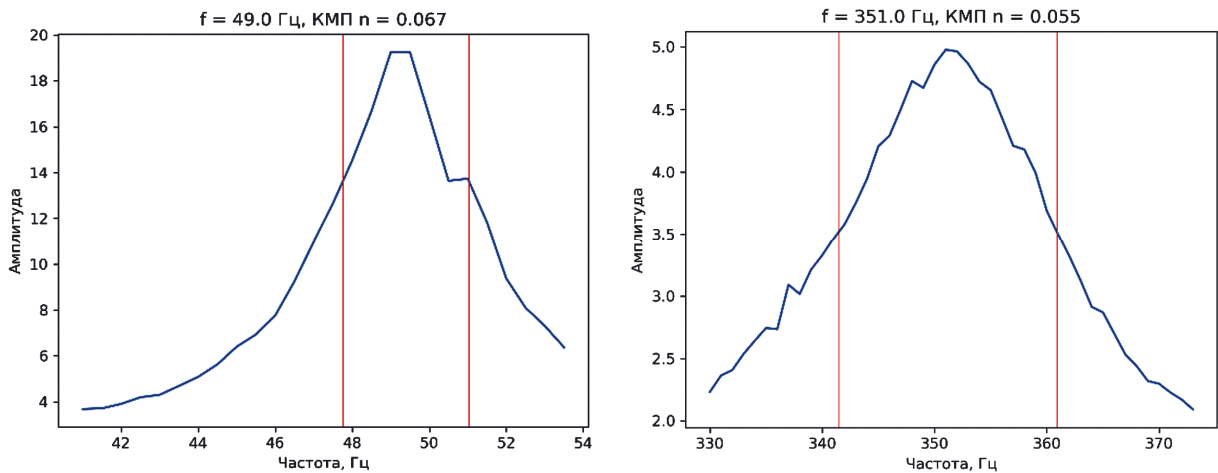


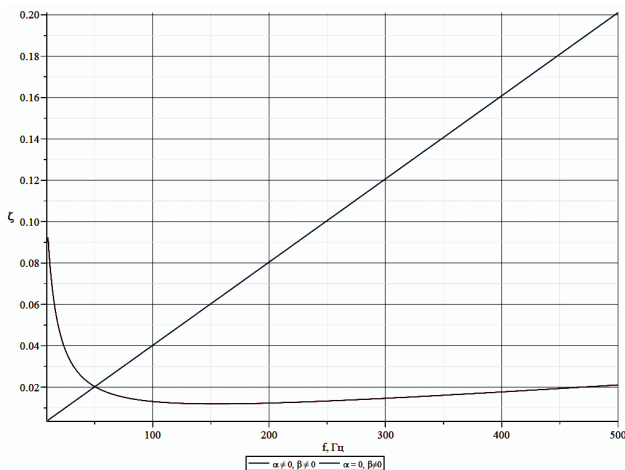
Рисунок 7 – Амплітудно-частотні характеристики зразків у напрямку 2 на першій та другій резонансній частоті

залежності  $\zeta$  від частоти (рис. 8). Як видно з графіку, модель (17) має значно вищий коефіцієнт відносного демпфування на низьких частотах, і значно нижчий – на високих у порівнянні з моделлю (18). Результати розрахунків параметрів демпфування для всіх напрямків зразків наведені в табл. 5.

$$\alpha = 4\pi f_1 f_2 \frac{\zeta_2 f_1 - \zeta_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2}; \quad (17)$$

$$\beta = \frac{1}{\pi} \frac{\zeta_1 f_1 - \zeta_2 f_2}{f_1^2 - f_2^2}$$

$$\tilde{\alpha} = 0; \quad \tilde{\beta} = \frac{\zeta_1}{\pi f_1}. \quad (18)$$

