

**Список литературы:** 1. Добровольская Э.М. Вагоны метрополитена типа Е. Устройство и обслуживание. – М: Транспорт, 1989. – 302 с. 2. Фадеев С.В., Сергеев А.А., Смирнов В.А. Комплекс диагностики колесно-редукторных блоков // Локомотив. – 2002. – №7. – С. 22-24. 3. Белоцерковский А.Б., Жовдак В.А., Смирнов М.М., Черных О.В., Яцько С.И. Разработка методики виброизмерений колесно-редукторных блоков вагонов метрополитена // Труды 7-й междунар. науч.-техн. конф. «Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве», 28-29 мая 2003 г. – Харьков: ХНПК «ФЭД». – 2003. – С. 216-218. 4. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа – М.: Мир, 1983. – 312 с. 5. Механическая часть тягового подвижного состава: Учебник для вузов ж.-д. трансп. / И.В. Бирюков, А.Н. Савоськин, Г.П. Бурчак и др. / Под ред. И.В. Бирюкова. – М.: Транспорт, 1992. – 440 с. 6. Прочность и безотказность подвижного состава железных дорог / А.Н. Савоськин, Г.П. Бурчак, А.П. Матвеевичев и др. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.

*Поступила в редколлегию 20.12.2006*

УДК 621.01.001

**В.А.ЖОВДАК**, докт.техн.наук; **А.В.ТОРЯНИК**, НТУ «ХПИ»

## **СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

Описано алгоритм вирішення задачі статистичної динаміки для кінцево-елементних моделей конструкцій. Досліджено природу сейсмічних впливів і запропоновано способи їх моделювання з використанням імовірнісних підходів. Розроблено методичне й програмне забезпечення для дослідження динаміки фундаментів турбоустановок під впливом сейсмічного навантаження з урахуванням запізнення. Здійснено рішення задачі статистичної динаміки для моделі балки за допомогою розробленого алгоритму.

An algorithm of solving the problem of statistical dynamics of finite element models of constructions is described. The nature of seismic influences is investigated and methods of their modeling by means of probability approaches are proposed. There are developed methodical instructions and software to investigate the dynamics of turbo-installation foundations under seismic influence with delay. The problem of statistic dynamics of beam model is solved by the developed algorithm.

### **1. Введение. Актуальность проблемы**

Значительная часть территорий СНГ и зарубежья находится в области сейсмически опасных районов земной поверхности, являющихся неблагоприятными для расположения сооружений длительного срока службы. Однако в силу экономических причин этого избежать невозможно. Для уменьшения риска разрушения сооружений к их основаниям предъявляются специфические требования.

Чрезвычайную важность представляет расчет сооружений стратегических объектов таких, как энергетические турбоустановки, поскольку их частичное или полное разрушение приводит не только к огромным экономическим потерям, но и экологическим и людским жертвам.

Основной целью исследования является разработка методического и программного обеспечения для исследования динамики фундаментов турбоустановок под влиянием сейсмического воздействия с учетом запаздывания. Особое внимание уделяется вопросам моделирования сейсмического воздействия на основе вероятностных подходов.

## 2. Использование вероятностных подходов для описания характеристик сейсмического воздействия

### Получение матрицы спектральной плотности для системы с $r$ входами.

Рассмотрим механическую систему, имеющую два или большее количество входов. Под понятием входа механической системы будем понимать закрепленные точки фундамента, на которые прикладывается сейсмическая нагрузка. Задача случайных вынужденных колебаний исследуемой механической системы будет решаться с учетом относительного запаздывания воздействия на входы в силу волновой природа сейсмического воздействия. Описание воздействия и решение задачи будем осуществлять с вероятностных позиций.

Построим модель сейсмического воздействия, подаваемого на входы конструкции. Волновые свойства воздействия будем описывать вектором скорости движения фронта. Фактически это значит, что на каждый из входов исследуемой механической системы подается одно и то же случайное воздействие, но с определенным запаздыванием.

Введем систему глобального времени  $t$ . Сопоставим начало ее отсчета со временем прихода фронта волны на первый вход системы. Составим массив  $T$  из элементов, соответствующих моментам времени прихода воздействия на входы в виде:

$$T = [T_1, T_2, T_3, \dots, T_l, \dots, T_m, \dots, T_r], \quad (2.1)$$

здесь  $r$  – количество входов системы.

Введем понятие относительного запаздывания воздействия между  $\lambda$ -м и  $\mu$ -м входами системы:

$$\Delta_{\lambda\mu} = T_\lambda - T_\mu. \quad (2.2)$$

Для описания вероятностных характеристик воздействия введем корреляционную матрицу:

$$[K(t_1, t_2)] = \begin{bmatrix} K_{11}(t_1, t_2) & \dots & K_{1r}(t_1, t_2) \\ \dots & \dots & \dots \\ K_{r1}(t_1, t_2) & \dots & K_{rr}(t_1, t_2) \end{bmatrix}; \quad (2.3)$$

здесь  $K(t_1, t_2)$  – корреляционная матрица произвольного случайного входного воздействия;  $K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$  – взаимная корреляционная функция случайных процессов  $\dot{\eta}_\lambda(t)$  и  $\dot{\eta}_\mu(t)$ , отражающая взаимные вероятностные характеристики воздействия на  $\lambda$ -й и  $\mu$ -й входы системы.

