

**P.A. БАБУДЖАН, А.Г. АНДРЕЕВ**

## АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ЗАЩЕМЛЕНИЯ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФИЗИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

В данной работе предполагалось выяснить выполнение условий защемления консольной балки, а именно равенство нулю величины прогиба и угла поворота в поперечном граничном сечении стержня. В работе представлена зависимость величин угла поворота и прогиба консольной балки от таких параметров, как: геометрия сечения, прикладываемая сила и материал заделки. Практическое отклонение от данных граничных условий может являться опасным для надежности соединения. Целью работы является выявление податливости материала защемления и анализ степени погрешности при расчете идеально упругих тел на изгиб. На основе полученных данных были составлены таблицы зависимостей для определения поведения заделки при различных физических и геометрических параметрах конструкции. Используя полученные данные расчетов стало возможно определить характер зависимостей величины прогиба от включенных в расчет величин. Результаты приведены в виде графиков, рисунков и таблиц.

**Ключевые слова:** защемление, прогиб, угловое перемещение, линейное перемещение

**P.A. БАБУДЖАН, А.Г. АНДРЕЕВ**

## АНАЛІЗ ЯКОСТІ ЗАЩЕМЛЕННЯ КОНСОЛЬНОЇ БАЛКИ ЗАЛЕЖНО ВІД ФІЗИЧНИХ І ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

У даній роботі передбачалося з'ясувати виконання умов защемлення консольної балки, а саме рівність нулю величини прогину і кута повороту в поперечному граничному перерізі стержня. У роботі представлена залежність величин кута повороту і прогину консольної балки від таких параметрів, як: геометрія перетину, що прикладається сила і матеріал закладення. Практичне відхилення від даних граничних умов може бути небезпечною для надійності з'єднання. Метою роботи є виявлення податливості матеріалу защемлення і аналіз ступеня похибки при розрахунку ідеально пружних тіл на вигин. На основі отриманих даних були складені таблиці залежностей для визначення поведінки закладення при різних фізичних і геометричних параметрах конструкції. Використовуючи отримані дани розрахунків стало можливо визначити характер залежностей величини прогину від включених в розрахунок величин. Результати наведені у вигляді графіків, малюнків і таблиць.

**Ключові слова:** защемлення, прогин, кутове переміщення, лінійне переміщення

**R.A. BABUDJAN, A.G. ANDREYEV**

## ANALYSIS OF THE QUALITY OF CUTTING THE CONSOLE BEAM DEPENDING ON THE PHYSICAL AND GEOMETRICAL PARAMETERS

In this work, it was supposed to find out the fulfillment of the pinching conditions of a cantilever beam, namely, the equality to zero of the magnitude of the deflection and the angle of rotation in the transverse boundary section of the rod. The paper presents the dependence of the values of the angle of rotation and deflection of the cantilever beam on such parameters as: section geometry, applied force, and embedment material. Practical deviation from these boundary conditions can be dangerous for the reliability of the connection. The aim of the work is to identify the compliance of the pinching material and the analysis of the degree of error in the calculation of perfectly elastic bodies for bending. The structure was calculated in ANSYS WORKBENCH, using the static structure module. To find the angular displacements, the commands of the APDL scripting language were used. Based on the data obtained, dependency tables were compiled to determine the behavior of the embedment for various physical and geometric parameters of the structure. Using the obtained data of calculations it became possible to determine the nature of the dependencies of the magnitude of the deflection on the values included in the calculation. The results are presented in the form of graphs, figures and tables. Based on the data on linear and angular displacements, conclusions were made about the nature of the influence of these quantities on the characteristics of the stress-strain state of the whole structure. Analyzing the obtained graphs, it became possible to determine the linear relationship between the load and deflection in the boundary section of the beam. The influence of the embedding material on displacements cannot be described by a similar law, which indicates possible errors in the calculation of the stress-strain state of the structure. It is also worth noting that an increase in the yield strength of a material when considering embedding from elastic materials is characterized by an increase in angular displacements and a simultaneous decrease in linear displacements. For concrete, these figures differ significantly.