Рисунок 8 – Графік залежності  $\zeta$  від частоти

Таблиця 5 – Значення параметрів демпфування

Параметр	Значення напрямок 1	Значення напрямок 12	Значення напрямок 2
$\eta_1$	$4,04 \times 10^{-2}$	$8,84 \times 10^{-2}$	$8,68 \times 10^{-2}$
$\eta_2$	$3,20 \times 10^{-2}$	$7,14 \times 10^{-2}$	$6,40 \times 10^{-2}$
$\delta_1$	$1,27 \times 10^{-1}$	$2,78 \times 10^{-1}$	$2,73 \times 10^{-1}$
$\delta_2$	$1,01 \times 10^{-1}$	$2,24 \times 10^{-1}$	$2,01 \times 10^{-1}$
$\zeta_1$	$2,02 \times 10^{-2}$	$4,42 \times 10^{-2}$	$4,34 \times 10^{-2}$
$\zeta_2$	$1,60 \times 10^{-2}$	$3,57 \times 10^{-2}$	$3,20 \times 10^{-2}$
$\alpha, 1/c$	$1,16 \times 10^1$	$2,09 \times 10^1$	$2,45 \times 10^1$
$\beta, c$	$1,22 \times 10^{-5}$	$3,25 \times 10^{-5}$	$2,42 \times 10^{-5}$
$\tilde{\beta}, c$	$1,28 \times 10^{-4}$	$3,36 \times 10^{-4}$	$2,81 \times 10^{-4}$

З метою перевірки моделей демпфування та отриманих значень в роботі побудована геометрична та скінчено-елементна модель консольної балки, які зображені на рис. 9 та рис. 10 відповідно. На торці балки з однієї сторони задані зашпелення (рис. 9).

На основі скінченно-елементної моделі був проведений розрахунок власних частот та форм коливань зразка. Отримані в результаті розрахунку значення власних частот та їх порівняння з експериментальними наведені в табл. 6. Форми коливань наведені на рис. 11. З аналізу рис. 14 видно, що між першою згинною (рис. 11, а) та другою згинною (рис. 11, б) формою коливань знаходиться згинна форма у горизонтальній площині. Це пояснює наявність в експеримента-

льних даних збільшення амплітуд коливань зразків в околиці частоти 200 Гц. Також слід відмітити, що в робочий діапазон датчика попадає лише дві згинні частоти у вертикальній площині, що підтверджується результатами експерименту.

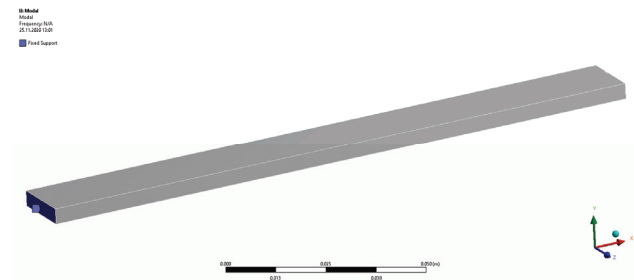


Рисунок 9 – Геометрична модель зразка

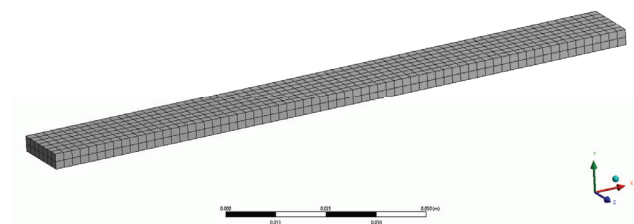


Рисунок 10 – Скінченно-елементна модель зразка

Таблиця 6 – Розрахункові та експериментальні частоти коливань

№	Розрахункова частота, Гц	Експериментальна частота, Гц	Відхилення, %
1	50,86	50,4	0,9
2	200,71	–	–
3	317,74	347,0	9,2
4	848,84	–	–
5	886,18	–	–

Для підтвердження правильності проведених вище розрахунків, за допомогою методу скінченних елементів були визначені амплітудно-частотні (АЧХ) та фазо-частотні характеристики (ФЧХ). Розрахунки проводились на основі усереднених характеристик зразків у напрямку 1. Під час розрахунків розглянуті дві моделі тертя: 1 –  $\alpha$  та  $\beta$  згідно (18); 2 –  $\alpha$  та  $\beta$  згідно (17). Отримані результати наведені на рис. 12.

З аналізу рис. 13 видно, що амплітуда коливань на 1-му резонансному піку однакова, це добре співпадає з визначенням моделей, адже параметри демпфування в двох моделях співпадають на цій частоті. Однак, зазначені моделі мають значні відмінності у околиці другого резонансного піку – модель 1 має значно нижчу амплітуду коливань. Різка зміни фази біля частоти 200 Гц пояснюється наявністю резонансної частоти в цій області, однак при діючому навантаженні вона не збуджується.