Переход от корреляционных к спектральным характеристикам осуществля-

ется методом Блекмана-Тьюки [1,2], основанном на преобразовании Фурье:

$$S_{\lambda\mu}([t], w) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i w \tau} K_{\lambda\mu}([t], \tau) d\tau . \quad (2.4)$$

Из формулы (2.4) видно, что вероятностные характеристики в общем случае могут носить частотно-временной характер.

**Описание вероятностных характеристик случайных сейсмических воздействий с помощью мультипликативной нестационарной модели.** Выделим следующие основные модели случайного сейсмического воздействия [1,2]:

- стационарная;
- нестационарная.

Модели стационарного воздействия не дают возможности с достаточной степенью адекватности описать реальные сейсмические процессы. Компромиссом является модель мультипликативного нестационарного (квазистационарного) воздействия (см. рис. 1), главной особенностью которого является масштабируемость стационарной составляющей во времени путем наложения детерминированной огибающей:

$$\ddot{\eta}(t) = A(t)\xi(t) . \quad (2.5)$$

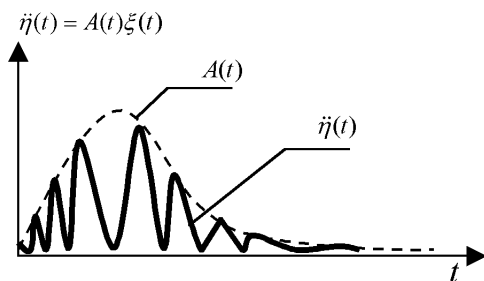


Рисунок 1 – Качественный вид реализации мультипликативной модели воздействия

В рамках данной работы акцент ставится именно на исследование этой модели.

Для стационарной составляющей воздействий сейсмической природы, моделированных с помощью мультипликативной модели, свойственно  $m_{\dot{\eta}} = 0$ . Используя соотношения теории вероятности [5], выразим корреляционные функции  $K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$  через математическое ожидание произведения случайных процессов:

$$\begin{aligned} K_{\lambda\mu}(t_1, t_2) &= M[\ddot{\eta}_{\lambda}(t_1) \cdot \ddot{\eta}_{\mu}(t_2)] = M[A_{\lambda}(t_1)\xi(t_1) \cdot A_{\mu}(t_2)\xi(t_2)] = \\ &= A_{\lambda}(t_1) \cdot A_{\mu}(t_2) M[\xi(t_1) \cdot \xi(t_2)] \end{aligned} \quad (2.6)$$

В силу детерминированности огибающих  $A_{\lambda}(t)$  выражение для функции

$K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$  вырождается в произведение огибающих в разные моменты времени на корреляционную функцию стационарной составляющей с учетом запаздывания воздействия (2.3):

$$K_{\lambda\mu}(t_1, t_2) = A_\lambda(t_1) \cdot A_\mu(t_2) K_\xi(t_2 - t_1 + \Delta_{\lambda\mu}). \quad (2.7)$$

В выражении (2.7) принято предположение о том, что воздействия на входы системы представляют один и тот же случайный процесс, но в фиксированный момент времени отличаются взаимным запаздыванием (2.3).

Переход от корреляционных характеристик нестационарного случайного процесса к спектральным требует нестандартных подходов [2]. Введем в рассмотрение следующие преобразования переменных взаимной корреляционной функции  $K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$ :

$$\tau = t_2 - t_1; \quad t_1 = t - \frac{\tau}{2}; \quad t_2 = t + \frac{\tau}{2}; \quad (2.8)$$

здесь  $t$  – переменная глобального времени, соответствующая представлению (2.1).

Нестационарный случайный процесс, описываемый корреляционной функцией с аргументами (2.1), представляет локально-стационарный процесс. Вероятностные характеристики таких процессов напрямую зависят от значения глобального времени. В частности, корреляционная функция (2.6) приобретает следующий вид:

$$K_{\lambda\mu}(t, \tau) = A_\lambda(t - \frac{\tau}{2}) \cdot A_\mu(t + \frac{\tau}{2}) K_\xi(\tau + \Delta_{\lambda\mu}). \quad (2.9)$$

