

В. Г. МАРТИНЕНКО, Г. І. ЛЬВОВ

ОГЛЯД МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ В'ЯЗКОПРУЖНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ ОБОЛОНОК

Представлено аналіз існуючих методів розв'язання контактних задач анізотропних в'язкопружних композиційних оболонок. Описана історія застосування та розвитку композиційних матеріалів. Встановлено, що на даний момент розроблені моделі в'язкопружної поведінки полімерних матеріалів та їхніх композитів, а також методи моделювання температурних залежностей їхніх механічних властивостей. Розглянуті методики дозволяють розв'язувати задачі механіки пружних тонких та товстих ізотропних та анізотропних оболонок, контактні задачі теорії пружних ортотропних оболонок, плоскі контактні задачі теорії в'язкопружності.

Ключові слова: в'язкопружність, ортотропія, ядро релаксації, ряди Проні, зсувна функція, контактна задача.

Представлен анализ существующих методов решения контактных задач анизотропных вязкоупругих композиционных оболочек. Описана история применения и развития композиционных материалов. Установлено, что на данный момент разработаны модели вязкоупругого поведения полимерных материалов и их композитов, а также методы моделирования температурных зависимостей их механических свойств. Рассмотренные методики позволяют решать задачи механики упругих тонких и толстых изотропных и анизотропных оболочек, контактные задачи теории упругих ортотропных оболочек, плоские контактные задачи теории вязкоупругости.

Ключевые слова: вязкоупругость, ортотропия, ядро релаксации, ряды Прони, сдвиговая функция, контактная задача.

The paper presents an analysis of the existing methods for solving the contact problems of viscoelastic composite shells. The described history of using and development of composite materials shows that they have been finding a wide application. It is found, that the developed models of viscoelastic behavior of polymeric materials and their composites as well as methods of modelling of its temperature dependencies reflect the real properties with a sufficient accuracy. The considered techniques allow solving the structural problems of elastic thin and thick isotropic and anisotropic shells, the contact problems of elastic orthotropic shells, as well as the plane contact problems of the viscoelasticity theory. At the same time it is investigated that there are no any complex approaches for solving the contact problems of viscoelastic orthotropic shells at present.

Keywords: viscoelasticity, orthotropy, relaxation kernel, Prony series, shift function, contact problem.

Вступ. Композиційні матеріали (КМ) – це матеріали, що складаються з двох або більше компонентів та мають специфічні властивості, які є відмінними від властивостей компонентів, з яких вони складаються [1]. Композиційні матеріали не існують в природі та набули великого поширення завдяки їх перевагам порівняно з природними матеріалами, а саме низьким масовим характеристикам при збереженні міцносних [2].

Композиційні матеріали в сучасному розумінні з'явилися у першій половині 20-го сторіччя [3]. На початку сторіччя розробили вініл, полістирол, фенол та поліестр, які прийшли на заміну природним смолам та за механічними властивостям перевершували матеріали, що використовувались раніше. Однак й пластмаси не давали необхідної міцності.

Дослідник Геймс Слейтер, що працював в Owens-Illinois, розробив метод для отримання тонких скляних ниток та запатентував його у 1933 році [4, 5]. Ці скляні нитки були використані у 1935 році фірмою Owens/Corning [6], яка для покращення механічних властивостей пластмас розробила скловолокно, що й дало поштовх для заснування та розвитку армованої полімерної промисловості [7].

З цього моменту починається ера композиційних матеріалів у їхньому сучасному розумінні [4]. Цю еру можна умовно поділити на чотири етапи [8]:

1. Етап композитів зі скляними волокнами (1940-ві роки).

2. Етап високопродуктивних композитів в пост-

супутниковій ері (1960-ті роки).

3. Етап пошуку нових ринків та синергія властивостей (1970-ті та 1980-ті роки).

4. Етап гібридних матеріалів, нанокомпозитів та біонаслідуваних стратегій (1990-ті роки).

У 1940-ві роки розробка та поширення композиту зі скляними волокнами та епоксидною матрицею (склопластику) призвела до початку їхнього використання у воєнному корабле- та авіабудуванні. Наприкінці десятиріччя армований скляними волокнами пластик (Glass Fiber Reinforced Plastic – GFRP) став першим комерційним композиційним матеріалом, що до сьогодні займає 90 % на світовому ринку композитів [8] через відносну дешевизну виготовлення та сукупність властивостей.

Під час Другої світової війни склопластик був застосований для побудови радіопроникних обтікачів радіомодулів (рис. 1). Також німецькі інженери активно намагались застосувати його для побудови надлегких воєнних літаків.

У 1950-ті роки склопластик став використовуватись у автомобілебудуванні. Також у Франції з'явилися лопаті гелікоптера Allouette II, що були виконані з цього матеріалу.

Розпочата наприкінці 1950-х років космічна гонка дала новий поштовх до розвитку композиційних матеріалів. Ідея використання композитів для космічної промисловості змусила науковців шукати нові матеріали для волокон. У 1960-ті роки у Японії була розроблена технологія отримання вуглецевих волокон.

Наприкінці десятиріччя світ побачили композити на основі бороших волокон, що знайшло своє використання у війсьній промисловості.



Рисунок 1 – Радіопрозорний обтікач радіомодулю зі склопластику

Потреба в отриманні надміцних та ідеально гладких обтікачів для міжконтинентальних балістичних ракет та ракет-носіїв стимулювала створення шаруватих металевих композитів [9].

На початку 1970-х років американська хімічна компанія DuPont [10] представила новий композиційний матеріал кевлар на основі арамідних волокон. Кевлар й досі широко використовується завдяки своїм міцнісним властивостям, що є у 5 разів вищими за сталеві.

Вуглепластик став поширений при виробленні спортивного устаткування, зокрема ракеток для великого тенісу та ключок для гольфу. Недивлячись на

високу вартість таких речей, видатні спортсмени та багаті аматори залюбки їх купляти.

Наступний поштовх для винайдення нових композиційних матеріалів знову дала космічна промисловість. Розробка корпусів одно- та багаторазових космічних апаратів, а також космічних станцій потребувало матеріалу, що мав би усі властивості металу, окрім коефіцієнту лінійного теплового поширення, який в умовах великого перепаду температур повинен був бути значно нижчим. Це було досягнуто завдяки армуванню металеві матриці керамічними волокнами SiC. Також використовувались волокна оксиду алюмінію Al_2O_3 . Окрім того матеріал Duralcan (алюмінієва матриця із 10 % оксиду алюмінію) застосовувався при створенні дуже дорогих гірничих велосипедів та мотоциклів [8].

На початку 1980-х років вчені та інженери почали активно користуватися ефектом синергії у композиційних матеріалах – їхні корисні властивості перевершили суму корисних властивостей складників.

У 1990-х роках з'явилися ідеї поєднання двох або більше матеріалів на мікро- та нанорівнях. Вчені помітили, що природні матеріали, такі як деревина або кістки, також є композиційними матеріалами при мікроскопічному розгляді. Основною тенденцією стало поєднання складних біомолекул із неорганічними молекулами. Ця технологія придбала назву біонаслідування. Почався активний розвиток нанокомпозитів, але при їхньому розрахунку вже неможливо використовувати механічні аналогії з макрокомпозитами, тому що у цьому масштабі великий вплив мають вже квантові ефекти.



Рисунок 2 – Турбореактивний двигун GE9x, що включає в свою конструкцію вуглепластикові елементи

На теперішній момент армовані композиційні матеріали, зокрема склопластик та вуглепластик, залишаються найбільш застосовуваними серед всіх типів КМ. Наприклад, сучасні авіалайнери, такі як

Boeing 787 та Airbus A380, несуть в своїй конструкції багато вуглепластикових деталей [4]. Компанія General Electric продовжує розробку та виробництво турбореактивних двигунів GE90 та GE9x [11]. Зокрема,

двигун GE_{nx} (рис. 2) – General Electric Next Generation – складається з наступних композитних деталей: лопатки вентиляторної ступені, корпус вентиляторної ступені, кріплення лопаток вентиляторної ступені, бандажовані лопатки спрямляючого апарату, акустичні панелі, повітропроводи. Використання карбонового композиту дає значне зниження ваги, затрат енергії, шуму, коштів на ремонт та підвищення надійності.

Склопластикові лопаті вітрогенераторів виробляють 20 ГВт корисної енергії по всьому світу [4, 12]. Зростання довжини лопаток таких вітрогенераторів і, як результат, їхньої продуктивності було б неможливим, якщо вони би, як і раніше, виготовлялись з металів, а не зі склопластику.

КМ використовуються і в кораблебудуванні. Перш за все, сучасні яхти частково або повністю складаються зі склопластику. Наприклад, шогли надшвидкої яхти Maltese Falcon є повністю композитними та несуть окремо більше навантаження, ніж крило літака Boeing 747 або Airbus A380.

Отже, полімерні армовані композиційні матеріали (ПАКМ) є дуже поширеними у сучасних конструкціях машин, що витримують великі робочі навантаження. В процесі їхньої роботи композиційні елементи, що найчастіше представляють з себе тонкі оболонки, вступають у контакт із іншими елементами – як композиційними, так і металевими [2]. Механічна поведінка ПАКМ є складною: через полімерну природу матриці вони проявляють пружні та в'язкопружні властивості із складною температурною залежністю, а через встановлені напрямки армування волокнами ці властивості є ортотропними або анізотропними [1].

Отже, розробка методів розв'язання контактних задач температурно залежної в'язкопружності тонких ортотропних оболонок є актуальною на даний момент задачею.

1. Характерні механічні властивості КМ. Як вже було відмічено раніше, ПАКМ проявляють ортотропні та температурно залежні пружні та в'язкопружні властивості [13].

Полімерна структура матриці ПАКМ складається з довгих та складних молекул (рис. 3, а).

Ці молекули мають тенденцію змінювати свою просторову форму під дією постійного навантаження. Механізм в'язкопружної поведінки полімерів обумовлений саме такою зміною у їхній молекулярній структурі. Оскільки полімерні молекули мають тенденцію повністю або частково відновлювати свою початкову структуру, в'язкопружність є повністю або частково зворотнім процесом – при знятті навантаження форма тіла відновлюється. У цьому є принципова відмінність явища в'язкопружності від явища повзучості, при якому відбувається перенос порожнин, зерен та включень в матеріалі з плином часу, що обумовлює відсутність зворотних деформацій при знятті навантаження на тіло. Окрім того, в'язкопружна деформація також суттєво відмінна від пружної деформації, яка обумовлена зміною відстаней між молекулами через прикладення сил до них [14]. Таким чином, в'язкопружність є унікальним явищем, яке потребує створення адекват-

них математичних моделей для його опису.

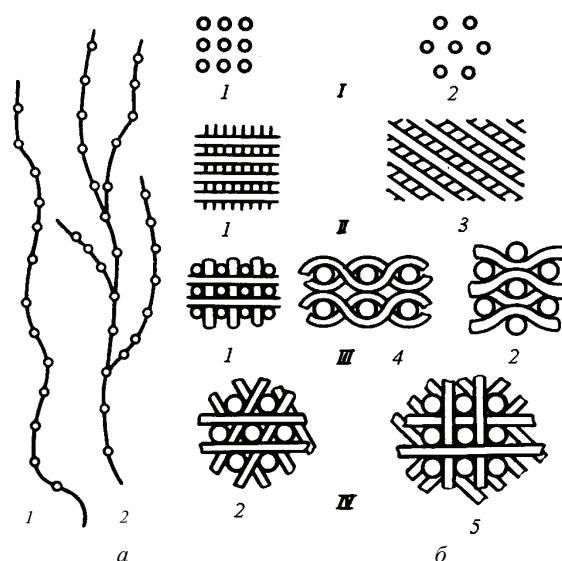


Рисунок 3 – Структура композиційного матеріалу: а – будова полімерної молекули (1 – полімерна макромолекула з лінійною структурою; 2 – полімерна макромолекула з розгалуженою структурою); б – схеми армування ПАКМ (1 – прямокутна структура, 2 – гексагональна структура, 3 – косокутна структура, 4 – з викривленою структурою, 5 – система з п'яти ниток)

Існує багато схем та технологій армування полімерної матриці скляними або вуглецевими волокнами (див. рис. 3, б). Скляні волокна проявляють ізотропні пружні властивості, а вуглецеві волокна – трансверсально ізотропні властивості через плетену структуру волокна. В залежності від схеми армування КМ проявляє трансверсально ізотропні, ортотропні або анізотропні властивості. Отже, властивості композитів потребують поглибленого дослідження.

Механічні властивості полімерів та їхніх композитів та особливості їхнього застосування детально описані та досліджені в роботах [2], [13-19].

2. Методи дослідження механічних властивостей КМ. Оскільки КМ має складну неоднорідну структуру, існує два підходи до визначення його механічних властивостей: структурний та феноменологічний (рис. 4, а-б).

Феноменологічний підхід заснований на проведенні натурального експерименту над зразками, що виконані з досліджуваного КМ (див. рис. 4, а). При цьому матеріал розглядається як гомогенний, а його складною мікроструктурою нехтують у порівнянні з макроскопічними розмірами зразків.

Наприклад, ортотропні пружні властивості та миттєва міцність ПАКМ різних типів детально досліджувалися в роботах [20-26]. Ізотропні та ортотропні в'язкопружні квазістатичні властивості КМ за допомогою експериментальних методів досліджень були знайдені в роботах [27-36], а аналогічні динамічні властивості КМ різних типів розглядалися в статтях [37-49].

Структурний підхід до дослідження механічних властивостей КМ передбачає розгляд його мікростру-

тури у вигляді представницького об'єму (рис. 4, б) та їхнє знаходження за відомими властивостями матриці та волокон. Структурний підхід може базуватись на аналітичній моделі або використовувати чисельні методи. Наприклад, в роботах [50-54] для визначення пружності, в'язкопружності та повзучості КМ використовувались аналітичні чи чисельно-аналітичні моделі. У разі неможливості побудови аналітичного методу гомогенізації властивостей КМ можуть бути використані чисельні процедури, найбільш популярна з яких – це метод скінченних елементів (МСЕ). Так, в статтях [55-60] за його допомогою були визначені ізотропні та ортотропні температурно залежні механічні властивості КМ, зокрема пружні та в'язкопружні.