Для порівняння розрахункових амплітудно-частотних характеристик з експериментом, за допомогою генератора, що лінійно змінює частоту у робочому діапазоні, був записаний механічний відгук системи. Фур'є-спектр такого відгуку наведений на рис. 13. З аналізу рисунку можна побачити ряд особливостей:

1. Форма та положення піку навколо 1-го резона-

нсного піку добре співпадає;

2. Модель тертя 1 добре узгоджується з експериментальними результатами, як за амплітудою, так і формою піку. Однак пік дещо зміщений вліво відносно експериментального, це пояснюється розбіжністю експериментальних та розрахункових власних частот

конструкції;

3. В експериментальних даних наявний пік біля частоти 200 Гц, що відповідає розрахунковій власній частоті. Він виникає внаслідок не ідеального закріплення та позиціонування зразка або датчика відносно вібробуджувача або зразка.

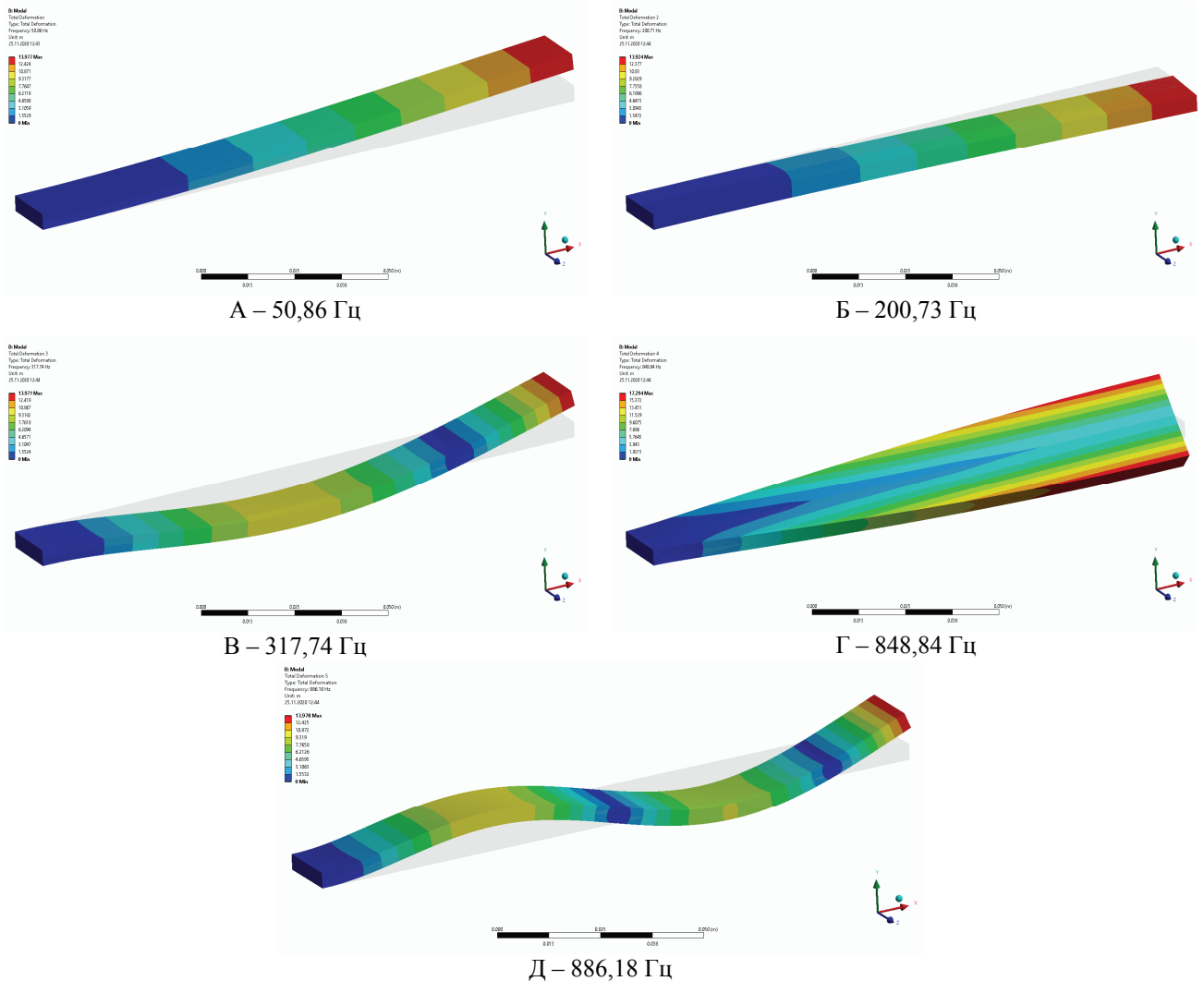


Рисунок 11 – Розрахункові форми коливань зразка

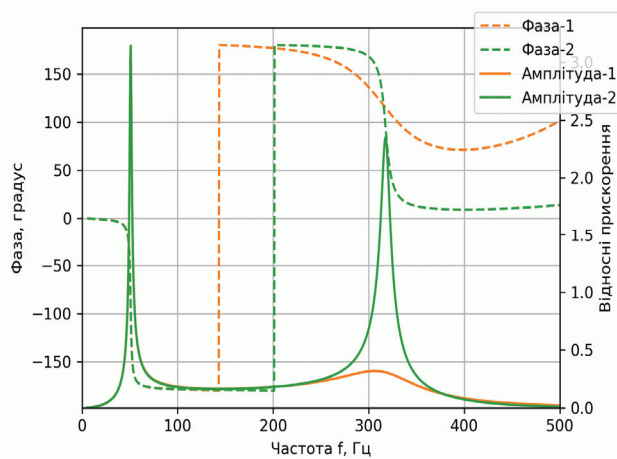


Рисунок 12 – Розрахункова амплітудно-частотна та фазо-частотна характеристика

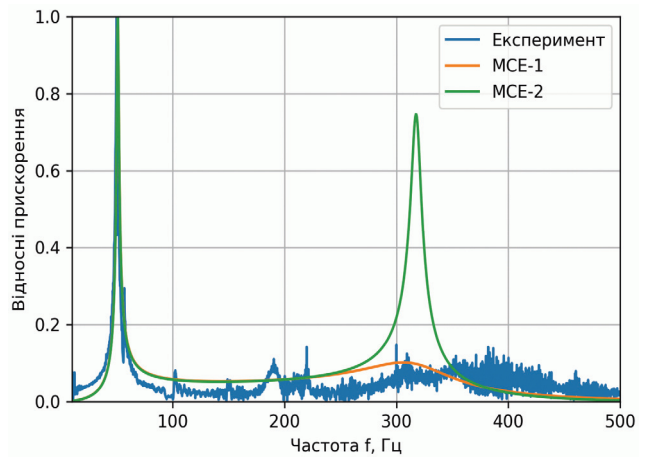


Рисунок 13 – Порівняння АЧХ отриманих за МСЕ з експериментом



**Висновки.** В ході роботи, було проведено розрахунково-експериментальне дослідження зразків з склопластику СТЕФ, визначено їх пружні та демпфуючі властивості, проведено порівняння модулів внутрішнього тертя та їх зіставлення з експериментальними даними. За результатами отриманих досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Коефіцієнт механічних втрат у напрямках 12 та 2 коливається в межах 0,064 – 0,087, однак в напрямку 1 він складає 0,032-0,040, що майже в два рази менше у порівнянні з іншими напрямками;

2. Розроблені скінченно-елементні моделі та проведені розрахунки АЧХ та ФЧХ на основі експериментальних даних. Порівняння отриманих результатів показує гарне кількісне та якісне співпадіння результатів. За результатами порівняння моделей тертя встановлено, що модель 1 демонструє краще співпадіння з експериментальними даними.