На практике удобной и адекватной формой представления стационарной составляющей сейсмического воздействия  $\zeta(t)$  есть узкополосный случайный процесс [1,2] с корреляционными и соответствующими им спектральными плотностями вида:

$$K_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \left[ \cos(\beta\tau) + \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta|\tau|) \right]; \quad (2.10)$$

$$S_\xi(w) = \frac{2\alpha(\beta^2 + \alpha^2)}{(\alpha^2 + (w - \beta)^2)(\alpha^2 + (w + \beta)^2)}; \quad (2.11)$$

$$S_{\lambda\mu, \Delta_{\lambda\mu}}(w) = \frac{2\alpha(\beta^2 + \alpha^2)}{(\alpha^2 + (w - \beta)^2)(\alpha^2 + (w + \beta)^2)} e^{-i w \Delta_{\lambda\mu}}, \quad (2.12)$$

здесь  $K_\xi(\tau)$  – выражение корреляционной функции узкополосного случайного процесса;  $S_\xi(w)$  – выражение для спектральной плотности этого процесса;  $S_{\lambda\mu, \Delta_{\lambda\mu}}(w)$  – взаимная спектральная плотность двух случайных процессов, сдвинутых друг относительно друга на величину запаздывания  $\Delta_{\lambda\mu}$ .

Осуществим переход к спектральным характеристикам мультипликативного нестационарного процесса с представленной реализацией (2.5) для всех элементов корреляционной матрицы (2.3), посредством преобразования (2.4) по переменной  $\tau$ . В данном случае следует заметить, что переменная  $t$  являет-

ся фиксированной, и полученное выражение для спектральной плотности будет носить частотно-временной характер.

$$\begin{aligned}
 S_{\lambda\mu}(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} K_{\lambda\mu}(t, \tau) d\tau = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} A_{\lambda}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot A_{\mu}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) K_{\xi}(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau.
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

В зависимости от предположений и ограничений, налагаемых на огибающие  $A(t)$ , выделим две модели сейсмического воздействия.

**Модель первого типа.** Введем соотношение  $A(t) = 0 \forall t < 0$  как отличительный признак модели процессов первого типа (см. рис. 2). Здесь начало отсчета процесса  $t$  – момент времени начала воздействия. Большинству воздействий первого типа присуще асимптотическое приближение кривой к оси абсцисс только справа на бесконечности.

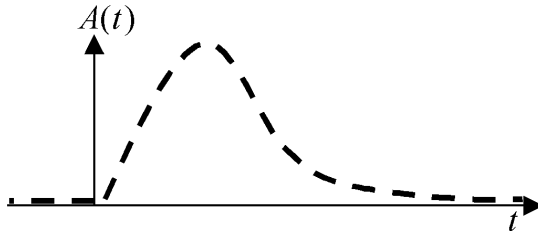


Рисунок 2 – Качественный вид огибающей процессов первого типа

Целесообразно использовать линейно-экспоненциальную зависимость для представления огибающей данной модели:

$$A(t) = H(t) A_0 B t e^{-Bt}; \tag{2.14}$$

здесь  $A_0, B$  – некие константы сейсмического воздействия, определяемые методами, изложенными в [6];  $H(t)$  – функция Хевисайда.

С учетом высказанных выше предположений, а также выражения (2.14) для огибающей, упростим выражение для частотно-временной спектральной плотности (2.13). Очевидно, что взаимная спектральная плотность двух случайных процессов равна нулю до момента проявления последнего по времени воздействия.

$$\begin{aligned}
 S_{\lambda\mu}(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} H\left(t - \frac{\tau}{2} - T_{\lambda}\right) \times \\
 &\times A\left(t - \frac{\tau}{2} - T_{\lambda}\right) H\left(t + \frac{\tau}{2} - T_{\mu}\right) A\left(t + \frac{\tau}{2} - T_{\mu}\right) \cdot K_{\xi}(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau =
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

$$= H\left(t - \max\left[T_\lambda, T_\mu\right]\right) \int_{-2(t-T_\mu)}^{2(t-T_\lambda)} e^{-i\omega\tau} A\left(t - \frac{\tau}{2} - T_\lambda\right) \cdot A\left(t + \frac{\tau}{2} - T_\mu\right) \cdot K_\xi(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau.$$

Следует заметить, что при использовании подхода, описанного (2.8), введение временного окна селекции  $A(t)$ , ограниченного слева функцией Хевисайда, приводит к игнорированию промежутка случайной функции воздействия при  $\frac{\tau}{2} > t - T_i$  в процессе интегрирования (2.4). Это приводит к нежелательному эффекту усечения пределов рассмотрения корреляционной функции при переходе к спектральной плотности и представляет так называемый эффект Гиббса. Негативным следствием на практике являются большие погрешности, искажающие оценку спектральной плотности. Эффект проявляется в расползании кривой спектральной плотности относительно точки ее максимума, уменьшении ее экстремального значения и появлении паразитной изрезанности, наиболее ощутимой при малых значениях переменной  $t$ . Проявление эффекта Гиббса является основным недостатком модели воздействия первого типа. Этих недостатков лишена модель процессов второго типа.