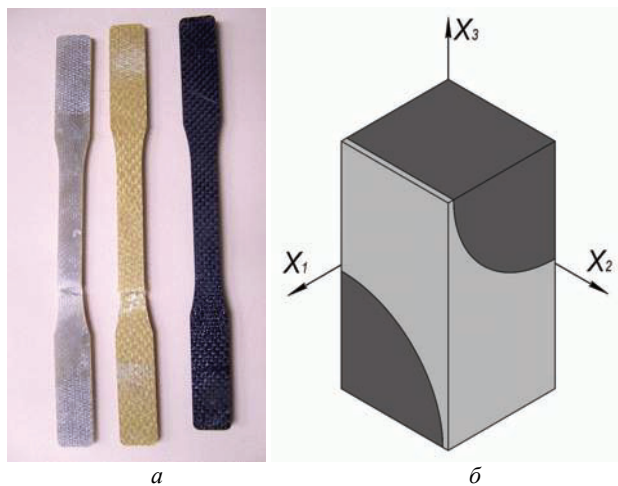


Рисунок 4 – Методи дослідження властивостей ПАКМ:
а – зразки з КМ для експериментального дослідження;
б – представницький об'єм для гомогенізації властивостей

Наприклад, в [55] автори застосували нелінійну модель Шапері для отримання температурно залежних в'язкопружних властивостей шаруватого КМ та перевірили методику за допомогою скінченно-елементного аналізу.

В роботі [57] автори отримали анізотропні частотно залежні в'язкопружні властивості односпрямованих КМ із випадковим розташуванням волокон за допомогою аналізу Монте Карло.

В статті [59] автори дослідили вплив підходів до конструювання представницького об'єму (ПО) односпрямованих КМ на точність отриманого за допомогою МСЕ ортотропного в'язкопружного відгуку. Була проаналізована залежність властивостей від кількості волокон у ПО та їхньої форми.

В роботі [60] на основі методу скінченних елементів був представлений підхід до гомогенізації температурно залежних ортотропних в'язкопружних властивостей двоспрямованого КМ за наявними трансверсально ізотропними пружними властивостями волокон та ізотропними в'язкопружними властивостями матриці, а також розроблена методика апроксимації отриманих властивостей за допомогою методу найменших квадратів рядами Проні для часових залежностей та температурною зсувною функцією Вільямса-Ландела-Феррі для температурних залежностей.

В [61] автори розробили локально точний метод

гомогенізації ортотропних в'язкопружних властивостей односпрямованих КМ тетрагональної та гексагональної структури для різних об'ємних концентрацій волокон та порівняли результати аналізу із аналогічними результатами, отриманими за скінченно-об'ємним методом, що показало адекватність запропонованої моделі. В той же час, розроблений підхід не може бути поширений на об'ємні схеми плетіння композитів, а температурна залежність механічних властивостей не враховується.

В [62] був реалізований підхід до отримання часово та частотно залежних ізотропних в'язкопружних властивостей трифазного КМ за допомогою модифікованої схеми Морі-Танака. Його результати порівняні із експериментальними даними та зроблено висновок про достатню точність моделі.

В статті [63] описаний скінченно-об'ємний метод гомогенізації ортотропних в'язкопружних властивостей композиційного матеріалу із епоксидною матрицею та сферичними включеннями за допомогою пружно-в'язкопружного принципу відповідності. При цьому, температурна залежність в'язкопружних властивостей не враховується.

В роботі [64] розглядається новий метод гомогенізації в'язкопластичних властивостей однонаправленого композиційного матеріалу в плоскій варіаційній постановці. Результати аналізу у порівнянні з методом скінченних елементів демонструють велику точність методу. У той же час, запропонована методика не розповсюджена на об'ємні КМ із температурними залежностями в'язких властивостей.

3. Методи моделювання в'язкопружних властивостей матеріалу у одновимірному випадку.

Явище в'язкопружності КМ та полімерів детально описано в роботах [17, 19, 65-76]. За минулі 50 років були розроблені та описані моделі, що на теперішньому етапі можуть адекватно відображати в'язкопружну поведінку матеріалу як на маленьких, так и на дуже великих проміжках часу.

Температурно залежна в'язкопружна поведінка матеріалу у одновимірному випадку виражається спадковим інтегралом Больцмана:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\xi, T) \frac{d\varepsilon(\xi)}{d\xi} d\xi, \quad (1)$$

де t – змінна часу; ξ – час, що сплинув; T – змінна температури; $\varepsilon(t)$ – деформація; $\sigma(t)$ – напруження; $E(t, T)$ – модуль релаксації.

Існує декілька реологічних моделей в'язкопружного матеріалу:

- модель Максвелла, що передбачає послідовне з'єднання пружного та демпфуючого елементів;
- модель Кельвіна-Фойгта для паралельного з'єднання пружного та демпфуючого елементів;
- модель стандартного лінійного тіла (СЛТ), що передбачає паралельне з'єднання моделі Максвелла із пружним елементом;
- узагальнена модель Максвелла, що є розширенням моделі СЛТ до випадку багатьох пружних та демпфуючих елементів (рис. 5).

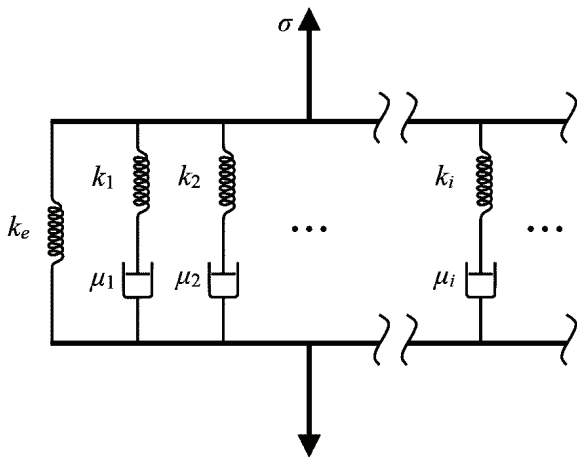


Рисунок 5 – Узагальнена реологічна модель Максвелла

Відповідно до узагальненої моделі Максвелла модуль релаксації може бути виражений через пружності k_e, k_i та в'язкості μ_i ($i = 1..N$, де N – число демпфуючих елементів) у вигляді експоненціальних рядів Проні [77]:

$$E(t, T) = E_0 + \sum_{i=1}^N E_i \exp(-t / \tau_i), \quad (2)$$

де $\tau_i = \mu_i / k_i$ – так звані часи релаксації матеріалу; $E_0 = k_e$ – миттєвий модуль пружності матеріалу; $E_i = k_i$ – множники рядів Проні.

Окрім перелічених вище параметрів в'язкопружний матеріал має ще й показник, що називається модулем на нескінченності:

$$E_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} E(t, T) = E_0 + \sum_{i=1}^N E_i. \quad (3)$$

Усі ці параметри характеризують поведінку модуля релаксації, що для 15 членів рядів Проні та різних рівнів температур має характерний вигляд, показаний на рис. 6.

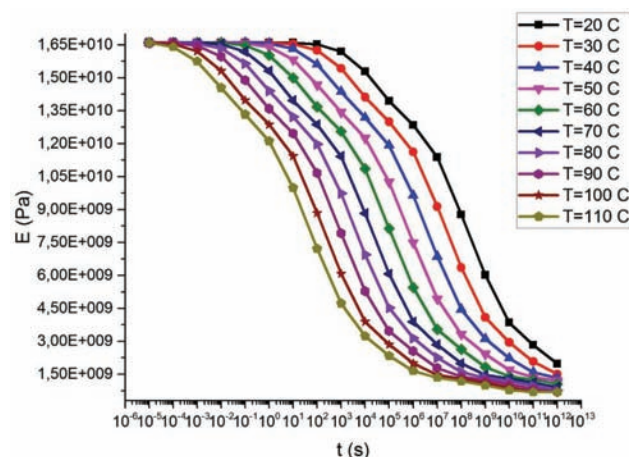


Рисунок 6 – Характерний вигляд модуля релаксації для різних температур, [60]

Для моделювання температурних залежностей в'язкопружних властивостей полімерів та їхніх КМ у роботі [78] було запропоновано поняття про терморологічно простий матеріал (ТПМ), тобто той, що має аналогію між зміною модуля релаксації за часом та температурою. Ця модель відображає поведінку полі-

мерних молекул під дією температури. Це поняття застосовне до полімерних матеріалів, що працюють при температурах вище за температуру склування (тобто коли форма полімерних молекул стає рухомою) і нижче за температуру плавлення.

Температурно-часова аналогія полягає у тому, що у відповідність в'язкопружній поведінці матеріалу при температурі T ставиться його в'язкопружна поведінка при відносній температурі T_{ref} із врахуванням часового зсуву за допомогою зсувної функції α_T . Для модуля релаксації E , що розглядається у даному пункті, це виражається у наступному співвідношенні: $E(t, T_{ref}) = E(\alpha_T t, T)$.

Характер зсувної функції залежить від мікроструктури полімерного матеріалу [79]. Найбільш поширеними є наступні функції:

1. Зсувна функція Вільямса-Ландела-Феррі (ВЛФ, Williams-Landel-Ferry shift function) [80]:

$$\lg \alpha_T = - \frac{K_1(T - T_{ref})}{K_2 + (T - T_{ref})}, \quad (4)$$

де K_1 та K_2 – параметри зсувної функції ВЛФ.

2. Зсувна функція Тула-Нараянасвами (ТН, Tool-Narayanaswamy shift function) [81, 82], побудована у відповідності із законом Арреніуса [83]:

$$\ln \alpha_T = \frac{H}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right), \quad (5)$$

де H / R – масштабована енергія активації.

Наприклад, рис. 6 ілюструє модуль релаксації ТПМ, температурна залежність якого описується функцією ВЛФ.

На відміну від ТПМ терморологічно складні матеріали (ТСМ), що були детально описані в роботах [84-86], зазвичай є дво- або багатофазними полімерними системами, тобто такими, що отримані для досягнення нових властивостей з декількох простих полімерів [87]. У такому випадку реакція властивостей кожної з полімерних фаз на зміну температури може носити власний характер, що в комплексі не дозволяє побудувати просту температурно-часову аналогію. Одним з рішень даної проблеми є комбінація зсувних функцій (4) та (5):

$$\lg \alpha_T = \frac{K_1(T_{ref1} - T)h(T)}{K_2 + (T - T_{ref1})} + \frac{H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref2}} \right) h(T - T_{ref2}), \quad (6)$$

де $h(T) = \begin{cases} 0, & T < 0 \\ 1, & T \geq 0 \end{cases}$ – функція Хевісайда; T_{ref1} та T_{ref2} – обрані відносні температури.

Таким чином, характер температурної залежності ПАКМ у великій долі визначається характером температурної залежності його полімерної матриці. Для його визначення можуть використовуватись як феноменологічні, так і структурні методи.

4. Ізотропія, ортотропія та анізотропія пружних та в'язкопружних властивостей КМ. Оскільки ПАКМ мають певну спрямовану схему армування (див. рис. 3, б), їхні механічні властивості залежать від напрямку навантаження, що прикладається. Результатом цього є анізотропія пружних та в'язкопружних

властивостей, що виражені тензорними співвідношеннями (7) у покомпонентному вигляді шляхом узагальненням спадкового інтегралу (1) до тривимірного випадку [19, 65, 67]:

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t C_{ijkl}(t-\xi, T) \frac{d\varepsilon_{kl}(\xi)}{d\xi} d\xi, \quad (7)$$

де $C_{ijkl}(t, T)$ – залежні від часу та температури компо-

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}(t) \\ \sigma_{22}(t) \\ \sigma_{33}(t) \\ \sigma_{23}(t) \\ \sigma_{13}(t) \\ \sigma_{12}(t) \end{Bmatrix} = \int_0^t \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{2323} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11}(\xi)/d\xi \\ d\varepsilon_{22}(\xi)/d\xi \\ d\varepsilon_{33}(\xi)/d\xi \\ d\varepsilon_{23}(\xi)/d\xi \\ d\varepsilon_{13}(\xi)/d\xi \\ d\varepsilon_{12}(\xi)/d\xi \end{Bmatrix} d\xi. \quad (8)$$

Для полімерного матеріалу, який можна найчастіше вважати ізотропним, співвідношення (8) спрощується таким чином, що у тензорі релаксації залишається тільки 2 невідомих компоненти. Тоді можливо виділити шарову та девіаторну частини тензора релаксації, що є дуже корисним, оскільки для полімерних матеріалів характерна в'язкість саме формозмінної (девіаторної) частини при збереженні об'ємної (шарової) частини відносно постійною за часом [65]. Тоді тензорний вигляд таких співвідношень записується наступним чином:

$$\hat{\sigma}(t) = \int_0^t 2\hat{G}(t-\xi) \frac{d\hat{\varepsilon}(\xi)}{d\xi} d\xi + \hat{I} \int_0^t \hat{K}(t-\xi) \frac{d\Delta(\xi)}{d\xi} d\xi, \quad (9)$$

де $\hat{\sigma}(t)$ – тензор напружень другого рангу; $\hat{G}(t)$, $\hat{K}(t)$ – зсувна та об'ємна частини тензора релаксації, залежні зазвичай і від температури; $\hat{\varepsilon}(t)$, $\Delta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ та \hat{I} – девіаторна та шарова деформації та одиничний тензор відповідно, що записуються в формі:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \Delta & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \Delta & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} - \Delta \end{bmatrix}, \quad \hat{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Часто співвідношення (9) приймаються за базові й для випадків анізотропних матеріалів, оскільки наразі не існує універсального алгоритму розв'язання задачі анізотропної в'язкопружності із визначальними співвідношеннями (8). Така ситуація дійсна й для програмних комплексів скінченно-елементного аналізу, зокрема ANSYS Mechanical [88].

На даний момент існує декілька напрямків моделювання анізотропних в'язкопружних властивостей матеріалу. Переважно усі вони базуються на МСЕ як на найбільш ефективному інструменті інженерних розрахунків.

Перша з методик заснована на створенні власного скінченно-елементного коду, що є адаптованим до застосування в ньому фізичних співвідношень анізотропної в'язкопружності. Таким дослідженням присвячені роботи [89-96].

Основним недоліком описаної методики є вузьконаправленість отриманих у результаті її реалізації

ненти тензору релаксації в'язкопружного матеріалу; $i, j, k, l = 1..3$, при цьому у тензорних співвідношеннях приймається правило сумування Ейнштейна.