#### Список літератури

1. Plastics - Determination of dynamic mechanical properties - Part 3: Flexural vibration - Resonance-curve method (ISO 6721-3:1994, including Technical Corrigendum 1:1995) URL: <https://www.sis.se/api/document/preview/18334/>
2. Определение механических свойств при динамическом нагружении. Часть 3. Колебания изгиба метод резонансной кривой (ISO 6721-3:1994) URL: <https://plastinfo.ru/content/file/gosts/7bd1f339f18f.pdf>
3. ASTM E756 - 98 Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials URL: <https://www.astm.org/DATABASE.CART/HISTORICAL/E756-98.htm>
4. Гост 16297-80. Материалы звукоизоляционные и звукопоглощающие. Методы испытаний.
5. Гост 56801-2015. Пластмассы. Определение механических свойств при динамическом нагружении.
6. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. Москва: Высшая школа, 1980. 408 с.
7. Chakrapani S.K., Barnard D.J., Dayal V. Nonlinear forced vibration of carbon fiber/epoxy prepreg composite beams: Theory and Experiment, Composites Part B (2016), doi: 10.1016/j.compositesb.2016.02.009.
8. Kyriazoglou C., Guild F.J. Finite element prediction of damping of composite GFRP and CFRP laminates – a hybrid formulation – vibration damping experiments and Rayleigh damping. Composites Science and Technology. 2007. № 67. P. 2643-2654.
9. Denghong X., Yong G. Damage monitoring of carbon fiber reinforced silicon carbide composites under random vibration environment by acoustic emission technology, Ceramics International. 2020. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2020.04.218>.
10. Pagani A., Carrera E., Banerjee J.R., Cabral P.H., Caprio G., Prado A. Free vibration analysis of composite plates by higher-order 1D dynamic stiffness elements and experiments. Composite Structures. 118. 2014. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.020>