**Keywords:** pinching, deflection, angular displacement, linear displacement

**Вступление.** Жесткая заделка – один из распространенных видов крепления конструкций, повсеместно применяющийся во многих отраслях промышленности. Особенностью этого типа крепления является равенство нулю линейных и угловых перемеще-

ний, что является необходимым условием для ряда проектировочных задач. Практическое отклонение от данных граничных условий может являться опасным для надежности соединения.

Целью исследования является нахождение ли-

нейных и угловых перемещений в заделке, а также последующее определение зависимостей между перемещениями и параметрами конструкции в реальных условиях.

**Постановка задачи.** В данной работе проводится исследование консольных защемлений стержней, которые находятся под действием сосредоточенной и распределенной нагрузки и нахождение величин перемещений, учитывающих влияние характеристик стержня и заделки на граничные условия в универсальных уравнениях метода начальных параметров. Для этого в программном комплексе ANSYS Workbench необходимо выполнить следующее:

1. Построить модель защемленной балки, учитывая податливость заделки

2. Произвести исследование конструкции, варьируя параметры защемления и стержня

3. Получить линейные и угловые перемещения

Варианты профильных соединений изображены на рис. 1-4, геометрические размеры приведены в табл. 1, характеристики материалов в табл. 2.

Предел текучести – пороговая величина постоянного механического напряжения, превышение которой приводит тело в пластическое состояние, исключаемое в исследовании.

Для сравнительного анализа защемлений придерживались следующих условий: При допустимом эквивалентном напряжении  $\sigma_t$  стали (250 МПа) в сечении с рис. 1 и данными из табл. 1, были найдены величины максимальной сосредоточенной силы  $F$  и распределенной нагрузки  $q$ . Далее во всех видах защемлений предполагалось равенство площадей поперечного сечения  $S$  и равенство нагрузок  $F$  и  $q$ .

На основании данных о линейных и угловых перемещениях были сделаны выводы о характере влияния данных величин на характеристики напряженно-деформированного состояния целой конструкции.

Таблица 1 — геометрические размеры поперечных сечений

Название геометрического параметра	Значение, мм
Высота прямоугольного сечения $h$	40
Ширина прямоугольного сечения $b$	50
Радиус круглого сечения $r$	25,2
Высота швеллера $h$	180
Ширина швеллера $b$	70
Толщина вертикальной стенки швеллера $t$	5,1
Толщина горизонтальной стенки швеллера $t$	8,7
Внутреннее скругление швеллера $R$	9
Внешнее скругление швеллера $r$	3,5
Расстояние от наружной грани швеллера до оси $Y-Y$	19,4
Высота двутавра $h$	160
Ширина двутавра $b$	81
Толщина вертикальной стенки двутавра $S$	5
Толщина горизонтальной стенки двутавра $t$	7,8
Внутреннее скругление двутавра $R$	8,5
Внешнее скругление двутавра $r$	3,5

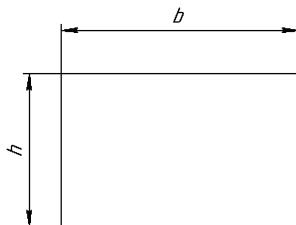


Рисунок 1 – Прямоугольное сечение

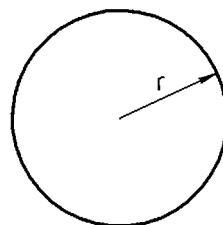


Рисунок 2 – Круглое сечение

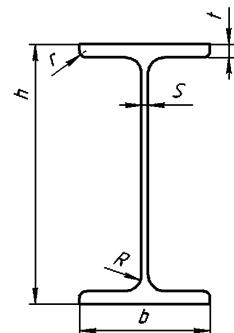


Рисунок 3 – Двутавр

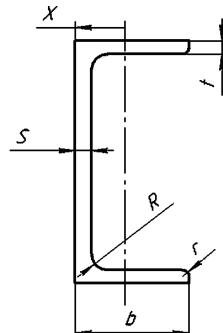


Рисунок 4 – Швеллер

Таблица 2 – Пределы текучести материалов заделки, использованных в исследовании

Материал	Предел текучести, МПа
Бетон	5*
Конструкционная сталь	250
Нержавеющая сталь	207
Алюминиевый сплав	280
Медный сплав	280
Титан	930