Для ПАКМ з ортогональною структурою армування в'язкопружні властивості є ортотропними. Тоді фізичні співвідношення (7) в нотації Фойгта набудуть наступного вигляду:

скінченно-елементних програм, наприклад, застосовність лише до двовимірних задач або задач теорій пластин та оболонок, відсутність врахування контактної взаємодії, пластичності, повзучості, динамічних явищ, тощо. Такі скінченно-елементні продукти створюються для розв'язання певних класів задач, що не виходять за свої рамки.

Іншим напрямком є імплементація своїх фізичних співвідношень анізотропної в'язкопружності до вже існуючих комерційних програмних комплексів скінченно-елементного аналізу, таких як ANSYS, ABAQUS, NX Nastran, тощо. В такому випадку користувач отримує доступ до усього широкого набору можливостей моделювання механіки твердого деформованого тіла (МТДТ), але недолік полягає у складності процесу імплементації, що потребує від інженера чи науковця редакції коду усього модуля і, відповідно, поглиблених теоретичних та практичних знань. Окрім того, виробники програмних комплексів знімають з себе відповідальність за коректність результатів, отриманих за допомогою їхніх продуктів, що були відредактовані користувачем. Описаним методам реалізації анізотропної в'язкопружності присвячені роботи [97-103].

Існують також й альтернативні методики моделювання анізотропних в'язкопружних властивостей. Наприклад, в статті [104] автором був запропонований метод врахування анізотропії в'язкопружності у комерційних комплексах скінченно-елементного аналізу без редакції їхніх кодів за допомогою методу накладених сіток. В роботах [105, 106] були розроблені аналітичні та чисельно-аналітичні методи розв'язання плоскої вісесиметричної задачі контакту трубопроводу із композиційним ортотропним в'язкопружним бандажем.

Отже, існуючі методи моделювання та розрахунків анізотропної в'язкопружності не повністю охоплюють цей розділ МТДТ і не задовольняють інженерні потреби.

5. Методи розв'язання контактних задач анізотропних композиційних оболонок. Історія розвитку методів розв'язання механіки тонких та товстих оболонок у лінійній та нелінійній постановках похо-

дять з кінця XIX сторіччя, коли були поставлені та вирішені перші задачі цього класу.

Окрім того, на момент другої половини XX сторіччя вже з'явилась велика кількість літератури, що давала аналітичні розв'язки певних класів задач теорії тонких та товстих оболонок.

Наприклад, в роботах [107-110] представлені методи розрахунку тонких циліндричних оболонок та оболонок обертання. В книзі [111] наведені методи розрахунку термопружних напружень у оболонках, а також механіки оболонок із ребрами жорсткості. В роботі [112] разом із аналітичними методами знаходження напружено-деформованого стану оболонок для окремих випадків описані наближені методи розрахунків тонких оболонок загального вигляду. В книзі [113] наведені наближені методи розрахунку механіки тонких оболонок – простих та армованих. Серед сучасних світових робіт, що наводять, класифікують та пропонують нові методи розрахунків механіки тонких та товстих оболонок із навісними елементами та без них можна виділити книги [114-117]. В роботі [118] дана критична оцінка поточного стану розв'язання проблеми моделювання механіки оболонок та запропоновані нові методи для певних класів задач.

В роботах [119-123] описане застосування методу скінченних елементів до розв'язання лінійних задач механіки тонких та товстих оболонок. В [124] розроблено новий алгоритм методу скінченних елементів, що є застосовним для нелінійної постановки цього класу задач.

Наведені методи були розроблені для ізотропних пружних матеріалів, а потім з розвитком армованих композиційних матеріалів адаптовані до випадків ортотропії пружних властивостей. Так, роботи [125, 126] пропонують методи розрахунків механіки циліндричних композиційних оболонок, [127] описує адаптацію теорії пластин та оболонок до анізотропних елементів зі склопластиків. В [14] розроблені методи розв'язання деяких класів задач теорії анізотропних композиційних оболонок, які адаптовані до їхньої реалізації на персональному комп'ютері. В [18] розглянута механіка шаруватих композиційних матеріалів із пружними, пластичними та в'язкопружними шарами. В роботі [128] представлені сучасні методи моделювання механіки тонких та товстих ламінованих пластин та оболонок конічної, циліндричної та сферичної форм. В [129] існуючі чисельні методи розрахунків були адаптовані до розв'язання лінійних та нелінійних задач механіки шаруватих композиційних пластин та оболонок.

Контактні задачі теорії оболонок в аналітичному вигляді були розв'язані лише для певних простих класів. Наприклад, в [130] запропоновані розв'язки інтегральних задач теорії оболонок та розглянуті деякі контактні задачі для циліндричних оболонок. В [131] наведені методи моделювання контактної взаємодії оболонок обертання із штамом та між собою.

Також увага науковців була привернута й до контактних задач теорії в'язкопружності. Так, в [71] були запропоновані методи розв'язання плоских контактних задач теорії в'язкопружності з врахуванням шорсткості поверхонь та зносу. В [132] розв'язані плоскі

задачі обертального контакту в'язкопружного тіла з пружною основою.

В роботі [133] автори запропонували методи розв'язання вісесиметричних та двовимірних задач повзучості тонких оболонок. В роботі [134] запропоноване використання варіаційних нерівностей для розв'язання контактних задач пружності, пластичності та повзучості тонких оболонок.

Окрім фундаментальної літератури на даний момент існує багато сучасних робіт, що розглядають механіку анізотропних оболонок. Переважна більшість з них базується на методі скінченних елементів як на найбільш потужному на даний момент інструменті розв'язання інженерних задач.

В огляді [135] детально описані сучасні скінченно-елементні підходи до розрахунків механіки композиційних оболонкових елементів конструкцій. Зокрема, продемонстровані підходи до моделювання композиційних матеріалів як однорідних або багатошарових оболонок з різним ступенем анізотропії пружних властивостей. Наведено критерії збіжності чисельних рішень і методи контролю їх точності. Проаналізовані переваги та недоліки застосування теорій розрахунку механіки шаруватих композиційних оболонок і дано порівняння отриманих результатів з тривимірною теорією. У той же час, в роботі розглянуті лише пружні шаруваті оболонки і не дана характеристика підходів і методів розв'язання задач повзучості та в'язкопружності, хоча ці властивості композиційних оболонок досить яскраво виражені та вимагають адекватного відображення в математичних моделях.

Стаття [136] демонструє розв'язання задачі нелінійного скінченно-елементного аналізу ортотропної пружної однорідної циліндричної оболонки з коротким викладом методики рішення і критеріїв його збіжності, хоча в ній не вказано, скінченними елементами якої форми автори користуються при побудові свого методу.

Робота [137] дає більш докладний опис методу розв'язання подібної задачі. Тут авторами побудована методика вирішення геометрично нелінійних задач теорії однорідних ізотропних оболонок з використанням розробленого плоского трикутного оболонкового скінченного елемента. Побудована теорія проходить верифікацію шляхом розв'язання задач простих класів з наявними аналітичними розв'язками, а саме: вигин шарнірно обпертих пластини, сферичної і циліндричної оболонок і втрати стійкості L-образної конструкції. Отримані результати і побудовані по ним графіки наочно демонструють дуже низьку розбіжність між аналітичними і чисельними розв'язками, що підтверджує адекватність побудованого методу для розв'язання зазначеного класу задач. У той же час, даний метод не враховує можливий анізотропію пружних властивостей і в'язкопружності оболонок.

У статті [138] представлений скінченно-елементний метод розв'язання геометрично і фізично нелінійної задачі вигину шаруватих оболонок. Переважною відмінністю даної публікації від наведених вище робіт є можливість моделювання фізичних нелінійностей, а саме пружнопластичних властивостей матеріалів обо-

лонки. При цьому в самій роботі не зроблена постановка задачі теорії пластичності, а також не наведено опис чисельних процедур, що дозволяють враховувати пластичну зону деформування, тобто саму фізичну нелінійність.

Робота [139] демонструє врахування орторопії, в'язкопружності і п'єзоелектричних властивостей шаруватих композиційних елементів конструкцій, але для класу задач теорії згину пластин. Тут ступінь анізотропії в'язкопружних властивостей визначається ступенем анізотропії пружних властивостей. У той же час, за допомогою побудованого скінченно-елементного підходу проводиться розв'язання динамічних задач теорії згину пластин з урахуванням демпфування коливань в їх в'язкопружних шарах. Таким чином, можливість застосування побудованого методу обмежується плоскою формою і ступенем анізотропії в'язкопружних властивостей композиційних елементів конструкцій.

В роботі [140] дається детальна характеристика розробленого авторського шаруватого оболонкового скінченного елемента з пружними і в'язкопружними шарами. Наведена методика може бути застосована як до тонких, так і до товстих оболонок. Розроблено схему інтегрування за часом, а також наведені умови збіжності розв'язку. При цьому варто відзначити, що, як і в попередніх роботах, в'язкопружні властивості шарів оболонки вважаються ізотропним.

Аналогічний метод, але для товстих неслоїстих оболонок представлений в роботі [141]. Тут наведено розв'язок задачі згину оболонкового кільця.

В сучасній літературі присутні багато методів розв'язання контактних задач в'язкопружності.

У серії статей [142-144] автори пропонують власну методику розв'язання контактної задачі в'язкопружності для випадку обертового контакту, а саме кочення в'язкопружного циліндра по абсолютно жорсткій основі. Така задача має велике поширення з огляду на її застосовність до моделювання взаємодії автомобільних і літакових шин з дорожнім покриттям. У роботах розробляється авторський підхід до вирішення наступних питань:

- розробка рухомого в'язкопружного скінченного елемента, що враховує великі деформації;
- створення спеціальної розрахункової схеми, що базується на методі Ньютона-Рафсона;
- розробка неявного розв'язувача задач перехідних процесів;
- розробка тривимірних поступально-обертальних кубічних скінченних елементів ізопараметричного типу;
- розробка поступально-обертальних оболонкових скінченних елементів;
- створення тривимірної постановки задачі рухомого контакту;
- комплексне дослідження шини, що постійно обертається, з кореляцією отриманих результатів з експериментальними даними;
- створення схеми моделювання перехідних процесів для обертового контакту, здатної враховувати западини і перешкоди;

– інтегрування поступально-обертального скінченного елемента з методологією контактної взаємодії при перехідних процесах;

– комплексне дослідження з моделюванням перехідних процесів шини, що котиться по покриттю з западинами і перешкодами.

Таким чином, в публікації розроблений скінченно-елементний підхід до розв'язання контактної динамічної задачі в'язкопружності для оболонкових елементів конструкцій. При цьому варто відзначити, що при всій складності постановки і розв'язання описаної задачі, автори практично не приділяють увагу анізотропії пружних і в'язкопружних властивостей, що навіть для шини є критичними, оскільки вона має підсилюючий корд, який робить такі властивості істотно ортотропними. Крім того, неочевидна застосовність розробленої методики до оболонок, відмінних від оболонок обертання еліптичного типу.

Публікація [145] враховує при розробці тривимірного скінченно-елементного підходу до моделювання напружено-деформованого стану шини анізотропію її пружних властивостей, що при належній побудові скінченно-елементної сітки значно підвищує адекватність отриманих результатів. Однак в'язкопружні властивості матеріалу шини авторами не були враховані.

У роботах [146] та [147] автори пропонують скінченно-елементну методологію розв'язання задачі знаходження плоского деформованого стану в'язкопружної основи під впливом жорсткого тіла кочення. При цьому в'язкопружні властивості вважаються ізотропним.

Публікація [148] пропонує чисельний розв'язок контактної задачі в'язкопружності для дослідження динамічної поведінки тривимірного тіла з тріщиною, яка характеризується криволінійною поверхнею, із застосуванням авторського методу збіжності. Чисельна процедура випробувана на прикладі знаходження динамічного стану товстої пластини з тріщиною нескінченної довжини. Порівняння результатів обчислень для випадків відсутності і різних рівнів демпфування з точним розв'язком показує його задовільну збіжність практично для всього періоду контактування тріщини.

В роботі [149] представлений скінченно-елементний підхід до розв'язання двовимірної контактної задачі анізотропної термов'язкопружності для двох шаруватих тіл з пружним внутрішнім і в'язкопружним зовнішнім шарами. Тут авторами представлений критерій ініціалізації контактної взаємодії, а також розроблена чисельна процедура розв'язання задачі в'язкопружності в часі. Адекватність описаної методики продемонстрована на прикладах контактної взаємодії в'язкопружного в першому випадку і шаруватого пружно-в'язкопружного циліндра в другому випадку з шарнірно обертовою пружною основою. Результати представлені у вигляді графіків зміни контактного тиску по довжині пружної основи, а також релаксації центрального контактного тиску в часі для моделей в'язкопружності Максвелла і Віхерта і різних варіацій теплового навантаження. При цьому варто

відзначити, що розроблена методика може бути застосована тільки для випадку плоского деформованого стану, що значно звужує клас охоплених нею задач.

Отже, на даний момент в літературі існує багато методів розв'язання складових елементів задачі, що розглядається, та для певних класів задач. При цьому відсутній комплексний підхід до розв'язання контактних задач в'язкопружності ортотропних композиційних елементів конструкцій і машин.

Висновки. Отже, в сучасній літературі на даний момент існують методи розв'язання складових частин задачі, що розглядається.

Наприклад, розроблені експериментальні методи знаходження ортотропних пружних та ізотропних статичних і динамічних в'язкопружних властивостей композиційного матеріалу. Чисельні методи гомогенізації механічних властивостей армованих КМ також є потужним засобом отримання його ізотропних та ортотропних в'язкопружних властивостей.

Розроблені методи апроксимації часових залежностей за допомогою експоненціальних рядів Проні та температурних залежностей за допомогою температурних зсувних функцій. Така технологія застосовна до однофазних полімерних КМ, що працюють при температурах вище за температуру склування та розглядаються як терморологічно прості матеріали, тоді як температурна залежність багатофазних полімерних систем відображається більш складними залежностями.

На даний момент в літературі існують аналітичні розв'язки контактних задач та задач в'язкопружності теорії тонких циліндричних оболонок та оболонок обертання. З метою отримання розв'язків задач для оболонок довільної форми звертаються до чисельних методів, в особливості до методу скінченних елементів як до найбільш потужного інструменту розв'язання інженерних задач на даний момент. Було створено багато власних скінченно-елементних кодів та користувацьких модулів комерційних програм для відображення ефекту анізотропної в'язкопружності. Усі вони мають свої переваги та недоліки. Основним недоліком можна виділити той факт, що запропоновані методики не є простими для реалізації при наявності в інженера програмного комплексу скінченно-елементного аналізу та відсутності поглиблених знань у програмуванні та теорії неоднорідних анізотропних матеріалів.

