

**Д.С. ЯГУДИН**

### ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ИНСТРУМЕНТА НА РАЗРУШАЕМУЮ ГРАНУЛИРОВАННУЮ СРЕДУ

В роботі проведено чисельне моделювання руйнування гранульованого середовища під дією робочого інструменту. Задача вирішувалася в тривимірній постановці з використанням безсіткового Лагранжевого решателя SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics). В якості моделі середовища що руйнується застосовувалася модифікована модель Друкера-Прагера, яка враховує ефекти, пов'язані з зернистими матеріалами, такими як порошки, ґрунт, пісок та ін. Розглядалася робота інструменту при початковій швидкості 3 м/с і зусиллі, доданому в напрямку руху інструменту, яке дорівнює 100 Н. Аналіз показав, що швидкість руху інструменту встановлюється на величині 2.25 м/с через 32 мс.

**Ключові слова:** динамічний вплив, швидкість руху, метод згладжених часток, руйнування, модель Друкера-Прагера.

В работе проведено численное моделирование разрушение гранулированной среды под действием рабочего инструмента. Задача решалась в трехмерной постановке с использованием бессеточного Лагранжевого решателя SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics). В качестве модели разрушаемой среды применялась модифицированная модель Друкера-Прагера, которая учитывает эффекты, связанные с зернистыми материалами, такими как порошки, почва, песок и др. Рассматривалась работа инструмента при начальной скорости 3 м/с и усилии, приложенном в направлении движения инструмента, равное 100 Н. Анализ показал, что скорость движения инструмента устанавливается на величине 2.25 м/с через 32 мс.

**Ключевые слова:** динамическое воздействие, скорость движения, метод сглаженных частиц, разрушение, модель Друкера-Прагера.

In the article has been performed numerical simulation of the granular medium destruction under the action of working tools. The problem was solved in three-dimensional statement using mesh-free Lagrangian method SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics). The modified Drucker-Prager model used as destructed medium model, which take account of effects related to granular material such as powder, soil, sand etc. Was considered operation of working tool with starting speed of 3 m/sec. and force of 100 N applied in direction of working tool moving. The analysis has shown that speed of working tool moving shall be set at value of 2.25 m/sec. after 32 msec.

**Keywords:** dynamic impact, speed of motion, the method of smoothed particles, damage, the Drucker-Prager model.

**Введение.** Анализ существующих методик оценки изменения динамического поведения инструмента в контакте с разрушаемой средой, на основе методов конечных элементов, методов дискретных элементов с применением различных моделей разрушаемой среды показал, что эти методики находятся в процессе постоянной разработки и усовершенствования. Необходимость решения такого рода задач в трехмерной постановке вызывает необходимость построения адекватной модели среды, которая позволит получить весь спектр эксплуатационных нагрузок на определенном интервале во времени. Современные научные подходы связаны с построением модели поведения различных рабочих органов в разрушаемой среде на основе бессеточных методов и методов дискретных элементов. Таким образом, изучения контактного взаимодействия рабочих органов с разрушаемой средой во времени, является актуальной научно-практической задачей, которая определила направление данной работы.

**Анализ последних исследований и литературы.** Вопросам изучения процесса взаимодействия различных типов инструмента в разрушаемой среде посвящено большое количество исследований [1-4]. Моделирование процесса разрушения среды применяется в таких сферах как: изучение процесса резания, изучения взаимодействия рабочих органов сельскохозяйственной и горнодобывающей промышленности, задачи газо-гидро-динамики и многих других [5]. В совре-

менной науке изучение процессов взаимодействия со сплошной средой преимущественно осуществляется с применением бессеточных решателей. Такой подход выгодно отличается от применения метода конечных элементов благодаря тому, что он позволяет учитывать большие перемещения элементов среды. В работах [6] показано определение тягового усилия при обработке грунтового массива абсолютно жестким рабочим органом при помощи метода сглаженных частиц. Метод сглаженных частиц так же позволяет исследовать быстро протекающие процессы такие как удар, взрывы, постановка баллистических экспериментов и многие другие [7].