\* из-за отсутствия предела прочности бетона, в таблице приводится его предел прочности на сжатие

Таблица 3 – Параметры конструкции, рассматриваемые в исследовании

Параметр	Значение
Сосредоточенная нагрузка	3325 Н
Распределенная нагрузка	6720 Н/м
Длина стержня	1 м
Материал стержня	Конструкционная сталь
Материал заделки	Бетон
Тип поперечного сечения	Прямоугольное
Площадь поперечного сечения	20 см <sup>2</sup>

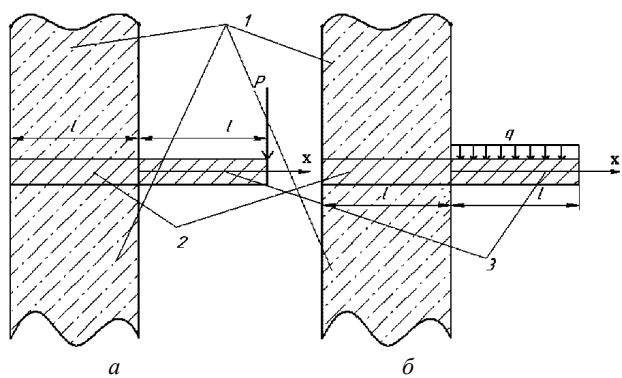


Рисунок 5 – Чертеж конструкции с сосредоточенной (а) и распределенной (б) нагрузкой, где: 1 – заделка; 2 – часть стержня, помещенная в заделку; 3 – свободная часть стержня

**Теоретические основы.** Поставленная задача моделировалась с помощью МКЭ в ПК ANSYS. Был задействован пакет ANSYS Workbench, а именно программный модуль static structural из ANSYS Multiphysics. С помощью статического структурного анализа было возможно определить смещения и напряжения в заданных конструкциях вызванных постоянными нагрузками, т.е. без значительных эффектов инерции и демпфирования. Для построения модели в данной работе использовалось встроенное программное решение DesignModeler, которое дало возможность оперативно изменять конкретные параметры конструкции, не проводя при каждой итерации полную пересборку системы тел.

Для решения проблемы использовался стандартный конечный элемент программного пакета – трехмерный восьмиузловой объемный элемент SOLID185, который имеет три степени свободы в каждом узле. Элемент обладает пластичностью и жесткостью при напряжении, а также большим прогибом и большой деформацией. Так как в ПО Mechanical ANSYS Multiphysics отсутствует готовый расчет угловых перемещений, для их нахождения были использованы два файла команд на языке APDL. В первом файле, созданным как команду к добавленному объекту Remote Point, предполагалось извлечение координат граничного сечения балки с помощью координаты удаленной точки, закрепленной в центре сечения. По умолчанию, координаты этого объекта хранятся в переменной \_npilot, однако она обновляется каждый раз, когда требуется задать новый объект Remote Point. Для этого в первом файле значение этой точки записывается в новую переменную, которая будет использована для измерения линейных и угловых перемещений в последующих APDL командах.

В втором файле, созданном во вкладке Result и исполняющимся на этапе постпроцессинга по сохранным координатам осуществлялось измерение линейных и угловых перемещений.