Таким чином, створення універсального методу розв'язання контактних задач в'язкопружності ортотропних оболонок є важливою та актуальною на даний момент задачею, що потребує поглибленого розгляду та розв'язання.

Список літератури:

1. Справочник по композиционным материалам / Ред. Дж. Любин. – М.: Машиностроение, 1988. – Т.1. – 448 с.
2. Карпинос Д. М. Композиционные материалы. Справочник / Д. М. Карпинос. – К.: Наукова думка, 1985. – 588 с.
3. Upadhyaya M. Studies on transition metal doped polyaniline and polyaniline-clay nanocomposites: an abstract ... doctor of philosophy in chemistry / Madhab Upadhyaya. – Gauhati University: 2013. – 170 p.

4. Roeseler W. G. Composite structures: the first 100 years / W. G. Roeseler, B. Sarh, M. U. Kismarton // Proceedings of the 16th International Conference on Composite Materials. – Kyoto: 2007. – P. 1-10.

5. Method & Apparatus for Making Glass Wool: U.S. Patent US2133235 A / Slayter G.; published 11.11.1933.

6. Owens Corning Company. – Режим доступу: <https://www.owenscorning.com>. – Дата звертання : 11 жовтня 2017.

7. Keller M. E. The Graham Legacy: Graham-Paige to 1932 / M. E. Keller. – Turner Publishing Company, 1998. – 232 p.

8. Palucka T. Composites Overview / T. Palucka, B. Bensaude-Vincent // History of Recent Science and Technology. – 19 жовтня 2002. – Режим доступу: https://authors.library.caltech.edu/5456/1/hrst.mit.edu/hrs/materials/public/composites/Composites_Overview.htm. – Дата звертання: 11 жовтня 2017.

9. Pete Scala E. A Brief History of Composites in the U.S. The Dream and the Success / E. Pete Scala // JOM. – Springer. – 1996. – Vol. 48, No. 2. – P. 45-48.

10. Dupont Company. – Режим доступу : <http://www.dupont.com>. – Дата звертання : 11 жовтня 2017.

11. Ward D. GE Aviation / D. Ward // TUM 5th Anniversary Symposium, Institute for Carbon Composites, 11-12 вересня 2014. – Режим доступу: http://www.lcc.mw.tum.de/fileadmin/w00bkg/www/PDF/Symposium/LCC_Symposium_Ward.pdf. – Дата звертання : 11 жовтня 2017.

12. Chortis D. I. Structural Analysis of Composite Wind Turbine Blades / Dimitrios I. Chortis. – Springer: 2013. – 239 p.

13. Нарисаева И. И. Прочность полимерных материалов / И. И. Нарисаева. – М.: Химия, 1987. – 400 с.

14. Кравчук А. С. Механика полимерных и композиционных материалов / А. С. Кравчук, В. П. Майборода, Ю. С. Уржумцев. – М.: Наука, 1985. – 304 с.

15. Капитонов А. М. Физико-механические свойства композиционных материалов. Упругие свойства / А. М. Капитонов, В. Е. Редькин. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2013. – 532 с.

16. Уорд И. Механические свойства твердых полимеров / И. Уорд. – М.: Химия, 1975. – 357 с.

17. Шен М. Вязкоупругая релаксация в полимерах / М. Шен. – М.: Мир, 1974. – 270 с.

18. Побердья Б. Е. Механика композиционных материалов / Б. Е. Побердья. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.

19. Ferry J. D. Viscoelastic Properties of Polymers / J. D. Ferry. – John Wiley & Sons, 1980. – 641 p.

20. Zak G. Mechanical properties of short-fibre layered composites: prediction and experiment / G. Zak., M. Haberer, C. B. Park [et al.] // Rapid. Prototyp. J. – 2000. – Vol. 6. – P. 107-118. – doi:10.1108/13552540010323583.

21. Sun Z. Modeling the elastic properties of concrete composites: Experiment, differential effective medium theory, and numerical simulation / Z. Sun, E. J. Garboczi, S. P. Shah // Cem. Concr. Compos. – 2007. – Vol. 29. – P. 22-38.

22. Gang P. Analysis and discussion on impact shear experiment technique of composite laminate / P. Gang, F. Jiacheng, L. Yuandong [et al.] // Proc. 2011 Int. Conf. Electron. Optoelectron. – 2011. – P. 350-353. – doi:10.1109/ICEOE.2011.6013378.

23. Durai Prabhakaran R. T. Investigation of mechanical properties of unidirectional steel fiber/polyester composites: Experiments and micromechanical predictions / R. T. Durai Prabhakaran, T. L. Andersen, J. I. Bech [et al.] // H. Polym Compos. – 2016. – Vol. 37. – P. 627-644. – doi:10.1002/pc.23220.

24. Saleh M. N. Micro-mechanics based damage mechanics for 3D orthogonal woven composites: Experiment and numerical modelling / M. N. Saleh, G. Lubineau, P. Potluri [et al.] // Compos. Struct. – 2016. – Vol. 156. – P. 115-124. – doi:10.1016/j.compstruct.2016.01.021.

25. Lv L. Bending properties of three-dimensional honey-

comb sandwich structure composites: experiment and finite element method simulation / *L. Lv, Y. Huang, J. Cui* [et al.] // *Text. Res. J.* – 2017. – P. 1-8. – doi:10.1177/0040517517703602.

26. *Movaghghar A.* An Energy Model for Fatigue Life Prediction of Composite Materials Using Continuum Damage Mechanics / *A. Movaghghar, G. I. Lvov* // *Appl. Mech. Mater.* – 2011. – Vol. 110–116. – P. 1353-1360. – doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.110-116.1353.

27. *Seifert O. E.* Viscoelastic properties of a glass fabric composite at elevated temperatures: experimental and numerical results / *O. E. Seifert, S. C. Schumacher, A. C. Hansen* // *Compos. Part B. Eng.* – 2003. – Vol. 34. – P. 571-586. – doi:10.1016/S1359-8368(03)00078-7.

28. *Abot J.* In-plane mechanical, thermal and viscoelastic properties of a satin fabric carbon/epoxy composite / *J. Abot, A. Yasmin, A. Jacobsen* [et al.] // *Compos. Sci. Technol.* – 2004. – Vol. 64. – P. 263-268. – doi:10.1016/S0266-3538(03)00279-3.

29. *Chan A.* Viscoelastic interlaminar shear modulus of fibre reinforced composites / *A. Chan, X. L. Liu, W. K. Chiu* // *Compos. Struct.* – 2006. – Vol. 75. – P. 185-191. – doi:10.1016/j.compstruct.2006.04.058.

30. *Guojun H.* A theoretical and numerical study of crack propagation along a bimaterial interface with applications to IC packaging: a thesis ... doctor of philosophy in engineering / *Hu Guojun.* – National University of Singapore: 2006. – 183 p.

31. *Silva P.* Viscoelastic response of an epoxy adhesive for construction since its early ages: Experiments and modelling / *P. Silva, T. Valente, M. Azenha* [et al.] // *Compos. Part B Eng.* – 2017. – Vol. 116. – P. 266-277. – doi:10.1016/j.compositesb.2016.10.047.

32. *Ciambella J.* A comparison of nonlinear integral-based viscoelastic models through compression tests on filled rubber / *J. Ciambella, A. Paolone, S. Vidoli* // *Mech. Mater.* – 2010. – Vol. 42. – P. 932-944. – doi:10.1016/j.mechmat.2010.07.007.

33. *Stanier D. C.* The reinforcement effect of exfoliated graphene oxide nanoplatelets on the mechanical and viscoelastic properties of natural rubber / *D. C. Stanier, A. J. Patil, C. Sriwong* [et al.] // *Compos. Sci. Technol.* – 2014. – Vol. 95. – P. 59-66. – doi:10.1016/j.compscitech.2014.02.007.

34. *Shrotriya P.* Viscoelastic response of woven composite substrates / *P. Shrotriya, N. Sottos* // *Compos. Sci. Technol.* – 2005. – Vol. 65. – P. 621-634. – doi:10.1016/j.compscitech.2004.09.002.

35. *Park S. J.* Simplified Bulk Experiments and Hydrothermal Nonlinear Viscoelasticity / *S. J. Park, K. M. Liechti, S. Roy* // *Mech. Time-Dependent Mater.* – 2004. – Vol. 8. – P. 303-344. – doi:10.1007/s11043-004-0942-3.

36. *Tzeng J. T.* Viscoelasticity Analysis and Experimental Validation of Anisotropic Composite Overwrap Cylinders / *J. T. Tzeng, R. P. Emerson, D. J. O'Brien* // *Mech. Solids, Struct. Fluids, ASME.* – 2012. – Vol. 8. – P. 429. – doi:10.1115/IMECE2012-87818.

37. *Kohl J. G.* Determining the viscoelastic behavior of polyester fiberglass composite by continuous micro-indentation and friction properties / *J. G. Kohl, N. Bierwisch, T. T. Ngo* [et al.] // *J. of Wear.* – 2016. – Vol. 350–351. – P. 63-67. – doi:10.1016/j.wear.2016.01.005.

38. *Ropers S.* A thermo-viscoelastic approach for the characterization and modeling of the bending behavior of thermoplastic composites / *S. Ropers, M. Kardos, T. A. Osswald* // *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* – 2016. – Vol. 90. – P. 22-32. – doi:10.1016/j.compositesa.2016.06.016.

39. *Kwon S.* Thermo-viscoelastic properties of silica particulate-reinforced epoxy composites: Considered in terms of the particle packing model / *S. Kwon, T. Adachi, W. Araki* [et al.] // *Acta Mater.* – 2006. – Vol. 54. – P. 3369-3374. – doi:10.1016/j.actamat.2006.03.026.

40. *Das R.* Stress Relaxation Behavior of Carbon Fiber-Epoxy Prepreg Composites During and After Cure: a thesis ... master of science in mechanical engineering / *Rony Das.* – Bang-

ladesh University of Engineering and Technology: 2012. – 82 p.

41. *Amadori S.* Robust identification of the mechanical properties of viscoelastic non-standard materials by means of frequency domain experimental measurements / *S. Amadori, G. Catania* // *Compos. Struct.* – 2016. – doi:10.1016/j.compstruct.2016.11.029.

42. *Feng J.* Temperature-frequency-dependent mechanical properties model of epoxy resin and its composites / *J. Feng, Z. Guo* // *Compos. Part B Eng.* – 2016. – Vol. 85. – P. 161-169. – doi:10.1016/j.compositesb.2015.09.040.

43. *Montazeri A.* Viscoelastic and mechanical properties of multi walled carbon nanotube/epoxy composites with different nanotube content / *A. Montazeri, N. Montazeri* // *Mater. Des.* – 2011. – Vol. 32. – P. 2301-2307. – doi:10.1016/j.matdes.2010.11.003.

44. *Nairn J. A.* Measurement of polymer viscoelastic response during an impact experiment / *J. A. Nairn* // *Polym. Eng. Sci.* – 1989. – Vol. 29. – P. 654-661. – doi:10.1002/pen.760291007.

45. *Kostopoulos V.* A new method for the determination of viscoelastic properties of composite laminates: a mixed analytical-experimental approach / *V. Kostopoulos, D. T. Korontzis* // *Compos. Sci. Technol.* – 2003. – Vol. 63. – P. 1441-1452. – doi:10.1016/S0266-3538(03)00086-1.

46. *Shivakumar E.* Viscoelastic properties of in situ composite based on ethylene acrylic elastomer (AEM) and liquid crystalline polymer (LCP) blend / *E. Shivakumar, C. Das, K. Banik* [et al.] // *Compos. Sci. Technol.* – 2007. – Vol. 67. – P. 1202-1209. – doi:10.1016/j.compscitech.2006.05.004.

47. *Abouhamzeh M.* Kinetic and thermo-viscoelastic characterisation of the epoxy adhesive in GLARE / *M. Abouhamzeh, J. Sinke, K. M. B. Jansen* [et al.] // *Compos. Struct.* – 2015. – Vol. 124. – P. 19-28. – doi:10.1016/j.compstruct.2014.12.069.

48. *Kumar N.* Experimental study on vibration and damping of curved panel treated with constrained viscoelastic layer / *N. Kumar, S. P. Singh* // *Compos. Struct.* – 2010. – Vol. 92. – P. 233-243. – doi:10.1016/j.compstruct.2009.07.011.

49. *Hujare P. P.* Experimental Investigation of Damping Performance of Viscoelastic Material Using Constrained Layer Damping Treatment / *P. P. Hujare, A. D. Sahasrabudhe* // *Procedia. Mater. Sci.* – 2014. – Vol. 5. – P. 726-733. – doi:10.1016/j.mspro.2014.07.321.

50. *Altenbach H.* Structural elastic and creep models of a UD composite in longitudinal shear / *H. Altenbach, V. A. Fedorov* // *Mech. Compos. Mater.* – 2007. – Vol. 43. – P. 289-298. – doi:10.1007/s11029-007-0028-9.

51. *Upadhyaya P.* A three-dimensional micromechanical model to predict the viscoelastic behavior of woven composites / *P. Upadhyaya, C. S. Upadhyay* // *Compos. Struct.* – 2011. – Vol. 93. – P. 2733-2739. – doi:10.1016/j.compstruct.2011.05.031.

52. *Levin V.* Effective properties of viscoelastic media with crack-like inclusions / *V. Levin, S. Kanaun, J. G. Ronquillo* // *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.* – 2012. – Vol. 53. – P. 1-9. – doi:10.1016/j.ijrmm.2012.03.007.

53. *Hoang-Duc H.* Effective properties of viscoelastic heterogeneous periodic media: An approximate solution accounting for the distribution of heterogeneities / *H. Hoang-Duc, G. Bonnet* // *Mech. Mater.* – 2013. – Vol. 56. – P. 71-83. – doi:10.1016/j.mechmat.2012.09.006.

54. *Andrianov I. V.* Effective properties and micro-mechanical response of filamentary composite wires under longitudinal shear / *I. V. Andrianov, V. V. Danishevs'kyy, A. Guillet* [et al.] // *Eur. J. Mech. - A/Solids.* – 2005. – Vol. 24. – P. 195-206. – doi:10.1016/j.euromechsol.2005.01.006.

