

ми токами позволяет определять минимальное значение полного тока, необходимое для ЭВ проводника с заданными геометрическими и динамическими прочностными характеристиками с учетом фазового состояния материала проводника. Таким же образом производится оптимизация тока при реализации процесса магнитоимпульсной штамповки (раздача труб, колец) и электровзрывных процессах соединения конструктивных элементов (электровзрывная сварка и пайка).

**Список литературы:** 1. Бурцев В.А., Калинин Н.В., Лучинский А.В. Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 288 с. 2. Воробьев Ю.С., Колодяжный А.В., Севрюков В.И., Янютин Е.Г. Скоростное деформирование элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1989. – 192 с. 3. Столович Н.Н. Электровзрывные преобразователи энергии. - Мн.: Наука и техника, 1983. - 151 с. 4. Exploding Wires. N.Y. Plenum Press, 1959, v.1. перевод: Взрывающиеся проволочки / под ред. А.А. Рухадзе. – М.: изд-во иностр. лит., 1963. – 341 с. 5. Электрический взрыв проводников / под ред. А.А. Рухадзе и И.С. Шпигеля. М.: Мир. - 1965. - 354 с.

*Поступила в редколлегию 05.04.02*

УДК 531

***В.М.ГРИЩЕНКО***, канд. техн. наук, ***А.Є. ТРУНІН***

## **ВИКОРИСТАННЯ СПЛАЙНІВ ТА СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ АПРОКСИМАЦІЇ НЕСТАЦІОНАРНИХ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В МАШИНАХ**

Запропоновано алгоритм апроксимації на окремих ділянках нестационарного динамічного процесу в машинах. При цьому для “повільної” складової використовується сплайн-апроксимація, а для “швидкої” – дискретне перетворення Фур’є.

Для контролю віброактивності та динамічної якості машин у більшості випадків є достатнім виконати аналіз вібраційних сигналів, що виникають при їх роботі. Метод частотного аналізу є одним з найбільш ефективних, але звичайно використовується тільки для стаціонарних процесів. На практиці виникає потреба визначати навантаження при нестационарних або перехідних режимах, які в багатьох випадках є нормальними режимами роботи важких машин, в тому числі з двигунами внутрішнього згоряння (ДВЗ). Причому нестационарний динамічний процес по суті є інтегральним, в якому на основний рух механізму як системи твердих тіл („повільний” процес) накладається ефект ряду вібраційних складових („швидкий” рух), які породжені пружністю ланок машини, та активізуються і зникають лише при певних умовах. В такі моменти має сенс вираз: „резонансний (усталений) рух системи на нестационарному режимі”. Виникає потреба у визначенні в таких випадках спектрального складу „швидких” складових, тобто практичне визначення „миттєвого”

складу спектру; наприклад визначення номерів резонуючих гармонік від зовнішнього збудження, визваного двигуном. Визначення поняття миттєвого спектру відоме і під ним розуміють спектральний аналіз відрізка процесу тривалістю  $T$ , що безпосередньо передує даному  $t$

$$F_T(v, t) = \int_{t-T}^t x(t) \cdot e^{-i2\pi vt} dt.$$

Практичне використання спектральних зображень приводить до гармонічного аналізу динамічних процесів. При цьому перетворення Фур'є використовується як селективне для виділення з заданого сигналу прихованих періодичностей. Періодичні та майже-періодичні функції мають дискретні спектри а разом з тим для зберігання потребують значних масивів. Корисна ж інформація, що міститься в них може бути зведена до більш компактної форми через апроксимацію цих процесів на відповідних ділянках.

Таким чином, для аналізу вибирається скінчений інтервал спостереження  $[t_0, t_0+T]$ , з відповідною скінченою дискретною вибіркою функції часу. Якщо досліджуваному процесу відповідає дискретний спектр, то можливо представити його апроксимацію у вигляді суми двох рухів

$$f(t) \cong z(t) + \sum_k (a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t); \quad (1)$$

де  $z(t)$  – „повільна” складова, яка відповідає рухові машини як системи твердих тіл. Це можуть бути середні значення швидкостей, пружних моментів на валах і т.д. Зокрема при визначенні момента двигуна по механічній характеристиці стійкі результати розрахунків динамічної поведінки машини мають місце коли він обчислюється по середнім значенням обертів колінчатого валу. Для виділення руху „повільного” використовується сплайн-апроксимація.

„Швидка” складова, сформована з вібраційних процесів і обмежується найбільш „сильними” гармоніками. Для виділення цих складових використовується селективне перетворення Фур'є.

**1. Сплайнова апроксимація „повільного” руху  $z(t)$ . Кубічний сплайн  $S(t)$ .** Скінчений інтервал спостереження  $[t_0, t_0+T]$  покривається двома системами сіток (рис. 1): власне задана скінчена дискретна вибірка функції  $f(t)$  з кроком  $\Delta t$  і „крупна” сітка для  $z(t)$  з кроком  $H$ , яка використовується для сплайн-апроксимації.

$$t_k = t_0 + k\Delta t; \quad (k = \overline{0, N}); \quad \Delta t = \frac{T}{N};$$

$$\tau_j = t_0 + jH; \quad (j = \overline{0, m}); \quad H = \frac{T}{m}.$$

Введемо до розгляду вектори

$$z = [z_0, z_1, z_2 \dots z_m]^T; \quad \varphi = [\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_m]^T,$$

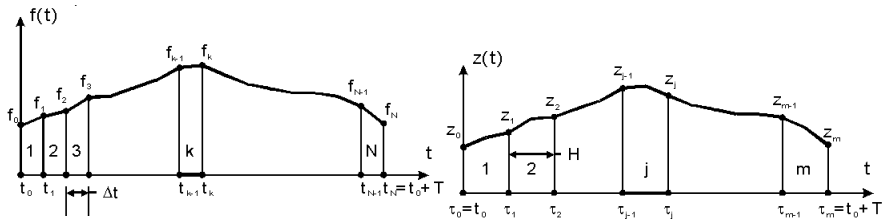


Рис. 1

де  $z$  — вектор вузлових значень функції  $z(t)$  на „крупній” сітці;  $\varphi$  — вектор вузлових значень першої похідної  $z(t)$ .