Команды, которые использовались в коде для нахождения перемещений представлены на рис. 6,

```
*get,my_ux,node,my_pilot,u,x
*get,my_uy,node,my_pilot,u,y
*get,my_uz,node,my_pilot,u,z
*get,my_usum,node,my_pilot,u,sum
*get,my_rotx,node,my_pilot,rot,x
*get,my_roty,node,my_pilot,rot,y
*get,my_rotz,node,my_pilot,rot,z
```

Рисунок 6 – Использованные команды APDL

В ходе данной работы предполагалось выяснить характер зависимостей между параметрами жесткого зацепления и прогибом в начале зацепления. Прогиб и угол поворота стержня определяются по формулам:

$$f = \frac{F}{2EI} \left( \frac{x^3}{3} - lx^2 \right); \quad f = \frac{qx^2}{12EI} \left( 2lx - 3l^2 - \frac{x^2}{2} \right); \quad (1)$$

$$\theta = -\frac{Fx^2}{2EI}; \quad \theta = -\frac{qx^2}{6EI}(x - 2l).$$

где  $x$  – расстояние от защемления до сечения балки;  $F$  – сосредоточенная нагрузка (Н);  $q$  – распределенная нагрузка (Н/м);  $l$  – длина балки(м);  $E$  – модуль Юнга (кг/м<sup>2</sup>);  $I$  – момент инерции площади поперечного сечения относительно нейтральной оси (м<sup>4</sup>).

**Анализ полученных результатов.** В результате данного исследования были получены величины линейных и угловых перемещений в центре защемления, из которых были составлены зависимости между геометрическими и физическими характеристиками и изменением полученных величин. Ниже представлены полученные результаты в виде групп рисунков.

Используя полученные данные расчетов напряженно-деформированного состояния четырех вариантов сечений, шестнадцати вариантов нагрузений и шести материалов заделки, можем определить характер зависимостей величины прогиба от включенных в расчет величин. Динамика изменения линейных и угловых перемещений от величины сосредоточенной и распределенной нагрузки показана соответственно в табл. 4-5 Зависимости от материалов представлены в табл. 6-7. Зависимости от поперечных сечений представлены в табл. 8-9.

Таблица 4 – Зависимость между величинами прогиба в заделке и значением сосредоточенной силы

Сосредоточенная сила, кН	Прогиб, м · 10 <sup>5</sup>	Угол, град. · 10 <sup>2</sup>
3,32	3,67	2,98
2,91	3,21	2,61
2,49	2,84	2,26
2,08	2,37	1,87
1,66	1,85	1,51
1,25	1,38	1,12
0,83	0,95	0,75
0,42	0,46	0,37

Таблица 5 – Зависимость между величинами прогиба в заделке и значением распределенной нагрузки

Распределенная нагрузка, кН/м	Прогиб, м · 10 <sup>5</sup>	Угол, град. · 10 <sup>2</sup>
6,72	4,04	9,88
5,88	3,57	8,65
5,04	3,06	7,41
4,20	2,55	6,18
3,36	2,04	4,94
2,52	1,53	3,71
1,68	1,02	2,47
0,84	0,51	1,24

Таблица 6 – Зависимость между величинами прогиба под действием сосредоточенной нагрузки и материалом заделки

Материал	Прогиб, м · 10 <sup>5</sup>	Угол, град. · 10 <sup>2</sup>
Бетон	3,67	2,98
Конструкционная сталь	0,69	0,3
Нержавеющая сталь	0,73	0,26
Алюминиевые сплав	0,43	0,42
Медный сплав	0,34	0,42
Титан	0,18	0,63

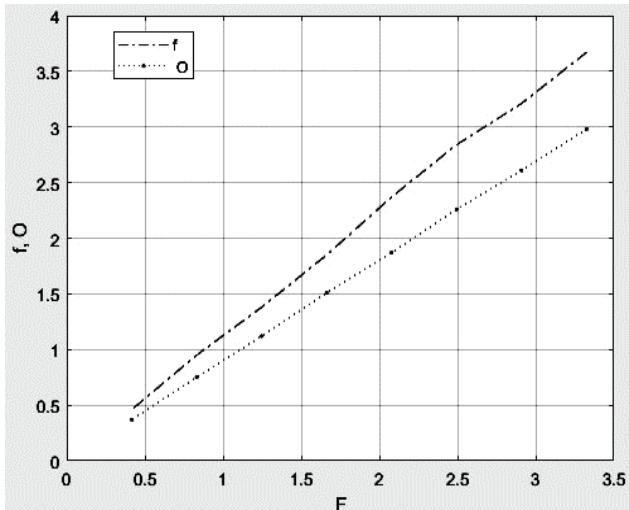


Рисунок 7 – График зависимости линейного ( $f, 10^5 \text{ м}$ ) и углового ( $O, 10^2 \text{ град}$ ) перемещения от значения сосредоточенной нагрузки ( $F, \text{кН}$ )