**Модель второго типа.** Процессы этого типа не имеют выраженного времени начала и поэтому характеризуются моментом пиковой точки огибающей. В пределах слева и справа кривая огибающей асимптотически приближается к оси абсцисс. По характеру изменения кривой процессы второго типа можно условно разделить на симметричные (см. рис. 3, а) и несимметричные (см. рис. 3, б). Для описания симметричной модели удобно применять экспоненциальную зависимость с квадратичным аргументом, заданную выражением:

$$A(t) = \frac{1}{2} A_0 B e^{-0,1Bt^2}. \quad (2.16)$$

Аналогично выкладкам, предложенным для процессов первого типа, получим выражение для частотно-временной спектральной плотности, с учетом соотношения для огибающей (2.16):

$$S_{\lambda\mu}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} A\left(t - \frac{\tau}{2} - T_\lambda\right) \cdot A\left(t + \frac{\tau}{2} - T_\mu\right) \cdot K_\xi(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau. \quad (2.17)$$

Как видно из выражений (2.16) и (2.17), пределы интегрирования не будут усекаются ни одной из сторон окна (в математическом смысле, оно просто отсутствует), то есть для данной модели эффект Гиббса не имеет места.

### 3. Решение задачи статистической динамики

**Основные соотношения МКЭ.** Для решения задачи вынужденных колебаний фундамента будем применять метод конечных элементов (МКЭ).

Представим уравнение движения узлов КЭ модели фундамента в виде:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [M_{ff}] & [M_{fr}] \\ [M_{rf}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_f\} \\ \{\ddot{u}_r\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ff}] & [C_{fr}] \\ [C_{rf}] & [C_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_f\} \\ \{\dot{u}_r\} \end{Bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} [K_{ff}] & [K_{fr}] \\ [K_{rf}] & [K_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_f\} \\ \{u_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

здесь  $\{u_f\}$  – свободные узлы;  $\{u_r\}$  – закрепленные узлы.

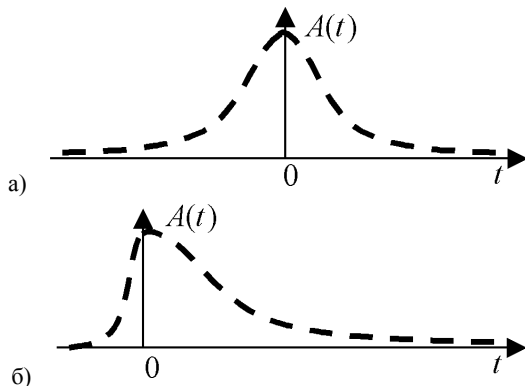


Рисунок 3 – Качественный вид огибающей процессов второго типа:  
а) симметричная форма; б) несимметричная форма

Перемещения свободных узлов разложим в виде суммы псевдостатической и динамической частей [7]:

$$\{u_f\} = \{u_s\} + \{u_d\}. \tag{3.2}$$

Отбросив инерционные слагаемые, выразим псевдостатическое перемещение  $\{u_s\}$  в виде выражения:

$$\{u_s\} = -[K_{ff}]^{-1}[K_{fr}]\{u_r\} = [A]\{u_r\}. \tag{3.3}$$

Используя соотношения (3.1) - (3.3), запишем уравнение вынужденных колебаний КЭ модели фундамента при случайном сейсмическом воздействии в виде:

$$[M_{ff}]\{\ddot{u}_d\} + [C_{ff}]\{\dot{u}_d\} + [K_{ff}]\{u_d\} = -([M_{ff}][A] + [M_{fr}])\{\ddot{u}_r\}, \tag{3.4}$$

здесь  $[M_{ff}]$ ,  $[C_{ff}]$ ,  $[K_{ff}]$  – подматрицы масс, демпфирования и жесткости соответственно;  $[A]$  – матрица псевдостатических коэффициентов участия, определяемая соотношением  $[A] = -[K_{ff}]^{-1}[K_{fr}]$ ;  $[M_{ff}]$  и  $[K_{fr}]$  – под-матрицы, позволяющие выразить усилия, действующие на систему, через известные ускорения и перемещения кинематически возбуждаемых отметок конструкции,  $\{u_d\}$  – вектор обобщенных узловых перемещений КЭ модели,  $\{\ddot{u}_r\} = \{\ddot{u}\}$  – вектор ускорений закрепленных в грунте точек основания конструкции.

Представим решение уравнения (3.4) в виде разложения по формам соб-

ственных колебаний:

$$\{u_d\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i; \quad (3.5)$$

здесь  $n$  – число степеней свободы системы;  $\phi_i$  – вектор  $i$ -й собственной формы колебаний;  $y_i$  – обобщенные координаты, зависящие от времени.