**Целью** данной статьи является определение изменения скорости движения инструмента в гранулированной среде при заданной начальной скорости и действующем в том же направлении усилии.

**Постановка задачи.** Для постановки трехмерной динамической задачи необходимо задать функции, описывающие движение точек среды. Эти функции называются законом движения точки:

$$\vec{x} = \vec{x}(\vec{X}, t),$$

где  $\vec{x}$  – координаты точки среды;  $\vec{X}$  – координаты точки в начальный момент времени. Начальные условия можно записать в следующем виде:

$$\vec{x}(\vec{X}, 0) = \vec{X}, \quad \vec{x} \in A_{0 \text{ массива}} \cup A_{0 \text{ диска}};$$

$$\dot{x}(\bar{X}, 0) = 0, \quad \dot{x} \in A_{0 \text{ масива}};$$

$$\dot{x}(\bar{X}, 0) = \vec{V}(\bar{X}), \quad \vec{V} = (0, -3, 0) \begin{pmatrix} m \\ s \end{pmatrix}, \quad \bar{x} \in A_{0 \text{ диска}}.$$

Решение задачи сводится к разрешению системы, в которую входят следующие уравнения:

– уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial}{\partial x_i} v_i = 0,$$

$\rho$  – истинная плотность массива;  $v$  – вектор скоростей;

– уравнение сохранения энергии

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij},$$

$E$  – удельная внутренняя энергия;  $\dot{\epsilon}$  – тензор скоростей деформации;

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right);$$

– уравнение сохранения моментов

$$\frac{d}{dt} v_i = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij},$$

$\sigma$  – тензор напряжений;

– определяющие соотношения для материала диска

$$\sigma_{ij} = f(\epsilon_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}).$$

Граничные условия для начального ненапряженного состояния свободных поверхностей массива  $a_i$  и поверхности диска  $b_i$ :

$$\sigma_{ij} n_j = 0, \quad x \in a_i \cup b_i.$$

Граничные условия жестко заземленных поверхностей разрушаемого массива имеют вид:

$$\bar{x}(\bar{X}, t) = 0, \quad \bar{x} \in c_i.$$

Контактные граничные условия

$$(x_j^1 - x_j^2) n_i^1 = 0,$$

где индексы 1 и 2 показывают отношения к контактными поверхностям, а само условие описывает компоненты перемещений контактирующих поверхностей

Условие равенства компонент вектора напряжений на контактирующих поверхностях принимается в следующем виде:

$$\sigma_{ij}^1 n_i^1 n_j^1 = \sigma_{ij}^2 n_i^2 n_j^2.$$

**Дискретизация разрешающей системы методом SPH.** Метод сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics – SPH) является бессеточным Лагранжевым численным методом для расчетов процессов высокоскоростного соударения, интенсивного динамического нагружения, моделирования взрывов и разрушения. Данный метод выгодно отличается от классического метода конечных элементов тем, что позволяет решать задачи с большим изменением в топологии деформируемого вещества. Метод позволяет эффективно и корректно производить вычисления как в двухмерной, так и в трехмерной постановке.

SPH-представляет материал набором дискретных частиц  $x_k(t)$   $k \in \{1...M\}$ , где  $x_k(t)$  – вектор координат

частицы, находящихся в области  $\Phi$ , движущиеся со скоростью  $v$ . Для каждой частицы известна ее масса, скорость, плотность, давление и координата. Материал, в таком случае, представляется интегрально в виде следующего уравнения:

$$f(x) = \int_{\Phi} f(\tilde{x}) \delta(x - \tilde{x}) d\tilde{x},$$

где  $\delta$  – функция Дирака. Интеграл  $(\int)$  аппроксимируется интегралом  $(\sum)$  с функцией веса  $W$ .