11. Leena Sinha, Debajeet Das, Amar Nath Nayak, Shishir Kumar Sahu Experimental and numerical study on free vibration characteristics of laminated composite plate with/without cut-out. Composite Structures (2020), URL: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113051>

12. Oberst H., Frankenfeld K. Über die Dämpfung dünner Bleche durch festhaltende Beläge. Acustica, 1952. Vol 2, Leaflet 4. AB 181-194 (Part 1), and 1954. Vol 4. P. 433 (Part 2).

13. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. Москва: Физматгиз, 1967. 249 с.

#### References (transliterated)

1. Plastics - Determination of dynamic mechanical properties - Part 3: Flexural vibration - Resonance-curve method (ISO 6721-3:1994, including Technical Corrigendum 1:1995) URL: <https://www.sis.se/api/document/preview/18334/>
2. Determination of mechanical properties under dynamic loading. Part 3. Oscillation bending resonance curve method (ISO 6721-3:1994) URL: <https://plastinfo.ru/content/file/gosts/7bd1f339f18f.pdf>
3. ASTM E756 - 98 Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials URL: <https://www.astm.org/DATABASE.CART/HISTORICAL/E756-98.htm>
4. GOST 16297-80. Soundproof and sound-absorbing materials. Test methods.
5. GOST 56801-2015. Plastics. Determination of mechanical properties under dynamic loading.
6. Biderman V.L. The theory of mechanical vibrations. Moscow: 1980. 408 p.
7. Chakrapani S.K., Barnard D.J., Dayal V. Nonlinear forced vibration of carbon fiber/epoxy prepreg composite beams: Theory and Experiment, Composites Part B (2016), doi: 10.1016/j.compositesb.2016.02.009.
8. Kyriazoglou C., Guild F.J. Finite element prediction of damping of composite GFRP and CFRP laminates – a hybrid formulation – vibration damping experiments and Rayleigh damping. Composites Science and Technology. 2007. № 67. P. 2643-2654.
9. Denghong X., Yong G. Damage monitoring of carbon fiber reinforced silicon carbide composites under random vibration environment by acoustic emission technology, Ceramics International. 2020. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2020.04.218>.
10. Pagani A., Carrera E., Banerjee J.R., Cabral P.H., Caprio G., Prado A. Free vibration analysis of composite plates by higher-order 1D dynamic stiffness elements and experiments. Composite Structures. 118. 2014. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.020>
11. Leena Sinha, Debajeet Das, Amar Nath Nayak, Shishir Kumar Sahu Experimental and numerical study on free vibration characteristics of laminated composite plate with/without cut-out. Composite Structures (2020), URL: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113051>
12. Oberst H., Frankenfeld K. Über die Dämpfung dünner Bleche durch festhaltende Beläge. Acustica, 1952. Vol 2, Leaflet 4. AB 181-194 (Part 1), and 1954. Vol 4. P. 433 (Part 2).
13. Timoshenko S.P. Fluctuations in engineering. Moscow: Fizmatgiz, 1967. 249 p.

Надійшла (received) 15.09.2020

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Богатир Михайло Сергійович (Богатырь Михаил Сергеевич, Mukhailo Bohatyr)** – аспірант кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ». Тел. (095) 801-71-80. E-mail: mbogatyr@outlook.com

**Водка Олексій Олександрович (Водка Алексей Александрович, Oleksii O. Vodka)** – доцент, канд. техн. наук кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ». Тел. (057) 707-69-75. E-mail: oleksii.vodka@gmail.com

**Задорожний Іван Вячеславович (Задорожний Иван Вячеславович, Ivan Zadorozhnyi)** – аспірант кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ». Тел. (066) 152-49-51. E-mail: i.zadorozhnyi@yahoo.com

**Ломакін Олександр Миколайович (Ломакин Александр Николаевич, Olexandr Lomakin)** – доцент, кандидат технічних наук «Динаміка та міцність машин» НТУ «ХПІ». Тел. (050) 301-53-34. E-mail: anlomakin@i.ua

**Львов Геннадій Іванович (Львов Геннадий Иванович, Gennadiy I. Lvov)** – професор, д-р техн. наук кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ». Тел. (057) 707-63-43. E-mail: lvovdpm@ukr.net