Учтя свойство ортогональности собственных форм [4] и подставив разложение (3.5) в уравнение (3.4), получим систему  $n$  дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат:

$$\ddot{y}_i + 2p_i \xi_i \dot{y}_i + p_i^2 y_i = G_i, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (3.6)$$

здесь  $p_i$  –  $i$ -я собственная частота;  $\xi_i$  – коэффициент модального демпфирования;  $G_i$  – модальная нагрузка, выражаемая по формуле:

$$G_i = \{\Gamma_i\}^T \{\ddot{y}\} + \gamma_i. \quad (3.7)$$

В выражении (3.7) использованы модальные коэффициенты участия вида:

– для базового воздействия :

$$\{\Gamma_i\} = -([\mathcal{M}_{ff}] [A] + [\mathcal{M}_{fr}])^T \{\phi_i\}; \quad (3.8)$$

– для узлового воздействия:

$$\{\gamma_i\} = \{\phi_i\}^T \{F\}. \quad (3.9)$$

Для задачи на сейсмического воздействие, как было описано выше, характерно базовое приложение воздействия, следовательно  $\{\gamma_i\} = 0$  в выражении (3.7).

**Оценка спектральной плотности на выходе системы.** Будем решать задачу случайных вынужденных колебаний с учетом запаздывания на основе метода спектральных представлений [3]. Спектральная плотность обобщенных узловых перемещений произвольной КЭ модели имеет вид:

$$S_{q_i}(\omega) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \phi_{ij} \phi_{ik} \left[ \sum_{\lambda=1}^r \sum_{\mu=1}^r \Gamma_{\lambda j} \Gamma_{\mu k} H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{\lambda\mu}(\omega) \right] (i = \overline{1, n}), \quad (3.10)$$

здесь  $S_{\lambda\mu}(\omega)$  – взаимная спектральная плотность ускорений  $\lambda$ -й и  $\mu$ -й точек фундамента, на которые действует сейсмическое воздействие;  $\Gamma_{\lambda j}$  – модальные коэффициенты участия (3.8) для  $j$ -ой собственной частоты КЭ модели системы при нагрузке, приложенной к  $\lambda$ -му входу;  $\phi_{ij}$  – элементы вектора собственных форм;  $H_k(\omega)$  – передаточные функции системы;  $r$  – число входов.

Выражение для передаточных функций системы  $H_m(\omega)$ , при условии приложения на входы спектральной плотности ускорений, может быть представлено в виде:

$$H_j(\omega) = \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2 + i(2\xi_j \omega_j \omega)} = \text{Re } H_j(\omega) + i \text{Im } H_j(\omega); \quad (3.11)$$

здесь  $\xi_j$  – модальный коэффициент демпфирования;  $\omega$  – вынуждающая





нейшего применения их в формуле спектральной плотности на выходе системы (3.11). Используются параметры расчета, полученные на первом этапе.

На третьем этапе осуществляется расчет спектральной плотности на заданных выходах исследуемой механической системы. Расчет осуществляется средствами приложения GFC Counter. Решение системы сохраняется для дальнейшего использования и анализа.

На четвертой, финальной стадии решение задачи визуализируется, и осуществляется его окончательный анализ в комплексе Maple.

Следует заметить, что интеграция программных средств с целью автоматизации процесса расчетов осуществляется путем хранения промежуточных данных в ресурсах общего пользования для обеспечения целостности созданного комплекса.

Отдельное внимание стоит уделить описанию разработанного приложения GFC Counter (см. рис. 5). Как видно из схемы, изображенной на рис. 4, приложение в первую очередь направлено на задание исходных данных (инициация) и осуществление собственно математических расчетов. Помимо непосредственного задания данных, приложение имеет функции импорта/экспорта данных, графической визуализации, интерактивного редактирования требуемой от пользователя информации. Для описания сейсмического воздействия предусмотрена возможность задавать как направление, так и скорость движения фронта волны относительно оси сооружения.

Таким образом, при наличии КЭ модели решение задачи полностью автоматизировано. По трудоемкости, задача сводится к заданию опций расчетов и параметров сейсмического воздействия.

## **5. Результаты численных исследований**

Проверка работы представленного алгоритма осуществлялась путем решения задачи случайных вынужденных колебаний с учетом запаздывания для модели стержневой системы, заделанной жестко по краям. Направление скорости движения фронта сейсмической волны было выбрано вдоль оси балки. КЭ моделирование балки осуществлялось разбиением на 4 КЭ. Решение задачи о собственных значениях предоставило резонансные характеристики с первыми 3 собственными частотами: 180,437 Гц, 500,468 Гц и 990,095 Гц.

Была осуществлена оценка спектральной плотности перемещений балки в среднем узле под действием вертикальной сейсмической нагрузки, приложенной к опорам балки. Решение осуществлялось для следующих моделей сейсмического воздействия: узкополосного случайного процесса (стационарного воздействия) и мультипликативного процесса (нестационарного воздействия).