$$f(x) = \int_{\Phi} f(\tilde{x}) W(x - \tilde{x}, h) d\tilde{x}.$$

Дискретная аппроксимация имеет вид:

$$\prod^h f(x) = \sum_{k=1}^n w_k(t) f(x_k) W(x - x_k, h),$$

где  $w_k = \frac{m_k}{\rho_k}$  – «условный вес» частицы. Число  $N$  равно количеству частиц, граничащих с данной. Граничащими частицами являются те, расстояние до которых не превосходит сглаживающей длины  $h$ . Весовая функция чаще всего задается в виде полиномов.

Вспомогательная функция обычно является кубическим сплайном.

$$W(x, h) = \frac{1}{h(x)^d} \theta(x),$$

где  $h$  – сглаживающая длина, а  $d$  – размерность пространства.

В дискретном виде разрешающая система уравнений имеет вид:

– уравнение неразрывности

$$\rho_i = \sum_k m_k W_{ik};$$

– уравнение сохранения моментов

$$\frac{d}{dt} (v_i)_i = \sum_k m_k \left( \frac{(\sigma_{ij})_i}{\rho_i^2} + \frac{(\sigma_{ij})_k}{\rho_k^2} \right) \frac{\partial}{\partial v_{ji}} W_{ik};$$

– уравнение сохранения энергии

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_k m_k ((v_i)_k - (v_i)_i) \left( \frac{(\sigma_{ij})_i}{\rho_i^2} + \frac{(\sigma_{ij})_k}{\rho_k^2} \right) \frac{\partial}{\partial v_{ji}} W_{ik}.$$

В качестве модели материала среды используется модифицированная модель Друкера-Прагера (МО Granular). Эта модель является продолжением модели Drucker-Prager, которая учитывает эффекты, связанные с зернистыми материалами, такими как порошки, почва и песок. В дополнение к упрочнению от изменения давления модель также представляет собой упрочнение от изменения плотности и изменения модуля сдвига с плотностью. Предел текучести состоит из двух компонентов, зависящих от плотности и зависимости от давления

$$\sigma_T = \sigma_p + \sigma_\rho.$$

Предел текучести определяется кривой «пределом текучести – давления» и «предела текучести – плотности» по 10 точкам. Модуль сдвига определяется кривой «модуля сдвига – плотности» с точностью до 10 точек. Все три кривые должны быть определены. Эта модель может применяться только к твердым телам.

**Анализ полученных результатов.** В работе рассматривалось численное моделирование работы инструмента в разрушаемой среде. Рассматривалась работа инструмента при начальной скорости 3 м/с и усилии приложенном в направлении движения инструмента, равное 100 Н. Коэффициент трения между рабочей поверхностью инструмента и средой равен 0,4. На рис. 1 представлена модель взаимодействия до входа в контакт.