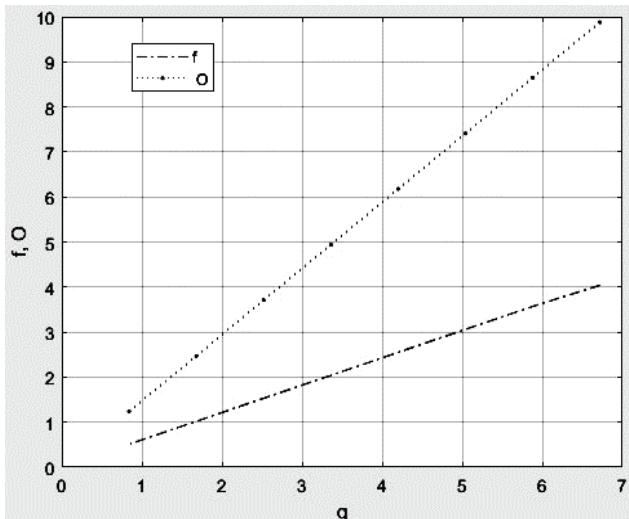


Рисунок 8 – График зависимости линейного ( $f, 10^5 \text{ м}$ ) и углового ( $O, 10^2 \text{ град}$ ) перемещения от значения распределенной нагрузки ( $q, \text{кН/м}$ )

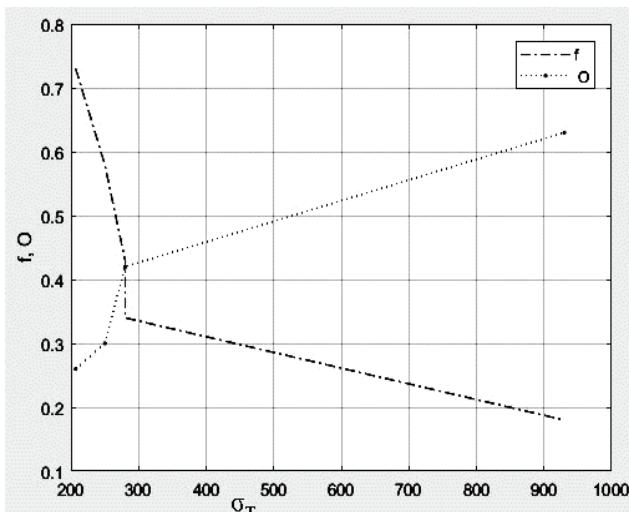


Рисунок 9 – График зависимости линейного ( $f, 10^5 \text{ м}$ ) и углового ( $O, 10^2 \text{ град}$ ) перемещения от предела текучести материала ( $\sigma_T, \text{МПа}$ ) при сосредоточенной нагрузке