**Стационарное воздействие типа узкополосный случайный процесс.** Исследовалось влияние скорости движения сейсмической волны на характер поведения кривой спектральной плотности перемещений в средней точке бал-

ки. В качестве характеристик воздействия (2.12) взяты данные, полученные путем статистической обработки акселерограммы реального землетрясения:

$$\alpha = 0,231; \quad \beta = 18,64. \quad (5.1)$$

Проведенные расчеты описывают случаи воздействия на опоры с большими, умеренными и практически нулевыми запаздываниями (что соответствует скоростям движения фронта волны 2, 10, 90 и  $10^6$  м/с). Некоторые частные случаи полученных результатов приведены на рис. 6, а – 6, е. Как видно из рис. 6, б, при больших запаздываниях наблюдается частая изрезанность графика спектральной плотности. Эта изрезанность проявляется на всем частотном диапазоне с постоянным периодом и объясняется приходом гармоник воздействия в противофазе. В частности, в нижней части диапазона частот (см. рис. 6, а) резкое изменение формы кривой и обращение в ноль в районе 18-19 Гц обусловлено этой изрезанностью. Огибающая кривой имеет два локальных максимума в относительно низкочастотных (НЧ) и высокочастотных (ВЧ) областях. Максимум в НЧ области (см. рис. 6, а; 6, в; 6, д) обусловлен частотой вынуждающей силы воздействия, описываемой коэффициентом  $\beta$ . Положение максимума в ВЧ области (см. рис. 6, б) совпадает с первой собственной частотой системы.

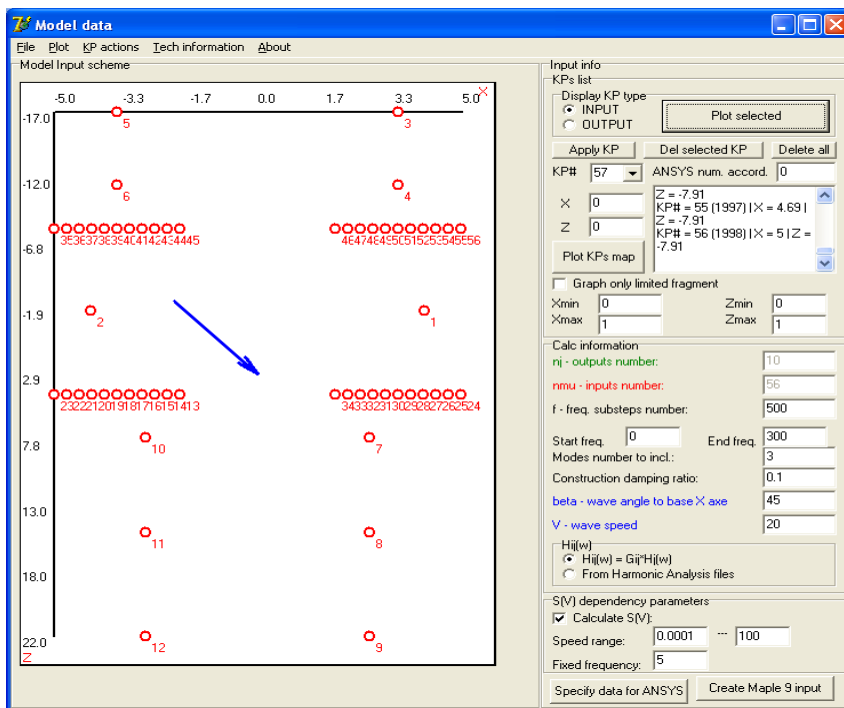


Рисунок 5 – Общий вид приложения GFC Counter

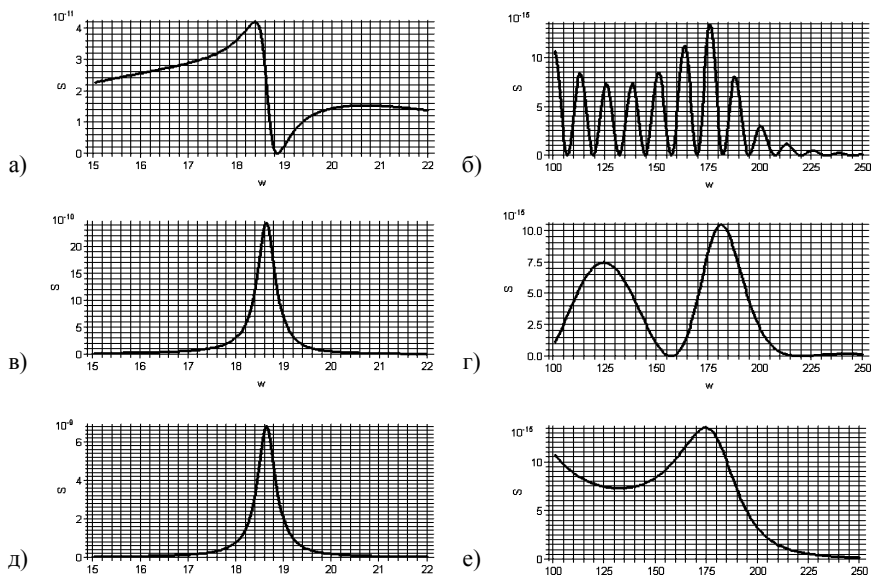


Рисунок 6 – Спектральная плотность перемещений средней точки балки при различных скоростях движения сейсмической волны