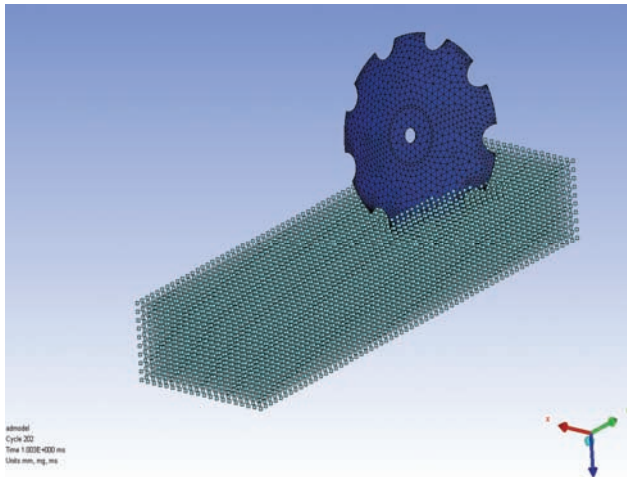


Рисунок 1 – Начальное состояние модели

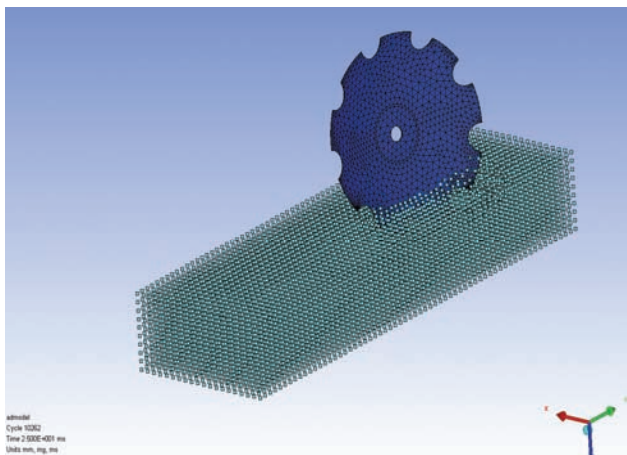


Рисунок 2 – Положение частиц в момент времени 25 мс

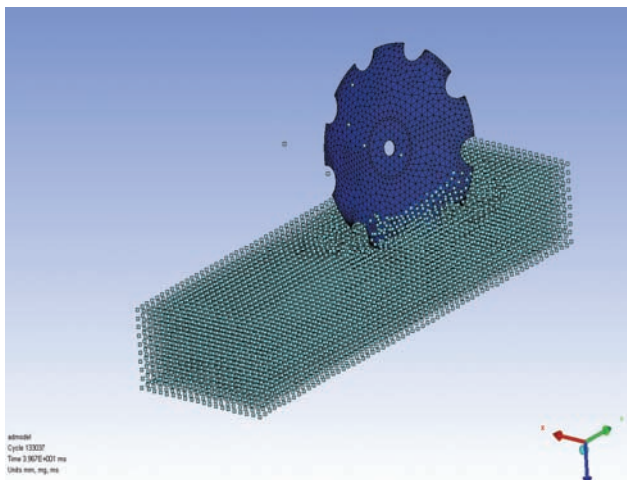


Рисунок 3 – Положение частиц в момент времени 40 мс

После вступления дискового рабочего органа в контакт со средой начинается непрерывное деформирование и разрушение гранулированной среды. На рис. 2 и 3 приведено положение частиц в моменты времени 25 мс и 40 мс.

На рис. 4 приведен график изменения скорости рабочего инструмента под действием начальной скорости 3 м/с и усилии действующего в направлении движения инструмента равного 100 Н.



Рисунок 4 – График изменения скорости во времени

Скорость движения инструмента устанавливается на уровне 2.25 м/с и далее остается постоянной во времени.

Для проведения расчета на 6-ядерном процессоре с частотой ядра 3.6 ГГц и оперативной памятью 16 ГБ потребовалось около 30-ти часов.

**Выводы.** В работе проведено численное моделирование процесса разрушения гранулированной среды. Бессеточный решатель позволяет качественно смоделировать контактное взаимодействие с большими деформациями в трехмерной постановке. Анализ показал, что скорость движения инструмента устанавливается на величине 2.25 м/с через 32 мс. Таким образом решение данной задачи позволяет определить необходимое усилие и начальную скорость для задаваемых технологических требований обработки среды.

#### Список литературы:

1. *Meguid S.A.* FE analysis of geometry effects of an artificial bird striking an aeroengine fan blade / *S.A. Meguid, R.H. Mao, T.Y. Ng* // International Journal of Impact Engineering. – 2008. – No. 35. – PP. 487-498.
2. *Monaghan J.J.* An Introduction to SPH / *J.J. Monaghan* // Computer Physics Communications. – 1988. – No. 48. – PP. 89-96.
3. *Ройз С.И.* Численное моделирование последствий ударных воздействий на защитные конструкции / *С.И. Ройз, А.П. Потапов, И.Б. Петров* // Моделирование процессов обработки информации: Сб. ст. Мос. физ.-тех. ин-т. – М.: 2007. – С. 16-22.
4. *Дульнев Г.Н.* Процессы переноса в неоднородных средах / *Г.Н. Дульнев, В.В. Новиков.* – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 248 с.