55. *Muddasani M.* Thermo-viscoelastic responses of multilayered polymer composites: Experimental and numerical studies / *M. Muddasani, S. Sawant, A. Muliiana* // *Compos. Struct.* – 2010. – Vol. 92. – P. 2641-2652. – doi:10.1016/j.compstruct.2010.03.003.

56. *Yang L.* Micromechanical modelling and simulation of unidirectional fibre-reinforced composite under shear loading / *L. Yang, Z. Wu, Y. Cao* [et al.] // *J. Reinf. Plast. Compos.* – 2015.

– Vol. 34. – P. 72-83. – doi:10.1177/0731684414562873.

57. *Pathan M. V.* Numerical predictions of the anisotropic viscoelastic response of uni-directional fibre composites / *M. V. Pathan, V. L. Tagarielli, S. Patsias* // *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* – 2017. – Vol. 93. – P. 18-32. – doi:10.1016/j.compositesa.2016.10.029.

58. *Jain D.* Topological disorder of microstructure in fiber-reinforced polymer composites: Diffusion response / *D. Jain, A. Mukherjee, N. Kwatra* // *J. Reinf. Plast. Compos.* – 2015. – Vol. 34. – P. 49-59. – doi:10.1177/0731684414562224.

59. *Li H.* Effects of constructing different unit cells on predicting composite viscoelastic properties / *H. Li, B. Zhang, G. Bai* // *Compos. Struct.* – 2015. – Vol. 125. – P. 459-466. – doi:10.1016/j.compstruct.2015.02.028.

60. *Martynenko V. G.* Numerical prediction of temperature dependent anisotropic viscoelastic properties of fiber reinforced composite / *V. G. Martynenko, G. I. Lvov* // *J. Reinf. Plast. Compos.* – 2017. – P. 1-12. – doi:10.1177/0731684417727064.

61. *Wang G.* Locally-exact homogenization of viscoelastic unidirectional composites / *G. Wang, M. J. Pindera* // *Mech. Mat.* – 2016. – Vol. 103. – P. 95-109. – doi:10.1016/j.mechmat.2016.09.009.

62. *Shoneich M.* A coated inclusion-based homogenization scheme for viscoelastic composites with interphases / *M. Shoneich, F. Dinzart, H. Sabar* [et al.] // *Mech. Mat.* – 2016. – P. 1-36. – doi:10.1016/j.mechmat.2016.11.009.

63. *Chen Q.* Finite-Volume Homogenization of Elastic/Viscoelastic Periodic Materials / *Q. Chen, G. Wang, X. Cheng* [et al.] // *Comp. Struct.* – 2017. – P. 1-38. – doi:10.1016/j.compstruct.2017.09.044.

64. *Covezzi F.* Homogenization of elastic-viscoplastic composites by the Mixed TFA / *F. Covezzi, S. de Miranda, S. Marfia* [et al.] // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* – 2017. – P. 1-36. – doi:10.1016/j.cma.2017.02.009.

65. *Адамов А. А.* Методы прикладной вязкоупругости / *А. А. Адамов, В. П. Матвеев, Н. А. Труфанов* и др. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 411 с.

66. *Москвитин В. В.* Сопротивление вязкоупругих материалов применительно к зарядам ракетных двигателей на твердом топливе / *В. В. Москвитин*. – М.: Наука, 1972. – 328 с.

67. *Кристенсен Р. М.* Введение в теорию вязкоупругости / *Р. М. Кристенсен*. – М.: Мир, 1974. – 338 с.

68. *Кузнецов Г. Б.* Упругость, вязкоупругость и длительная прочность цилиндрических и сферических тел / *Г. Б. Кузнецов*. – М.: Наука, 1979. – 112 с.

69. *Макарова М. А.* Нелинейная теория вязкоупругости линейных полимеров / *М. А. Макарова, А. С. Гусев, Г. В. Пышинограй* и др. // *Электронный физико-технический журнал*. – 2007. – Т. 2 – С. 1-54. – Режим доступа: <http://eftj.sespa.ru/vol2/070201.pdf>. – Дата звертання : 11 жовтня 2017.

70. *Юдин В. Е.* Вязкоупругость полимерной матрицы и разрушение теплостойких волокнистых композитов / *В. Е. Юдин, А. М. Лексовский* // *Физика твердого тела*. – 2005. – Т. 47, № 5. – С. 944-950.

71. *Галин Л. А.* Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / *Л. А. Галин*. – М.: Наука, 1980. – 304 с.

72. *Fabrizio M.* Mathematical Problems in Linear Viscoelasticity / *M. Fabrizio, A. Morro* // *Society for Industrial Mathematics*. – 1992. – 203 p.

73. *Gutierrez-Lemini D.* Engineering Viscoelasticity / *D. Gutierrez-Lemini*. – New York: Springer Science+Business Media, 2014. – 353 p.

74. *Cho K. S.* Viscoelasticity of Polymer. Theory and Numerical Algorithms / *K. S. Cho*. – Dordrecht: Springer Science+Business Media, 2016. – 612 p.

75. *Shaw M. T.* Introduction to Polymer Viscoelasticity. 3rd edition / *M. T. Shaw, W. J. MacKnight*. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2005. – 316 p.

76. *Riande E.* Polymer Viscoelasticity: Stress and Strain in Practice / *E. Riande, R. Diaz-Calleja, M. Prolongo* [et al.]. – CRC Press, 1999. – 904 p.

77. *Roylance D.* Engineering Viscoelasticity / *D. Roylance*. – Cambridge : Massachusetts Institute of Technology, 2001. – 37 p. – Режим доступа: <http://web.mit.edu/course/3/3.11/www/modules/visco.pdf>. – Дата звертання : 11 жовтня 2017.

78. *Shinozuka M.* Thermorheologically simple viscoelastic materials / *M. Shinozuka* // *AIAA J.* – 1965. – Vol. 3. – P. 375-377. – doi:10.2514/3.2870

79. *Van Gorp M.* Time-temperature superposition for polymeric blends / *M. van Gorp, J. Palmen* // *J. Rheol. Bull.* – 1998. – Vol. 65. – P. 5-8.

80. *Williams M. L.* The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids / *M. L. Williams, R. F. Landel, J. D. Ferry* // *Journal of the American Chemical Society*. – 1955. – Vol. 77. – P. 3701-3706. – doi:10.1021/ja01619a008

81. *Tool A. Q.* Relation between Inelastic Deformability and Thermal Expansion of Glass in its Annealing Range / *A. Q. Tool* // *Journal of the American Ceramic Society*. – 1946. – Vol. 29, No. 9. – P. 240-253. – doi:10.1111/j.1151-2916.1946.tb11592.x

82. *Narayanaswamy O. S.* A Model of Structural Relaxation in Glass / *O. S. Narayanaswamy* // *Journal of the American Ceramic Society*. – 1971. – Vol. 54, No. 10. – P. 491-498. – doi:10.1111/j.1151-2916.1946.tb11592.x

83. *Arrhenius S. A.* Über die Dissociationswärme und den Einfluß der Temperatur auf den Dissociationsgrad der Elektrolyte / *S. A. Arrhenius* // *Z. Phys. Chem.* – 1889. – Vol. 4. – P. 96-116. – doi:10.1515/zpch-1889-0108

84. *Fesko D. G.* Time-temperature superposition in thermorheologically complex materials / *D. G. Fesko, N. W. Tschoegl* // *J. Polym. Sci. Part C Polym. Symp.* – 1971. – Vol. 35. – P. 51-69. – doi:10.1002/polc.5070350106

85. *Bagley R. L.* The thermorheologically complex material / *R. L. Bagley* // *Int. J. Eng. Sci.* – 1991. – Vol. 29. – P. 797-806.

86. *Klompfen E. T. J.* Nonlinear Viscoelastic Behaviour of Thermorheologically Complex Materials / *E. T. J. Klompfen, L. E. Govaert* // *Mech. Time-Dependent Mater.* – 1999. – Vol. 3. – P. 49-69. – doi:10.1023/A:1009853024441

87. *Rosen S. L.* Two-phase polymer systems / *S. L. Rosen* // *Polym. Eng. Sci.* – 1967. – Vol. 7. – P. 115-123. – doi:10.1002/pen.760070210

88. *Imaoka S.* Analyzing Viscoelastic Materials / *S. Imaoka* // *ANSYS Advantage*. – 2008. – Vol. 2, No. 4. – P. 46-47.

89. *Shu L. S.* On anisotropic linear viscoelastic solids / *L. S. Shu, E. T. Onat* // *Proc. Fourth Symp. Nav. Struct. Mech.* – 1967. – P. 203-215.

90. *Taylor Z. A.* On modelling of anisotropic viscoelasticity for soft tissue simulation: Numerical solution and GPU execution / *Z. A. Taylor, O. Comas, M. Cheng* [et al.] // *Med. Image Anal.* – 2009. – Vol. 13. – P. 234-244. – doi:10.1016/j.media.2008.10.001.

91. *Nedjar B.* An anisotropic viscoelastic fibre-matrix model at finite strains: Continuum formulation and computational aspects / *B. Nedjar* // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* – 2007. – Vol. 196. – P. 1745-1756. doi:10.1016/j.cma.2006.09.009.

92. *Lubarda V.* Viscoelastic response of anisotropic biological membranes. Part II: Constitutive models / *V. Lubarda, R. Asaro* // *Theor. Appl. Mech.* – 2014. – Vol. 41. P. 213-231. – doi:10.2298/TAM1403213L.

93. *Santos J. E.* Viscoelastic-stiffness tensor of anisotropic media from oscillatory numerical experiments / *J. E. Santos, J. E. M. Carcione, S. Picotti* // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* – 2011. – Vol. 200. – P. 896-904. – doi:10.1016/j.cma.2010.11.008.

94. *Bretin E.* Some anisotropic viscoelastic Green functions / *E. Bretin, A. Wahab* // *Contemp. Math.* – 2011. – Vol. 548. – P. 129-148.

95. *Hwu C.* Analysis of defects in viscoelastic solids by a

- transformed boundary element method / *C. Hwu, Y. C. Chen* // *Procedia. Eng.* – 2011. – Vol. 10. – P. 3038-3043. – doi:10.1016/j.proeng.2011.04.503.
96. *Bai T.* Time-domain finite-difference modeling for attenuative anisotropic media / *T. Bai, I. Tsvankin* // *Geophysics.* – 2016. – Vol. 81. – P. 163-176. – doi:10.1190/geo2015-0424.1.
97. *Poon H.* A finite element constitutive update scheme for anisotropic, viscoelastic solids exhibiting non-linearity of the Schapery type / *H. Poon, M. F. Ahmad* // *Int. J. Numer. Methods. Eng.* – 1999. – Vol. 46. – P. 2027-2041. – doi:10.1002/(SICI)1097-0207(19991230)46:12<2027::AID-NME575>3.0.CO;2-5.
98. *Gerngross T.* Modelling of Anisotropic Viscoelastic Behaviour in Super-Pressure Balloons / *T. Gerngross, S. Pellegrino* // 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Struct. Struct. Dyn. Mater. Conf. – 2007. – P. 1-15. – doi:10.2514/6.2007-1808.
99. *Rand J. L.* The nonlinear biaxial characterization of balloon film / *J. L. Rand, D. Grant, T. Strganac* // 34th Aerosp. Sci. Meet. Exhib. – Reston: 1996. – doi:10.2514/6.1996-574.
100. *Rand J. L.* A constitutive equation for stratospheric balloon materials / *J. L. Rand, W. J. Sterling* // *Adv. Sp. Res.* – 2006. – Vol. 37. – P. 2087-2091. – doi:10.1016/j.asr.2005.03.046.
101. *Staub S.* Multi-scale simulation of viscoelastic fiber-reinforced composites / *S. Staub, H. Andrä, M. Kabel* [et al.] // *Tech. Mech.* – 2012. – Vol. 32. – P. 70-83.
102. *Cavallini F.* Symbolic computations in viscoelasticity and anisotropic elasticity / *F. Cavallini, G. Seriani* // 8th Int. Math. Symp. – 2006.
103. *Liefeith D.* An anisotropic material model for finite rubber viscoelasticity / *D. Liefeith, S. Kolling* // *LS-DYNA Adwenderforum.* – Frankenthal: 2007. – P. 25-54.
104. *Martynenko V. G.* An Original Technique for Modeling of Anisotropic Viscoelasticity of Orthotropic Materials in Finite Element Codes Applied to the Mechanics of Plates and Shells / *V. G. Martynenko* // *Mechanics and Mechanical Engineering.* – 2017. – Vol. 21. – P. 389-413.
105. *Lvov G. I.* Contact problem of anisotropic viscoelasticity of two cylindrical shells / *G. I. Lvov, V. G. Martynenko* // *Innov. Solut. Repair Gas Oil Pipelines.* – 2016. – P. 159-171.
106. *Lvov G.I.* Development of an analytical model of a repair bandage of a pipeline / *G. I. Lvov, V. G. Martynenko* // *Безразрушительн контрол в съвременната индустрия.* – Sofia: 2015. – Vol. 164. – P. 128-133.
107. *Тимошенко С. П.* Пластины и оболочки / *С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер.* – М.: Наука, 1966. – 636 с.
108. *Новожилов В. В.* Теория тонких оболочек / *В. В. Новожилов.* – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2010. – 380 с.
109. *Колкунов Н. В.* Основы расчета упругих оболочек / *Н. В. Колкунов.* – М.: Высшая школа, 1972. – 296 с.
110. *Григоренко Я. М.* Основы теории пластин і оболонок / *Я. М. Григоренко, Л. В. Мольченко.* – К.: Либідь, 1993. – 232 с.
111. *Новожилов В. В.* Линейная теория тонких оболочек / *В. В. Новожилов, К. Ф. Черных, Е. И. Михайловский.* – Л.: Политехника, 1991. – 656 с.
112. *Гольденвейзер А. Л.* Теория упругих тонких оболочек / *А. Л. Гольденвейзер.* – М.: Наука, 1976. – 512 с.
113. *Авдонин А. С.* Прикладные методы расчета оболочек и тонкостенных конструкций / *А. С. Авдонин.* – М.: Машиностроение, 1969. – 402 с.
114. *Wempner G.* Mechanics of Solids and Shells: Theories and Approximations / *G. Wempner, D. Talaslidis.* – CRC Press, 2003. – 521 p.
115. *Axelrad E. L.* Theory of Flexible Shells / *E. L. Axelrad.* – Amsterdam: Elsevier Science Pub, 1987. – 399 p.
116. *Voyiadjis G. Z.* Advances in the Theory of Plates and Shells / *G. Z. Voyiadjis, D. Karamanlidis.* – Amsterdam: Elsevier Science Pub, 1990. – 313 p.
117. *Durban D.* Advances in the Mechanics of Plates and Shells / *D. Durban, D. Givoli, J. G. Simmonds.* – New York: Kluwer Academic Pub., 2002. – 356 p.
118. *Kienzler R.* Theories of Plates and Shells. Critical Review and New Application / *R. Kienzler, H. Altenbach, I. Ott.* – Bremen: Universitat Bremen, 2002. – 238 p.
119. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике / *О. Зенкевич.* – М.: Мир, 1975. – 541 с.
120. *Образцов И. Ф.* Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов / *И. Ф. Образцов, Л. М. Савельев, Х. С. Хазанов.* – М.: Высшая школа, 1985. – 392 с.
121. *Голованов А. И.* Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек / *А. И. Голованов, М. С. Корнишин.* – Казань: Казанский физ.-тех. ин-т, 1989. – 269 с.
122. *Рикардс Р. Б.* Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин / *Р. Б. Рикардс.* – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с.
123. *Chapelle D.* The Finite Element Analysis of Shells – Fundamentals / *D. Chapelle, K. J. Bathe.* – Berlin: Springer, 2011. – 410 p.
124. *Krätzig W. B.* Computational Mechanics of Nonlinear Response of Shells / *W. B. Krätzig, E. Oñate.* – Berlin: Springer, 1990. – 405 p.
125. *Соломонов Ю. С.* Методы расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов / *Ю. С. Соломонов, В. П. Георгиевский, А. Я. Недбай* и др. – М.: Физматлит, 2009. – 264 с.
126. *Елпатьевский А. Н.* Прочность цилиндрических оболочек из армированных материалов / *А. Н. Елпатьевский, В. В. Васильев.* – М.: Машиностроение, 1972. – 168 с.
127. *Бажанов В. Л.* Пластинки и оболочки из стеклопластиков / *В. Л. Бажанов, И. И. Гольденблат, В. В. Копнов* и др. – М.: Высшая школа, 1970. – 408 с.
128. *Vinson J. R.* The Behavior of Shells Composed of Isotropic and Composite Materials / *J. R. Vinson.* – Amsterdam: Springer Science+Business Media, 1993. – 545 p.
129. *Reddy J. N.* Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis / *J. N. Reddy.* – CRC Press, 2004. – 831 p.
130. *Григолюк Э. И.* Контактные задачи теории пластин и оболочек / *Э. И. Григолюк, В. М. Толкачев.* – М.: Машиностроение, 1980. – 411 с.
131. *Кантор Б. Я.* Контактные задачи нелинейной теории оболочек вращения / *Б. Я. Кантор.* – К.: Наукова думка, 1990. – 136 с.
132. *Zehil G. P.* Modeling of Nonlinear Viscoelastic Solids with Damage Induced Anisotropy, Dissipative Rolling Contact Mechanics, and Synergic Structural Composites: an abstract ... doctor of philosophy in engineering / *G. P. Zehil.* – Graduate School of Duke University: 2013. – 349 p.
133. *Бурлаков А. В.* Ползучесть тонких оболочек / *А. В. Бурлаков, Г. И. Львов, О. К. Морачковский.* – Х.: Вища школа, 1977. – 124 с.
134. *Сироткин О. С.* Нелинейные контактные задачи для тонкостенных элементов конструкций в машиностроении / *О. С. Сироткин, Г. И. Львов, В. С. Боголюбов.* – М.: Доби энд Ко, 2008. – 312 с.
135. *Carrera E.* Theories and Finite Elements for Multilayered, Anisotropic, Composite Plates and Shells / *E. Carrera* // *Comp. Meth. Eng.* – 2002. – Vol. 9, No. 2. – P. 87-140. – doi:10.1007/BF02736649.
136. *Cho Ch.* Nonlinear Finite Element Analysis of Composite Shell under Impact / *Ch. Cho, G. Zhao, Ch. B. Kim* // *KSME International Journal.* – 2000. – Vol. 14, No. 6. – P. 666-674.
137. *Gal E.* Geometrically Nonlinear Analysis of Shell Structures Using a Flat Triangular Shell Finite Element / *E. Gal, R. Levy* // *Computational Methods in Engineering.* – 2006. – Vol. 13, No. 3. – P. 331-388. – doi:10.1007/BF02736397.