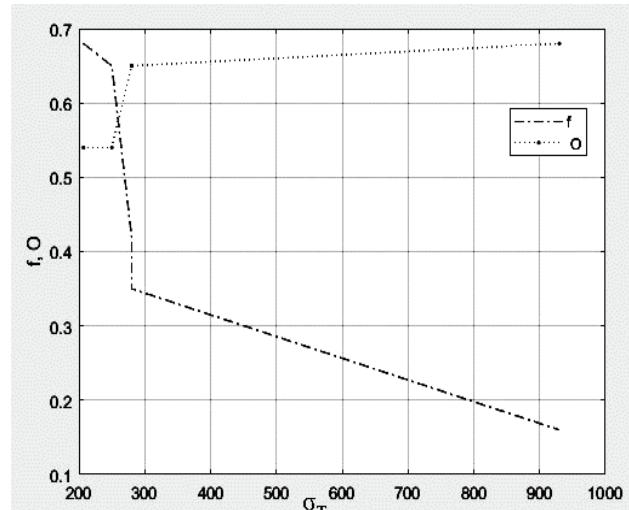


Рисунок 10 – График зависимости линейного ( $f, 10^5 \text{ м}$ ) и углового ( $O, 10^2 \text{ град}$ ) перемещения от предела текучести материала ( $\sigma_T, \text{МПа}$ ) при распределенной нагрузке

Таблица 7 – Зависимость между величинами прогиба под действием распределенной нагрузки и материалом заделки

Материал	Прогиб, $\text{м} \cdot 10^5$	Угол, град. $\cdot 10^2$
Бетон	4,04	9,88
Конструкционная сталь	0,65	0,54
Нержавеющая сталь	0,68	0,54
Алюминиевый сплав	0,42	0,65
Медный сплав	0,35	0,65
Титан	0,16	0,68

Таблица 8 – Зависимость величин перемещений от геометрии сечения при сосредоточенной нагрузке

Сечение	Прогиб, $\text{м} \cdot 10^5$	Угол, град. $\cdot 10^2$
Прямоугольное	3,67	2,98
Круглое	3,28	5,21
Швеллер	3,19	2,24
Двутавр	2,5	1,29

Таблица 9 – Зависимость величин перемещений от геометрии сечения при распределенной нагрузке

Сечение	Прогиб, $\text{м} \cdot 10^5$	Угол, град. $\cdot 10^2$
Прямоугольное	4,04	9,88
Круглое	5,87	4,2
Швеллер	9,76	3,91
Двутавр	3,15	1,55

**Выводы.** В работе исследовалось выполнение условий жесткой заделки (отсутствие линейных и угловых перемещений в граничном сечении заделки) для консольных балок под сосредоточенной нагрузкой на конце и равномерно распределенной по длине балки применительно к четырем вариантам сечения, шестнадцати вариантов нагружения и шести материалах заделки. Результаты представлены в виде таблиц и графиков.

Анализируя полученные графики, можно определить линейную зависимость между нагрузкой и прогибом в граничном сечении балки. Однако влияние материала заделки на перемещения нельзя описать подобным законом, что говорит о возможных погрешностях при расчете напряженно-деформированного состояния конструкций. Также стоит отметить, что

увеличение предела текучести материала при рассмотрении заделки из упругих материалов характеризуется увеличением угловых перемещений и одновременным снижением линейных перемещений. Для бетона эти показатели существенно отличаются.

### Список литературы

- 1.** Орлов П.Н. Основы конструирования / П.Н. Орлов. – М.: Машиностроение, 1968. – 568 с.
- 2.** Биргер Н.А. Расчет на прочность деталей машин / Н.А. Биргер, К.Р. Шорр, Р.М. Шнейдерович. – М.: Машиностроение, 1966. – 440 с.
- 3.** Прочность, устойчивость, колебания: справочник в 3 тт. Т. 2 / Под ред. Н.А. Биргера, Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 464 с.
- 4.** Самуль В.Н. Основы теории упругости и пластичности, учебное пособие, 2-е изд. / В.Н. Самуль. – М.: Высшая школа 1982. – 264 с.
- 5.** Тарабасов Н.Д. Расчет напряженных посадок в машиностроении / Н.Д. Тарабасов. – М.: Машгиз, 1961. – 264 с.
- 6.** Приторовский Н.И. Методы и средства определения полей деформаций и напряжений / Н.И. Пригородовский. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.
- 7.** Серенсен С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В. Серенсен, В.П. Кочаев, Р.М. Шнейдерович. – М.: Машгиз, 1963. – 452 с.
- 8.** Конюхов А.В. Основы анализа конструкций в ANSYS: учебное пособие / А.В. Конюхов. – Казань: Изд-во КГУ, 2001. – 102 с.
- 9.** Федорова Н.Н. Основы работы в ANSYS 17: учебное пособие / Н.Н. Федорова, С.А. Вальгер, М.Н. Данилов. – М.: Изд-во МГТУ, 2016. – 226 с.
- 10.** Иванов Д.В. Введение в ANSYS Workbench: учебно-методическое пособие / Д.В. Иванов, А.В. Доль. – Саратов: Изд-во СНИГ, 2016. – 56 с.
- 11.** Брюка В.А. Инженерный анализ в ANSYS Workbench. Часть 1: Учебное пособие / В.А. Брюка, В.Г. Фокин, Е.А. Солдусова, Н.А. Глазунова, И.Е. Адеянов. – Самара: Изд-во СГТИ, 2010. – 271 с.
- 12.** Clough R.W. ANSYS Help. 13. The finite element method in plane stress analysis / R.W. Clough // J. Struct. Div., 14. ASCE, Proc. 2nd A.S.C.E. Conf. on Electronic Computation, Sept. 1960. – P. 345-378.