- а) 2 м/с (НЧ),      б) 2 м/с (ВЧ),      в) 10 м/с (НЧ),  
 г) 10 м/с (ВЧ),    д) 10<sup>6</sup> м/с (НЧ),    е) 10<sup>6</sup> м/с (ВЧ)

Следует отметить, что с ростом скорости движения воздействующей волны (уменьшением времени запаздывания) изрезанность графика уменьшается, период изрезанности увеличивается, что проиллюстрировано на рис. 6, в и 6, г. Области пиков огибающей в НЧ и ВЧ областях проявляются на тех же частотах, что и в случае больших запаздываний.

При стремлении запаздывания воздействия между опорами конструкции к нулю наблюдается полное отсутствие изрезанности (см. рис. 6, д, е). В ВЧ области форма кривой напоминает АЧХ исследуемой механической системы.

Примечательно, что для исследуемого воздействия пик спектральной плотности в НЧ области значительно превосходит соответствующую величину в ВЧ области, что позволяет в подобных расчетах вести анализ только диапазона частот, на который приходится частота воздействия.

**Нестационарное мультипликативное воздействие.** Огибающая воздействия смоделирована симметричной моделью второго типа (2.16) с соответствующими характеристиками:

$$A_0 = 3,56; \quad B = 0,763. \quad (5.2)$$

Коэффициенты (5.2) получены из анализа реальных сейсмограмм.

Спектральная плотность носит явный частотно-временной характер, и ее исследование сводится к изучению сечений поля по времени и частотам. Про-

комментируем особенности решения для скоростей движения волны  $10^6$  м/с и 0,3 м/с соответственно. Графическое отображение масштабирующих огибающих воздействия представлено на рис. 7, а (одновременное воздействие) и рис. 7, б (запаздывание, соответствующее скорости движения волны 0,3 м/с).

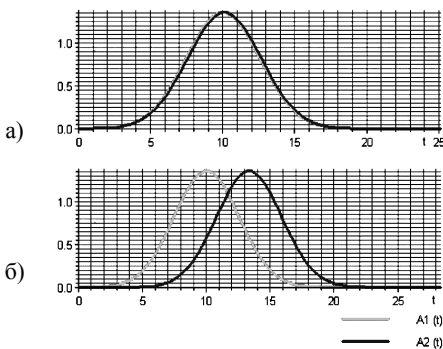


Рисунок 7 – Форма воздействий на входы во времени:  
а)  $10^6$  м/с; б) 0,3 м/с (ВЧ)

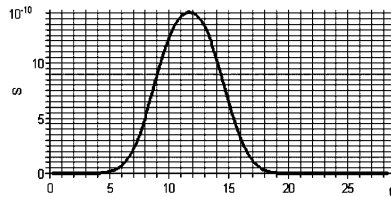


Рисунок 8 – Спектральная плотность перемещений средней точки балки при скорости движения сейсмической волны 0,3 м/с (сечение по частоте)

Поведение кривой спектральной плотности перемещений средней точки балки в задаче без запаздывания в точности повторяет тенденции, проиллюстрированные на рис. 6, но с учетом масштабирования во времени.

Задача с запаздыванием нестационарного воздействия вносит некоторые особенности в характер решения. На рис. 8 представлено сечение поля спектральной плотности перемещений в исследуемой точке балки по частоте 18,64 Гц. Рисунок отражает следствие масштабирования воздействия во времени огибающими, форма кривой напоминает по форме кривую суперпозиции огибающих входного процесса с некоторым сглаживанием.

Как видно из графиков зависимости спектральной плотности от частоты (см. рис. 9), огибающая оказывает масштабирующий эффект в поведение кривой спектральной плотности. Помимо этого, при больших значениях запаздывания по мере затухания воздействия на первый вход, существенное влияние вносит лишь воздействие на второй, что иллюстрируют рис. 9, д; 9, е – изрезанность кривой спектральной плотности практически сгладилась, и в целом решение напоминает результаты, полученные при исследовании воздействия без запаздывания (или только на один из входов).

**Выводы.** Представленная методика решения задач на сейсмическое воздействие с учетом запаздывания позволяет получать адекватные результаты для стационарных и нестационарных моделей сейсмического воздействия. Как показало исследование, оптимальной для расчетов моделью воздействия

является нестационарная мультипликативная модель. Эта модель сочетает в себе относительную простоту описания с широкими возможностями адекватного представления реальных записей сейсмограмм (учитывает нестационарность).