138. *Moreira R. A. S.* A Solid-Shell Finite Element for Non-Linear Geometric and Material Analysis / *R. A. S. Moreira, R. J. A. Sousa, R. A. F. Valente* // *Composite Structures*. – 2010. – Vol. 92. – P. 1517-1523. – doi:10.1016/j.compstruct.2009.10.032.

139. *Araujo A. L.* A Viscoelastic Sandwich Finite Element Model for the Analysis of Passive, Active and Hybrid Structures / *A. L. Araujo, S. M. M. Soares, C. A. M. Soares* // *Applied Composite Materials*. – 2010. – Vol. 17. – P. 529-542. – doi:10.1007/s10443-010-9141-3.

140. *Pinsky P. M.* A Multi-Director Formulation for Nonlinear Elastic-Viscoelastic Layered Shells / *P. M. Pinsky, K. O. Kim* // *Computers and Structures*. – 1986. – Vol. 24, No. 6. P. 901-913. – doi:10.1016/0045-7949(86)90298-1.

141. *Johnson A. R.* A Viscoelastic Hybrid Shell Finite Element / *A. R. Johnson* // *The Mathematics of Finite Elements and Applications*. – 2000. – Vol. 10. – P. 87-96.

142. *Padovan J.* Finite Element Analysis of Steady and Transiently Moving/Rolling Nonlinear Viscoelastic Structure - I. Theory / *J. Padovan* // *Computers and Structures*. – 1987. – Vol. 27, No. 2. – P. 249-257. – doi:10.1016/0045-7949(87)90093-9.

143. *Kennedy R.* Finite Element Analysis of Steady and Transiently Moving/Rolling Nonlinear Viscoelastic Structure - II. Shell and Three-Dimensional Simulations / *R. Kennedy, J. Padovan* // *Computers and Structures*. – 1987. – Vol. 27, No. 2. – P. 259-273. – doi:10.1016/0045-7949(87)90094-0.

144. *Nakajima Y.* Finite Element Analysis of Steady and Transiently Moving/Rolling Nonlinear Viscoelastic Structure - III. Impact/Contact Simulations / *Y. Nakajima, J. Padovan* // *Computers and Structures*. – 1987. – Vol. 27, No. 2. – P. 275-286. – doi:10.1016/0045-7949(87)90095-2.

145. *Huh H.* Finite Element Stress Analysis of the Reinforced Tire Contact Problem / *H. Huh, Y. K. Kwak* // *Computers and Structures*. – 1990. – Vol. 36, No. 5. – P. 871-881. – doi:10.1016/0045-7949(90)90158-X.

146. *Gotoh J.* Experimental/Numerical Analyses of a Viscoelastic Body under Rolling Contact / *J. Gotoh, Q. Yu, M. Shiratori* [et al.] // *Mechanics of Time-Dependent Materials*. – 1999. – Vol. 3. – P. 245-261. – doi:10.1023/A:1009838504011.

147. *Gotoh J.* Viscoelastic Stress Analysis of a Strip Plate under Moving Contact with Dry Friction / *J. Gotoh, M. Shiratori, S. Yoneyama* [et al.] // *Mechanics of Time-Dependent Materials*. – 2000. – Vol. 4. – P. 43-56. – doi:10.1023/A:1009879628439

148. *Liu J.* Analysis of Dynamic Contact of Cracks in Viscoelastic Media / *J. Liu, Sh. K. Sharan* // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 1995. – Vol. 121. – P. 187-200. – doi:10.1016/0045-7825(94)00702-O.

149. *Mahmoud F. F.* Analysis of Thermo-viscoelastic Frictionless Contact of Layered Bodies / *F. F. Mahmoud, A. G. El-Shafei, M. A. Attia* // *Finite Elements in Analysis and Design*. – 2011. – Vol. 47. – P. 307-318. – doi:10.1016/j.finel.2010.10.004.

References (transliterated):

1. G. Lubin ed. *Spravochnik po kompozitsionnym materialam* [Handbook of composite materials]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1988. 448 p.

2. Karpinos D. M. *Composite materials. Directory* [Kompozitsionnyye materialy. Spravochnik]. Kyiv, Naukova dumka, 1985. 588 p.

3. Upadhyaya M. *Studies on transition metal doped polyaniline and polyaniline-clay nanocomposites: an abstract ... doctor of philosophy in chemistry*. Gauhati University, 2013. 170 p.

4. Roeseler W. G., B. Sarh W. G. and Kismarton M. U. *Composite structures: the first 100 years. Proceedings of the 16th International Conference on Composite Materials*. Kyoto, 2007, pp. 1-10.

5. *Method & Apparatus for Making Glass Wool*: U.S. Patent US2133235 A / Slayter G, published 11.11.1933.

6. Owens Corning Company. Available at: <https://www.owenscorning.com>. (accessed 11.10.2017).

7. Keller M. E. *The Graham Legacy: Graham-Paige to 1932*. Turner Publishing Company, 1998. 232 p.

8. Palucka T. and Bensaude-Vincent B. *Composites Overview. History of Recent Science and Technology*. Available at: https://authors.library.caltech.edu/5456/1/hrst.mit.edu/hrs/materials/public/composites/Composites_Overview.htm. (accessed 11.10.2017).

9. Pete Scala E. *A Brief History of Composites in the U.S. The Dream and the Success*. JOM. Springer, 1996, vol. 48, no. 2, pp. 45-48.

10. Dupont Company. Available at: <http://www.dupont.com>. (accessed 11.10.2017).

11. Ward D. *GE Aviation. TUM 5th Anniversary Symposium, Institute for Carbon Composites*. Available at: http://www.lcc.mw.tum.de/fileadmin/w00bkg/www/PDF/Symposium/LCC_Symposium_Ward.pdf. (accessed 11.10.2017).

12. Chortis D. I. *Structural Analysis of Composite Wind Turbine Blades*. Springer, 2013. 239 p.

13. Narisaeva I. I. *Prochnost' polimernykh materialov* [Strength of polymer materials]. Moscow, Himija Publ., 1987. 400 p.

14. Kravchuk A. S., Mayboroda V. P. and Urzhumtsev Yu. S. *Mekhanika polimernykh i kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of polymer and composite materials]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 304 p.

15. Kapitonov A. M. and Redkin V. Ye. *Fiziko-mekhanicheskiye svoystva kompozitsionnykh materialov. Uprugiyeh svoystva* [Physico-mechanical properties of composite materials. Elastic properties]. Krasnoyarsk, Siberian Federal University Publ., 2013. 532 p.

16. Ward I. *Mekhanicheskiye svoystva tvordykh polimerov* [Mechanical properties of solid polymers]. Moscow, Himija Publ., 1975. 357 p.

17. Shen M. *Vyazkouprugaya relaksatsiya v polimerakh* [Viscoelastic relaxation in polymers]. Moscow, Mir Publ., 1974. 270 p.

18. Poberdrya B. Ye. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of composite materials]. Moscow, Moscow University Publ., 1984. 336 p.

19. Ferry J. D. *Viscoelastic Properties of Polymers*. John Wiley & Sons Publ., 1980. 641 p.

20. Zak G. and Haberer M. *Mechanical properties of short-fibre layered composites: prediction and experiment*. *Rapid Prototyp. J.* 2000, vol. 6, pp. 107-118. doi:10.1108/13552540010323583.

21. Sun Z, Garboczi E. J. and Shah S. P. *Modeling the elastic properties of concrete composites: Experiment, differential effective medium theory, and numerical simulation*. *Cem. Concr. Compos.* 2007, vol. 29, pp. 22-38.

22. Gang P., Jiacheng F., Yuandong L., et al. *Analysis and discussion on impact shear experiment technique of composite laminate*. *Proc. 2011 Int. Conf. Electron. Optoelectron.* 2011, pp. 350-353. doi:10.1109/ICEOE.2011.6013378.

23. Durai Prabhakaran R. T., Andersen T. L., Bech J. I., et al. *Investigation of mechanical properties of unidirectional steel fiber/polyester composites: Experiments and micromechanical predictions*. *H. Polym Compos.* 2016, vol. 37, pp. 627-644. doi:10.1002/pc.23220.

24. Saleh M. N., Lubineau G., Potluri P., et al. *Micro-mechanics based damage mechanics for 3D orthogonal woven composites: Experiment and numerical modelling*. *Compos. Struct.* 2016, vol. 156, pp. 115-124. doi:10.1016/j.compstruct.2016.01.021.

25. Lv L., Huang Y., Cui J., et al. *Bending properties of three-dimensional honeycomb sandwich structure composites: experiment and finite element method simulation*. *Text. Res. J.* 2017, pp. 1-8. doi:10.1177/0040517517703602.