### Bibliography (transliterated)

- 1.** Orlov P.N. Osnovy konstruirovaniya. Moscow: Mashinostroenie, 1968. 568 p.
- 2.** Birger N.A., Shorr K.R., Shneyderovich R.M. Raschet na prochnost detaley mashin. Moscow: Mashinostroenie, 1966. 440 p.
- 3.** Prochnost, ustoychivost, kolebaniya: spravochnik in 3 vol. Vol. 2. Pod red. N.A. Birgera, Ya.G. Panovko. Moscow: Mashinostroenie, 1968. 464 p.
- 4.** Samul V.N. Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti, uchebnoe posobie, 2-e izd. Moscow: Vysshaya shkola, 1982. 264 p.
- 5.** Tarabasov N.D. Raschet napryazhennyih posadok v mashinostroenii. Moscow: Mashgiz, 1961. 264 p.
- 6.** Pritorovskiy N. I. Metody i sredstva opredeleniya poley deformatsiy i napryazheniy. Moscow: Mashinostroenie, 1983. 248 p.
- 7.** Serensen S.V., Kochaev V.P., Shneyderovich R.M. Nesuschaya sposobnost i raschety detaley mashin na prochnost. Moscow: Mashgiz, 1963. 452 p.
- 8.** Konyuhov A.V. Osnovy analiza konstruktsiy v ANSYS: Uchebnoe posobie. Kazan: Izd-vo KGU, 2001. 102 p.
- 9.** Fedorova N.N., Valger S.A., Danilov M.N. Osnovy raboty v ANSYS 17: Uchebnoe posobie. Moscow: Izd-vo MGTU, 2016. 226 p.
- 10.** Ivanov D.V., Dol A.V. vvedenie v ANSYS Workbench: Uchebno-metodicheskoe posobie. Saratov: Izd-vo SNIG, 2016. 56 p.
- 11.** Bruyaka V.A., Fokin V.G., Soldusova E.A., Glazunova N.A., Adeyanov I.E. Inzhenernyi analiz v ANSYS Workbench. Part 1: Uchebnoe posobie. Samara. Izd-vo SGTI, 2010. 271 p.
- 12.** Clough R.W. ANSYS Help. 13. The finite element method in plane stress analysis. J. Struct. Div., 14. ASCE, Proc. 2nd A.S.C.E. Conf. on Electronic Computation, Sept. 1960. P. 345-378.

Поступила (received) 22.10.2018

### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Бабуджсан Руслан Андрійович (Бабуджсан Руслан Андрійович, Babudjan Ruslan Andreevich)** – студент, кафедра «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: 0997938503; e-mail: ruslanbabujan100799@gmail.com

**Андреев Арнольд Георгійович (Андреев Арнольд Георгійович, Andreev Arnol'd Georgievich)** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Динамика и прочность машин» НТУ «ХПИ», тел.: (057) 707-68-79; e-mail: andreev@kpi.kharkov.ua.