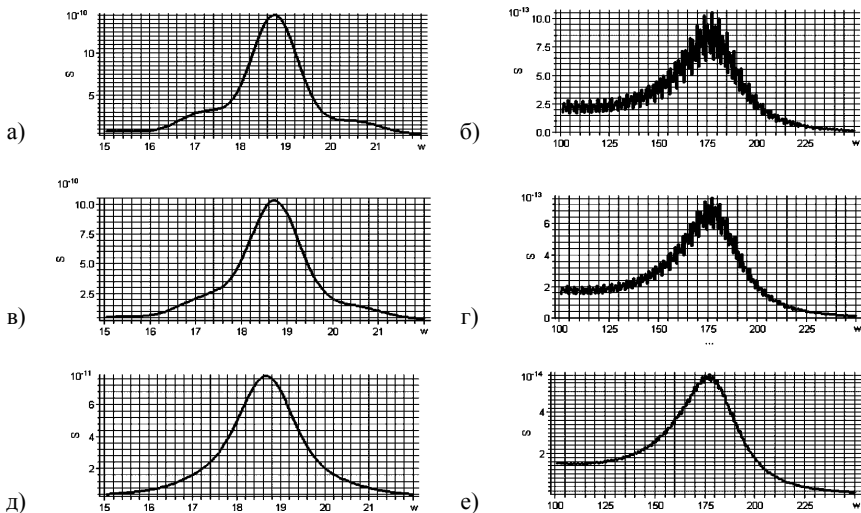


Рисунок 9 – Спектральная плотность перемещений средней точки балки при скорости движения сейсмической волны 0,3 м/с (сечения по времени)

- а) 11 с (НЧ),                      б) 11 с (ВЧ),                      в) 14 с (НЧ),  
 г) 14 с (ВЧ),                      д) 17 с (НЧ),                      е) 17 с (ВЧ)

Результаты исследования мультипликативной модели на балке показали наличие двух доминирующих пиков, приходящихся на частоту воздействия и первую собственную частоту исследуемой системы. Показательно наличие на всем частотном диапазоне изрезанности, проявляющейся при увеличении запаздывания на входы системы.

Универсальность описанного алгоритма не ограничивает возможность его использования на конечно-элементные модели любых масштабов и позволяет решать задачу вынужденных колебаний в рамках вероятностных подходов для конструкций любой сложности.

**Список литературы:** 1. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1974. – 464 с. 2. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 544 с. 3. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. – М.: Мир, 1982. – 362 с. 4. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с. 5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. – М.: Наука, 1988. 6. Жовдак В.А., Трубаев А.И. Решение задачи статистической динамики трубопроводов при сейсмическом воздействии //Динамика и прочность машин: Республиканский межвед.

научно-технический сборник. – Харьков, 1986. – Вып. 44. – С. 90-94. 7. Клаф Р., Пензиен Д. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с. 8. Синицын А. П.. Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. – М.: Стройиздат, 1966. – 145с.

*Поступила в редколлегию 10.12.2006*

УДК 621.01

**А.И.ЗАЙЦЕВ**, докт.фарм.наук, НФУ, Харьков;  
**В.М.ШАТОХИН**, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»

## **ОБ ИССЛЕДОВАНИИ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ РОТОРА КОМПРЕССОРА ДИЗЕЛЯ 6ТД-2 С НЕЛИНЕЙНОЙ ОПОРОЙ**

Розроблено метод розрахунку критичних швидкостей роторів компресорів дизелів типу 6ТД з урахуванням нелінійного характеру опор. У його основі лежать методи початкових параметрів і гармонічної лінеаризації разом з ідеєю побудови скелетних кривих. Приведено результати розрахунково-експериментальних досліджень.

Estimation method of rotor critical velocities for diesel compressor 6TD subject to bearing nonlinear nature is developed. On the basis of this method lie approaches of initial parameters and harmonic linearization coupled with skeleton curves building idea. The results of design-experiment researches are cited.

**Введение.** Роторы являются важнейшими элементами большинства машин и механизмов и служат в них для передачи крутящего момента или вращательного движения. Во многих случаях они являются источником вредных вибраций, интенсивность которых зависит от целого ряда факторов, в частности от близости рабочих скоростей к так называемым критическим скоростям. Отличительная особенность роторных вибраций состоит в том, что в подавляющем большинстве случаев они связаны с поперечными колебаниями роторов. Несмотря на то что проблеме колебаний роторов посвящен ряд монографий, сборников [1-5] и очень большое число публикаций, в инженерной практике часто возникают задачи, для которых разработанные алгоритмы непосредственно не могут быть применены.

Опыт эксплуатации существующих (рис. 1, а) и экспериментальной доводки создаваемых конструкций компрессоров для дизелей типа 6ТД показал, что на некоторых режимах работы двигателей может иметь место проседание упругих колец (рис. 1, б) в опорах. При этом характер зависимости упругой силы от смещения соответствующего сечения ротора фактически становится нелинейным (рис. 2), что ведет к увеличению эквивалентной жесткости опоры и, как следствие, критических скоростей ротора. Попадание же последних в диапазон рабочих частот вращения двигателя являлось непосредственной причиной разрушения узлов компрессора и выхода его из строя.