26. Movaghghar A and Lvov G. I. An Energy Model for Fatigue Life Prediction of Composite Materials Using Continuum Damage Mechanics. *Appl. Mech. Mater.* 2011, vol. 110–116, pp. 1353-1360. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.110-116.1353.
27. Seifert O. E., Schumacher S. C. and Hansen A. C. Viscoelastic properties of a glass fabric composite at elevated temperatures: experimental and numerical results. *Compos. Part B. Eng.* 2003, vol. 34, pp. 571-586. doi:10.1016/S1359-8368(03)00078-7.
28. Abot J., Yasmin A., Jacobsen A., et al. In-plane mechanical, thermal and viscoelastic properties of a satin fabric carbon/epoxy composite. *Compos. Sci. Technol.* 2004, vol. 64, pp. 263-268. doi:10.1016/S0266-3538(03)00279-3.
29. Chan A., Liu X. L. and Chiu W. K. Viscoelastic interlaminar shear modulus of fibre reinforced composites. *Compos. Struct.* 2006, vol. 75, pp. 185-191. doi:10.1016/j.compstruct.2006.04.058.
30. Guojun H. A theoretical and numerical study of crack propagation along a bimaterial interface with applications to IC packaging: a thesis ... doctor of philosophy in engineering. National University of Singapore, 2006. 183 p.
31. Silva P., Valente T., Azenha M., et al. Viscoelastic response of an epoxy adhesive for construction since its early ages: Experiments and modelling. *Compos. Part B Eng.* 2017, vol. 116, pp. 266-277. doi:10.1016/j.compositesb.2016.10.047.
32. Ciambella J., Paolone A. and Vidoli S. A comparison of nonlinear integral-based viscoelastic models through compression tests on filled rubber. *Mech. Mater.* 2010, vol. 42, pp. 932-944. doi:10.1016/j.mechmat.2010.07.007.
33. Stanier D. C., Patil A. J., Sriwong C., et al. The reinforcement effect of exfoliated graphene oxide nanoplatelets on the mechanical and viscoelastic properties of natural rubber. *Compos. Sci. Technol.* 2014, vol. 95, pp. 59-66. doi:10.1016/j.compscitech.2014.02.007.
34. Shrotriya P. and Sottos N. Viscoelastic response of woven composite substrates. *Compos. Sci. Technol.* 2005, vol. 65, pp. 621-634. doi:10.1016/j.compscitech.2004.09.002.
35. Park S. J., Liechti K. M. and Roy S. Simplified Bulk Experiments and Hygrothermal Nonlinear Viscoelasticity. *Mech. Time-Dependent Mater.* 2004, vol. 8, pp. 303-344. doi:10.1007/s11043-004-0942-3.
36. Tzeng J. T., Emerson R. P. and O'Brien D. J. Viscoelasticity Analysis and Experimental Validation of Anisotropic Composite Overwrap Cylinders. *Mech. Solids, Struct. Fluids, ASME.* 2012, vol. 8, pp. 429. doi:10.1115/IMECE2012-87818.
37. Kohl J. G., Bierwisch N., Ngo T. T., et al. Determining the viscoelastic behavior of polyester fiberglass composite by continuous micro-indentation and friction properties. *J. of Wear.* 2016, vol. 350–351, pp. 63-67. doi:10.1016/j.wear.2016.01.005.
38. Ropers S., Kardos M. and Osswald T. A. A thermo-viscoelastic approach for the characterization and modeling of the bending behavior of thermoplastic composites. *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 2016, vol. 90, pp. 22-32. doi:10.1016/j.compositesa.2016.06.016.
39. Kwon S., Adachi T., Araki W., et al. Thermo-viscoelastic properties of silica particulate-reinforced epoxy composites: Considered in terms of the particle packing model. *Acta Mater.* 2006, vol. 54, pp. 3369-3374. doi:10.1016/j.actamat.2006.03.026.
40. Das R. Stress Relaxation Behavior of Carbon Fiber-Epoxy Prepreg Composites During and After Cure: a thesis ... master of science in mechanical engineering. Bangladesh University of Engineering and Technology, 2012. 82 p.
41. Amadori S and Catania G. Robust identification of the mechanical properties of viscoelastic non-standard materials by means of frequency domain experimental measurements. *Compos. Struct.* 2016. doi:10.1016/j.compstruct.2016.11.029.
42. Feng J. and Guo Z. Temperature-frequency-dependent mechanical properties model of epoxy resin and its composites. *Compos. Part B Eng.* 2016, vol. 85, pp. 161-169. doi:10.1016/j.compositesb.2015.09.040.
43. Montazeri A. and Montazeri N. Viscoelastic and mechanical properties of multi walled carbon nanotube/epoxy composites with different nanotube content. *Mater. Des.* 2011, vol. 32, pp. 2301-2307. doi:10.1016/j.matdes.2010.11.003.
44. Nairn J. A. Measurement of polymer viscoelastic response during an impact experiment. *Polym. Eng. Sci.* 1989, vol. 29, pp. 654-661. doi:10.1002/pen.760291007.
45. Kostopoulos V. and Korontzis D. T. A new method for the determination of viscoelastic properties of composite laminates: a mixed analytical-experimental approach. *Compos. Sci. Technol.* 2003, vol. 63, pp. 1441-1452. doi:10.1016/S0266-3538(03)00086-1.
46. Shivakumar E., Das C., Banik K., et al. Viscoelastic properties of in situ composite based on ethylene acrylic elastomer (AEM) and liquid crystalline polymer (LCP) blend. *Compos. Sci. Technol.* 2007, vol. 67, pp. 1202-1209. doi:10.1016/j.compscitech.2006.05.004.
47. Abouhamzeh M., Sinke J., Jansen K. M. B. et al. Kinetic and thermo-viscoelastic characterisation of the epoxy adhesive in GLARE. *Compos. Struct.* 2015, vol. 124, pp. 19-28. doi:10.1016/j.compstruct.2014.12.069.
48. Kumar N. and Singh S. P. Experimental study on vibration and damping of curved panel treated with constrained viscoelastic layer. *Compos. Struct.* 2010, vol. 92, pp. 233-243. doi:10.1016/j.compstruct.2009.07.011.
49. Hujare P. P. and Sahasrabudhe A. D. Experimental Investigation of Damping Performance of Viscoelastic Material Using Constrained Layer Damping Treatment. *Procedia. Mater. Sci.* 2014, vol. 5, pp. 726-733. doi:10.1016/j.mspro.2014.07.321.
50. Altenbach H. and Fedorov V. A. Structural elastic and creep models of a UD composite in longitudinal shear. *Mech. Compos. Mater.* 2007, vol. 43, pp. 289-298. doi:10.1007/s11029-007-0028-9.
51. Upadhyaya P. and Upadhyay C. S. A three-dimensional micromechanical model to predict the viscoelastic behavior of woven composites. *Compos. Struct.* 2011, vol. 93, pp. 2733-2739. doi:10.1016/j.compstruct.2011.05.031.
52. Levin V., Kanaun S. and Ronquillo J. G. Effective properties of viscoelastic media with crack-like inclusions. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.* 2012, vol. 53, pp. 1-9. doi:10.1016/j.ijrmms.2012.03.007.
53. Hoang-Duc H. and Bonnet G. Effective properties of viscoelastic heterogeneous periodic media: An approximate solution accounting for the distribution of heterogeneities. *Mech. Mater.* 2013, vol. 56, pp. 71-83. doi:10.1016/j.mechmat.2012.09.006.
54. Andrianov I. V., Danishevs'kyy V. V., Guillet A., et al. Effective properties and micro-mechanical response of filamentary composite wires under longitudinal shear. *Eur. J. Mech. - A/Solids.* 2005, vol. 24, pp. 195-206. doi:10.1016/j.euromechsol.2005.01.006.
55. Muddasani M., Sawant S. and Muliana A. Thermo-viscoelastic responses of multilayered polymer composites: Experimental and numerical studies. *Compos. Struct.* 2010, vol. 92, pp. 2641-2652. doi:10.1016/j.compstruct.2010.03.003.
56. Yang L., Wu Z., Cao Y., et al. Micromechanical modelling and simulation of unidirectional fibre-reinforced composite under shear loading. *J. Reinf. Plast. Compos.* 2015, vol. 34, pp. 72-83. doi:10.1177/0731684414562873.
57. Pathan M. V., Tagarielli V. L. and Patsias S. Numerical predictions of the anisotropic viscoelastic response of unidirectional fibre composites. *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 2017, vol. 93, pp. 18-32. doi:10.1016/j.compositesa.2016.10.029.
58. Jain D., Mukherjee A. and Kwatra N. Topological disorder of microstructure in fiber-reinforced polymer composites: Diffusion response. *J. Reinf. Plast. Compos.* 2015, vol. 34, pp. 49-59. doi:10.1177/0731684414562224.
59. Li H., Zhang B. and Bai G. Effects of constructing different unit cells on predicting composite viscoelastic properties. *Compos. Struct.* 2015, vol. 125, pp. 459-466. doi:10.1016/j.compstruct.2015.02.028.

60. Martynenko V. G. and Lvov G. I. Numerical prediction of temperature dependent anisotropic viscoelastic properties of fiber reinforced composite. *J. Reinf. Plast. Compos.* 2017, pp. 1-12. doi:10.1177/0731684417727064.
61. Wang G. and Pindera M. J. Locally-exact homogenization of viscoelastic unidirectional composites. *Mech. Mat.* 2016. vol. 103, pp. 95-109. doi:10.1016/j.mechmat.2016.09.009.
62. Shoneich M., Dinzart F., Sabar H., et al. A coated inclusion-based homogenization scheme for viscoelastic composites with interphases. *Mech. Mat.* 2016, pp. 1-36. doi:10.1016/j.mechmat.2016.11.009.
63. Chen Q., Wang G., Cheng X., et al. Finite-Volume Homogenization of Elastic/Viscoelastic Periodic Materials. *Comp. Struct.* 2017, pp. 1-38. doi: 10.1016/j.compstruct. 2017.09.044.
64. Covezzi F., de Miranda S., Marfia S., et al. Homogenization of elastic-viscoplastic composites by the Mixed TFA. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2017, pp. 1-36. doi:10.1016/j.cma.2017.02.009.
65. Adamov A. A. and Matveenko V. P. *Metody prikladnoy vyazkoupругosti [Methods of applied viscoelasticity]*. Ekaterinburg, UB RAS, 2003. 411 p.
66. Moskvitin V. V. *Soprotivleniye vyazkoupругikh materialov primenitel'no k zaryadam raketnykh dvigateley na tvordom toplive [Resistance of viscoelastic materials with respect to charges of rocket engines on solid fuels]*, Moscow, Nauka Publ., 1972. 328 p.
67. Christensen R. M. *Vvedeniye v teoriyu vyazkoupругosti [Introduction to the theory of viscoelasticity]*. Moscow, Mir Publ., 1974. 338 p.
68. Kuznetsov G. B. *Uprugost', vyazkoupругost' i dlitel'naya prochnost' tsilindricheskikh i sfericheskikh tel [Elasticity, viscoelasticity and long-term strength of cylindrical and spherical bodies]*. Moscow, Nauka Publ., 1979. 112 p.
69. Makarova M. A., Gusev A. S., Pyshnograd G. V., et al. *Nelineynaya teoriya vyazkoupругosti lineynykh polimerov [Nonlinear theory of viscoelasticity of linear polymers]*. *Elektronnyy fiziko-tehnicheskyy zhurnal [Electronic Physical-Technical Journal]*. 2007, vol. 2, pp. 1-54. Available at: <http://eftj.secna.ru/vol2/070201.pdf>. (accessed 11.10.2017).
70. Yudin V. Ye. and Leksovskiy A.M. *Vyazkoupругost' polimernoy matritsy i razrusheniye teplostoykikh voloknistykh kompozitov [Viscoelasticity of a polymer matrix and destruction of heat-resistant fibrous composites]*. *Fizika tvordogo tela [Solid State Physics]*. 2005, vol. 47, no. 5, pp. 944-950.
71. Galin L. A. *Kontaknyye zadachi teorii uprugosti i vyazkoupругosti [Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity]*. Moscow, Nauka Publ., 1980. 304 p.
72. Fabrizio M. *Mathematical Problems in Linear Viscoelasticity*. Society for Industrial Mathematics, 1992. 203 p.
73. Gutierrez-Lemini D. *Engineering Viscoelasticity*. New York, Springer Science+Business Media, 2014. 353 p.
74. Cho K. S. *Viscoelasticity of Polymer. Theory and Numerical Algorithms*. Dordrecht, Springer Science+Business Media, 2016. 612 p.
75. Shaw M. T. and MacKnight W. J. *Introduction to Polymer Viscoelasticity*. 3rd edition. Hoboken, John Wiley & Sons, 2005. 316 p.
76. Riande E., Diaz-Calleja R., Prolongo M., et al. *Polymer Viscoelasticity: Stress and Strain in Practice*. CRC Press, 1999. 904 p.
77. Roylance D. *Engineering Viscoelasticity*. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, 2001. 37 p. Available at: <http://web.mit.edu/course/3/3.11/www/modules/visco.pdf>. (accessed 11.10.2017)
78. Shinozuka M. *Thermorheologically simple viscoelastic materials*. *AIAA J.* 1965, vol. 3, pp. 375-377. doi:10.2514/3.2870.
79. Van Gurp M. and Palmen J. *Time-temperature superposition for polymeric blends*. *J. Rheol. Bull.* 1998, vol. 65, pp. 5-8.
80. Williams M. L., Landel R. F. and Ferry J. D. *The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids*. *Journal of the American Chemical Society*. 1955, vol. 77, pp. 3701-3706. doi:10.1021/ja01619a008.
81. Tool A. Q. *Relation between Inelastic Deformability and Thermal Expansion of Glass in its Annealing Range*. *Journal of the American Ceramic Society*. 1946, vol. 29, no. 9, pp. 240-253. doi:10.1111/j.1151-2916.1946.tb11592.x.
82. Narayanaswamy O. S. *A Model of Structural Relaxation in Glass*. *Journal of the American Ceramic Society*. 1971, vol. 54, no. 10, pp. 491-498. doi:10.1111/j.1151-2916.1946.tb11592.x.
83. Arrhenius S. A. *Über die Dissociationswärme und den Einfluß der Temperatur auf den Dissociationsgrad der Elektrolyte*. *Z. Phys. Chem.* 1889, vol. 4, pp. 96-116. doi:10.1515/zpch-1889-0108.
84. Fesko D. G. and Tshoegl N. W. *Time-temperature superposition in thermorheologically complex materials*. *J. Polym. Sci. Part C Polym. Symp.* 1971, vol. 35, pp. 51-69. doi:10.1002/polc.5070350106.
85. Bagley R. L. *The thermorheologically complex material*. *Int. J. Eng. Sci.* 1991, vol. 29, pp. 797-806.
86. Klompen E. T. J. and Govaert L. E. *Nonlinear Viscoelastic Behaviour of Thermorheologically Complex Materials*. *Mech. Time-Dependent Mater.* 1999, vol. 3, pp. 49-69. doi:10.1023/A:1009853024441.
87. Rosen S. L. *Two-phase polymer systems*. *Polym. Eng. Sci.* 1967, vol. 7, pp. 115-123. doi:10.1002/pen.760070210.
88. Imaoka S. *Analyzing Viscoelastic Materials*. *ANSYS Advantage*. 2008, vol. 2, no. 4, pp. 46-47.
89. Shu L. S. and Onat E. T. *On anisotropic linear viscoelastic solids*. *Proc. Fourth Symp. Nav. Struct. Mech.* 1967, pp. 203-215.
90. Taylor Z. A., Comas O., Cheng M., et al. *On modelling of anisotropic viscoelasticity for soft tissue simulation: Numerical solution and GPU execution*. *Med. Image Anal.* 2009, vol. 13, pp. 234-244. doi:10.1016/j.media.2008.10.001.
91. Nedjar B. *An anisotropic viscoelastic fibre-matrix model at finite strains: Continuum formulation and computational aspects*. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 2007, vol. 196, pp. 1745-1756. doi:10.1016/j.cma.2006.09.009.
92. Lubarda V. and Asaro R. *Viscoelastic response of anisotropic biological membranes. Part II: Constitutive models*. *Theor. Appl. Mech.* 2014, vol. 41, pp. 213-231. doi:10.2298/TAM1403213L.
93. Santos J. E., Carcione J. E. M. and Picotti S. *Viscoelastic-stiffness tensor of anisotropic media from oscillatory numerical experiments*. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 2011. vol. 200, pp. 896-904. doi:10.1016/j.cma.2010.11.008.
94. Bretin E. and Wahab A. *Some anisotropic viscoelastic Green functions*. *Contemp. Math.* 2011, vol. 548, pp. 129-148.
95. Hwu C. and Chen Y. C. *Analysis of defects in viscoelastic solids by a transformed boundary element method*. *Procedia. Eng.* 2011, vol. 10, pp. 3038-3043. doi:10.1016/j.proeng.2011.04.503.
96. Bai T. and Tsvankin I. *Time-domain finite-difference modeling for attenuative anisotropic media*. *Geophysics*. 2016. vol. 81, pp. 163-176. doi:10.1190/geo2015-0424.1.
97. Poon H. and Ahmad M. F. *A finite element constitutive update scheme for anisotropic, viscoelastic solids exhibiting non-linearity of the Schapery type*. *Int. J. Numer. Methods. Eng.* 1999. vol. 46, pp. 2027-2041. doi:10.1002/(SICI)1097-0207(19991230)46:12<2027::AID-NME575>3.0.CO;2-5.
98. Gerngross T. and Pellegrino S. *Modelling of Anisotropic Viscoelastic Behaviour in Super-Pressure Balloons*. *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Struct. Struct. Dyn. Mater. Conf.* 2007, pp. 1-15. doi:10.2514/6.2007-1808.
99. Rand J. L., Grant D. and Strganac T. *The nonlinear bi-*