5. Паршиков А.Н. Релаксационные процессы при ударно-волновом нагружении пористых материалов / А.Н.Паршиков, С.А.Медин. Под ред. В.Е.Фортова и др. // Физика экстремальных состояний вещества-2007. – Черно-голова: ИПХФ РАН, 2007. – 340 с.

6. Медин С.А. Применение соотношений распада разрывов в методе SPH / С.А. Медин, А.Н. Паршиков // Сб. тр. Международной конференции «Разностные схемы и их приложения». Москва, ИПМ им. М.В. Келдыша. – С.85.

7. Ma J. Soil-structure interaction effect from blast-induced horizontal and vertical ground vibration / J. Ma, S.T. Quek, K.K. Ang // International journal of computers & structures. – 2004. – № 82. – PP. 799-814.

#### Bibliography (transliterated):

1. Meguid S.A., Mao R.H., Ng T.Y. FE analysis of geometry effects of an artificial bird striking an aeroengine fan blade. International Journal of Impact Engineering. 2008. No. 35. PP. 487-498.

2. Monaghan J.J. An Introduction to SPH. Computer Physics Communications. 1988. No. 48. PP. 89-96.

3. Royz S.I., Potapov A.P., Petrov I.B. Chislennoe modelirovanie posledstviy udarnykh vozdeystviy na zaschitnyye konstruktsii. Modelirovanie protsessov obrabotki informatsii: Sb. st. / Mos. fiz.-teh. in-t. Moscow: 2007. PP. 16-22.

4. Dulnev G.N., Novikov V.V. Protsessyi perenosa v neodnorodnykh sredah. Leningrad: Energoatomizdat, 1991. 248 p.

5. Parshikov A.N., Medin S.A. Relaksatsionnyye protsessyi pri udarno-volnovom nagruzhении poristykh materialov. Pod red. Fortova V.E. i dr. Fizika ekstremalnykh sostoyaniy veschestva. 2007.

6. Medin S.A., Parshikov A.N. Primenenie sootnosheniya raspada razryvov v metode SPH. Sb. tr. Mezhdunarodnoy konferentsii "Raznostnyye shemy i ih prilozheniya". Moscow: IPM im. M.V. Keldyisha. P.85.

7. Ma J., Quek S.T., Ang K.K. Soil-structure interaction effect from blast-induced horizontal and vertical ground vibration. International journal of computers & structures. 2004. No 82. PP: 799-814.

Поступила (received) 16.10.2017

#### Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Динамічний вплив інструмента на гранульоване середовище, що руйнується / Д.С. Ягудін // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 39 (1261). – С. 85-88. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-9130.

Динамическое воздействие инструмента на разрушаемую гранулированную среду / Д.С. Ягудин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 39 (1261). – С. 85-88. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-9130.

Dynamic impact of the instrument on a destructible granular environment / D. Yagudin // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 39 (1261). – С. 85-88. – Bibliogr.: 7. – ISSN 2078-9130.

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ягудін Дмитро Сергійович – аспірант, Кафедра опору матеріалів, НТУ «ХПІ», тел.: (057)-70-761-78, e-mail: dmitriy.yagudin27@gmail.com.

Ягудин Дмитрий Сергеевич – аспірант, Кафедра сопроотивления материалов, НТУ «ХПІ», тел.: (057)-70-761-78, e-mail: dmitriy.yagudin27@gmail.com.

Dmitriy Yagudin – Postgraduate student, Strength of materials Chair, NTU "KhPI", tel.: (057)-70-761-78, e-mail: dmitriy.yagudin27@gmail.com.