axial characterization of balloon film. 34th Aerosp. Sci. Meet. Exhib., Reston, 1996. doi:10.2514/6.1996-574.

100. Rand J. L. and Sterling W. J. A constitutive equation for stratospheric balloon materials. *Adv. Sp. Res.* 2006, vol. 37, pp. 2087-2091. doi:10.1016/j.asr.2005.03.046.

101. Staub S., Andr a H., Kabel M., et al. Multi-scale simulation of viscoelastic fiber-reinforced composites. *Tech. Mech.* 2012, vol. 32, pp. 70-83.

102. Cavallini F. and Seriani G. Symbolic computations in viscoelasticity and anisotropic elasticity. 8th Int. Math. Symp., 2006.

103. Liefeth D. and Kolling S. An anisotropic material model for finite rubber viscoelasticity. *LS-DYNA Adwenderforum*, Frankenthal, 2007, pp. 25-54.

104. Martynenko V. G. An Original Technique for Modeling of Anisotropic Viscoelasticity of Orthotropic Materials in Finite Element Codes Applied to the Mechanics of Plates and Shells. *Mechanics and Mechanical Engineering*. 2017, vol. 21, pp. 389-413.

105. Lvov G. I. and Martynenko V. G. Contact problem of anisotropic viscoelasticity of two cylindrical shells. *Innov. Solut. Repair Gas Oil Pipelines*. 2016, pp. 159-171.

106. Lvov G.I. and Martynenko V. G. Development of an analytical model of a repair bandage of a pipeline. *Безразрушительн контрол в съвременната индустрия*, Sofia, 2015, vol. 164, pp. 128-133.

107. Tymoshenko S. P. and Voinovsky-Krieger S. *Plastiny i obolochki* [Plates and Shells]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 636 p.

108. Novozhilov V. V. *Teoriya tonkikh obolochek* [The theory of thin shells]. St. Petersburg, St. Petersburg University publ., 2010. 380 p.

109. Kolkunov N. V. *Osnovy raschota uprugikh obolochek* [Osnovy raschota uprugikh obolochek]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1972. 296 p.

110. Grigorenko Ya. M. and Molchenko L. V. *Osnovy teorii plastyn i obolonok* [Fundamentals of the theory of plates and shells]. Kyiv, Lybid Publ., 1993. 232 p.

111. Novozhilov V. V., Chernykh K. F. and Mikhailovskiy Ye. I. *Lineynaya teoriya tonkikh obolochek* [Linear theory of thin shells]. Leningrad, Polytechnic Publ., 1991. 656 p.

112. Goldenweiser A. L. *Teoriya uprugikh tonkikh obolochek* [The theory of elastic thin shells]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 512 p.

113. Avdonin A. S. *Prikladnyye metody raschota obolochek i tonkostennykh konstruksiy* [Applied methods for the calculation of shells and thin-walled structures]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1969. 402 p.

114. Wempner G. and Talaslidis D. *Mechanics of Solids and Shells: Theories and Approximations*. CRC Press, 2003. 521 p.

115. Axelrad E. L. *Theory of Flexible Shells*. Amsterdam, Elsevier Science Publ., 1987. 399 p.

116. Voyiadjis G. Z. and Karamanlidis D. *Advances in the Theory of Plates and Shells*. Amsterdam, Elsevier Science Publ., 1990. 313 p.

117. Durban D., Givoli D. and Simmonds J. G. *Advances in the Mechanics of Plates and Shells*. New York, Kluwer Academic Publ., 2002. 356 p.

118. Kienzler R., Altenbach H. and Ott I. *Theories of Plates and Shells. Critical Review and New Application*. Bremen, Universitat Bremen, 2002. 238 p.

119. Zienkiewicz O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [The finite element method in engineering science]. Moscow, Mir Publ., 1975. 541 p.

120. Obraztsov I. F., Saveliev L. M. and Khazanov H. S. *Metod konechnykh elementov v zadachakh stroitel'noy mekhaniki letatel'nykh apparatov* [The finite element method in the problems of structural mechanics of aircrafts]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1985. 392 p.

121. Golovanov A. I. and Kornishin M. S. *Vvedeniye v metod konechnykh elementov statiki tonkikh obolochek* [Intro-

duction to the finite element method of static thin shells]. Kazan, Kazan Physico-Technical University Publ., 1989. 269 p.

122. Rickards R. B. *Metod konechnykh elementov v teorii obolochek i plastin* [The finite element method in the theory of shells and plates]. Riga, Zinatne Publ., 1988. 284 p.

123. Chapelle D. and Bathe K. J. *The Finite Element Analysis of Shells - Fundamentals*. Berlin, Springer, 2011. 410 p.

124. Krätzig W. B. and O ate E. *Computational Mechanics of Nonlinear Response of Shells*. Berlin, Springer, 1990. 405 p.

125. Solomonov Yu. S., Georgiyevskiy V. P., Nedbay A. Ya., et al. *Metody raschota tsilindricheskikh obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Methods for calculating cylindrical shells of composite materials]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 264 p.

126. Elpatievsky A. N. and Vasiliev V. V. *Prochnost' tsilindricheskikh obolochek iz armirovannykh materialov* [Strength of cylindrical shells of reinforced materials]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1972. 168 p.

127. Bazhanov V. L., Goldenblat I. I., Kopnov V. V., et al. *Plastinki i obolochki iz stekloplastikov* [Plates and shells of fiberglass]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1970. 408 p.

128. Vinson J. R. *The Behavior of Shells Composed of Isotropic and Composite Materials*. Amsterdam, Springer Science+Business Media, 1993. 545 p.

129. Reddy J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. CRC Press, 2004. 831 p.

130. Grigolyuk E. I. and Tolkachev V. M. *Kontaktnyye zadachi teorii plastin i obolochek* [Contact problems of the theory of plates and shells]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1980. 411 p.

131. Kantor B. Ya. *Kontaktnyye zadachi nelineynoy teorii obolochek vrashcheniya* [Contact problems of the nonlinear theory of shells of revolution]. Kyiv, Naukova Dumka Publ., 1990. 136 p.

132. Zehil G. P. *Modeling of Nonlinear Viscoelastic Solids with Damage Induced Anisotropy, Dissipative Rolling Contact Mechanics, and Synergic Structural Composites: an abstract ... doctor of philosophy in engineering*. Graduate School of Duke University, 2013. 349 p.

133. Burlakov A. V., Lvov G. I. and Morachkovskiy O. K. *Polzuchest' tonkikh obolochek* [Creep of thin shells]. Kharkiv, Vyscha shkola, 1977. 124 p.

134. Sirotkin O. S., Lvov G. I. and Boholyubov B. S. *Nelineynyye kontaktnyye zadachi dlya tonkostennykh elementov konstruksiy v mashinostroyenii* [Nonlinear contact problems for thin-walled structural elements in mechanical engineering]. Moscow, Doby and Co Publ., 2008. 312 p.

135. Carrera E. *Theories and Finite Elements for Multilayered, Anisotropic, Composite Plates and Shells*. *Comp. Meth. Eng.* 2002, vol. 9, no. 2, pp. 87-140. doi:10.1007/BF02736649

136. Cho Ch., Zhao G. and Kim Ch. B. *Nonlinear Finite Element Analysis of Composite Shell under Impact*. *KSME International Journal*. 2000, vol. 14, no. 6, pp. 666-674.

137. Gal E. and Levy R. *Geometrically Nonlinear Analysis of Shell Structures Using a Flat Triangular Shell Finite Element*. *Computational Methods in Engineering*. 2006, vol. 13, no. 3, pp. 331-388. doi:10.1007/BF02736397.

138. Moreira R. A. S., Sousa R. J. A. and Valente R. A. F. *A Solid-Shell Finite Element for Non-Linear Geometric and Material Analysis*. *Composite Structures*. 2010, vol. 92, pp. 1517-1523. doi:10.1016/j.compstruct.2009.10.032.

139. Araujo A. L., Soares S. M. M. and Soares C. A. M. *A Viscoelastic Sandwich Finite Element Model for the Analysis of Passive, Active and Hybrid Structures*. *Applied Composite Materials*. 2010, vol. 17, pp. 529-542. doi:10.1007/s10443-010-9141-3.

140. Pinsky P. M. and Kim K. O. *A Multi-Director Formulation for Nonlinear Elastic-Viscoelastic Layered Shells*. *Computers and Structures*. 1986, vol. 24, no. 6, pp. 901-913. doi:10.1016/0045-7949(86)90298-1.

141. Johnson A. R. A Viscoelastic Hybrid Shell Finite Element. The Mathematics of Finite Elements and Applications. 2000, vol. 10, pp. 87-96.

142. Padovan J. Finite Element Analysis of Steady and Transiently Moving/Rolling Nonlinear Viscoelastic Structure - I. Theory. Computers and Structures. 1987, vol. 27, no. 2, pp. 249-257. doi:10.1016/0045-7949(87)90093-9.

143. Kennedy R. and Padovan J. Finite Element Analysis of Steady and Transiently Moving/Rolling Nonlinear Viscoelastic Structure - II. Shell and Three-Dimensional Simulations. Computers and Structures. 1987, vol. 27, no. 2, pp. 259-273. doi:10.1016/0045-7949(87)90094-0.

144. Nakajima Y. and Padovan J. Finite Element Analysis of Steady and Transiently Moving/Rolling Nonlinear Viscoelastic Structure - III. Impact/Contact Simulations. Computers and Structures. 1987, vol. 27, no. 2, pp. 275-286. doi:10.1016/0045-7949(87)90095-2.

145. Huh H. and Kwak Y. K. Finite Element Stress Analysis of the Reinforced Tire Contact Problem. Computers and

Structures. 1990, vol. 36, no. 5, pp. 871-881. doi:10.1016/0045-7949(90)90158-X.

146. Gotoh J., Yu Q., Shiratori M., et al. Experimental/Numerical Analyses of a Viscoelastic Body under Rolling Contact. Mechanics of Time-Dependent Materials. 1999, vol. 3, pp. 245-261. doi:10.1023/A:1009838504011.

147. Gotoh J., Shiratori M., Yoneyama S., et al. Viscoelastic Stress Analysis of a Strip Plate under Moving Contact with Dry Friction. Mechanics of Time-Dependent Materials. 2000, vol. 4, pp. 43-56. doi:10.1023/A:1009879628439.

148. Liu J. and Sharan Sh. K. Analysis of Dynamic Contact of Cracks in Viscoelastic Media. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1995, vol. 121, pp. 187-200. doi:10.1016/0045-7825(94)00702-0.

149. Mahmoud F. F., El-Shafei A. G. and Attia M. A. Analysis of Thermoviscoelastic Frictionless Contact of Layered Bodies. Finite Elements in Analysis and Design. 2011, vol. 47, pp. 307-318. doi:10.1016/j.finel.2010.10.004.

Надійшла (received) 19.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Огляд методів розв'язання контактних задач в'язкопружних композиційних оболонок / В. Г. Мартиненко, Г. І. Львов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 39 (1261). – С. 32-48. – Бібліогр.: 149 назв. – ISSN 2078-9130.

Обзор методов решения контактных задач вязкоупругих композиционных оболочек / В. Г. Мартыненко, Г. И. Львов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 39 (1261). – С. 32-48. – Бібліогр.: 149 назв. – ISSN 2078-9130.

Review of methods for solving the contact problems of viscoelastic composite shells / V. G. Martynenko, G. I. Lvov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 39 (1261). – С. 32-48. – Bibliogr.: 149. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мартиненко Володимир Геннадійович – магістр комп'ютерної механіки, аспірант кафедри Динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (099) 624-72-45, e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Мартыненко Владимир Геннадьевич – магістр комп'ютерної механіки, аспірант кафедри Динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (099) 624-72-45, e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Martynenko Volodymyr Gennadiyovych – Master of Computational Mechanics, Postgraduate of the Dynamic and Strength of Machines Department, NTU "KhPI", tel.: (099) 624-72-45, e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Львов Геннадій Іванович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-63-43, e-mail: lvovdpm@ukr.net.

Львов Геннадий Иванович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры Динамики и прочности машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-63-43, e-mail: lvovdpm@ukr.net.

Lvov Gennadii Ivanovych – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Head of the Dynamic and Strength of Machines Department, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-63-43, e-mail: lvovdpm@ukr.net.