Для зображення „повільної” складової використовується сплайн-апроксимація, що має на інтервалі  $[t_0, t_0+T]$  неперервну другу похідну, і складається на окремих інтервалах  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$  із сплайнів третьої степені  $S(t)$  — кубічних поліномів. Кубічний сплайн  $S_j(t)$  на інтервалі  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$  зображується у вигляді:

$$S_j(t) = N_{1j}(t)z_{j-1} + N_{2j}(t)\varphi_{j-1} + N_{3j}(t)z_j + N_{4j}(t)\varphi_j; \quad (j = \overline{1, m}); \quad (2)$$

де коефіцієнти форми мають значення

$$N_{1j} = 1 - \frac{3}{H^2}(t - \tau_{j-1})^2 + \frac{2}{H^3}(t - \tau_{j-1})^3,$$

$$N_{2j} = (t - \tau_{j-1}) - \frac{2}{H}(t - \tau_{j-1})^2 + \frac{1}{H^2}(t - \tau_{j-1})^3,$$

$$N_{3j} = \frac{3}{H^2}(t - \tau_{j-1})^2 - \frac{2}{H^3}(t - \tau_{j-1})^3,$$

$$N_{4j} = -\frac{1}{H}(t - \tau_{j-1})^2 + \frac{1}{H^2}(t - \tau_{j-1})^3.$$

Для визначення  $(2m+2)$  невідомих  $z_j, \varphi_j$  використовуються умови неперервності у вузлах других похідних  $z(t)$

$$S_j''(\tau_j - 0) = S_{j+1}''(\tau_j + 0), \quad (3)$$

а також результат використання методу найменших квадратів для мінімізації функціоналу нев'язки динамічного процесу  $f(t)$ , заданого на інтервалі  $[t_0, t_0+T]$  у вигляді скінченної дискретної вибірки  $f_k$  і його сплайн-апроксимації на „крупній” сітці.

Функціонал нев'язки має вигляд

$$\Phi = \sum_{j=1}^m \sum_k [S_j(t_k) - f_k]^2, \quad (4)$$

де сума по  $k$  береться по всім точкам дискретної вибірки, які потрапляють в області визначення сплайна  $S_j(t)$ . Приходимо до системи алгебраїчних рівнянь відносно вузлових значень сплайна.

$$\begin{pmatrix}
 A\Phi_0 & B\Phi_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & M\Phi_0 & N\Phi_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 3 & 0 & -3 & \dots & 0 & 0 & H & 4H & H & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 3 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & H & 4H & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & -3 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & H & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 3 & 0 & -3 & 0 & 0 & \dots & H & 4H & H \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & C\Phi_m & A\Phi_m & 0 & 0 & \dots & 0 & N\Phi_m & M\Phi_m \\
 \hline
 Az_0 & Bz_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & A\Phi_0 & C\Phi_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 Bz_1 & Az_1 & Bz_2 & \dots & 0 & 0 & B\Phi_1 & A\Phi_1 & C\Phi_1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & Bz_2 & Az_2 & \dots & \dots & \dots & 0 & B\Phi_2 & A\Phi_2 & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & Bz_{m-1} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & C\Phi_{m-2} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & Bz_{m-1} & Az_{m-1} & Bz_m & 0 & 0 & \dots & B\Phi_{m-1} & A\Phi_{m-1} & C\Phi_{m-1} & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 0 & Bz_m & Az_m & 0 & 0 & \dots & 0 & B\Phi_m & A\Phi_m & 0
 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_{m-2} \\ z_{m-1} \\ z_m \\ \Phi_0 \\ \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_{m-2} \\ \Phi_{m-1} \\ \Phi_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ E_m \\ D_0 \\ D_1 \\ \vdots \\ D_{m-2} \\ D_{m-1} \\ D_m \end{pmatrix}$$

**2. Апроксимація „швидкої” складової динамічного процесу з допомогою дискретного перетворення Фур’є.** „Швидка” складова формується з „сильних” гармонік, що виділяються з сигналу  $x(t)$  — різниці сигналів — з допомогою дискретного перетворення Фур’є.

$$x(t) = f(t) - z(t), \quad (5)$$

де  $f(t)$  — досліджуваний процес;  $z(t)$  — його сплайн-апроксимація.

Пряме перетворення Фур’є розглядається як селективне у питанні виділення прихованих періодичностей

$$F(v) = \int_{t_0}^{t_0+T} x(t)e^{-i2\pi vt} dt; \quad x(t) = \int_0^{N/T} F(v)e^{i2\pi vt} dt. \quad (6)$$

Повний інтервал спостереження  $[t_0, t_0+T]$  різниці сигналів  $x(t)$  розбивається на  $N$  підінтервалів (рис. 2). На  $N$  під інтервалів розбивається також частотний інтервал (рис. 3).

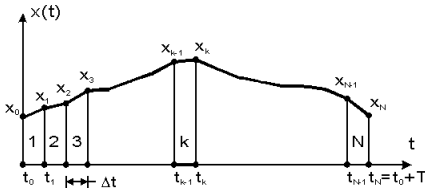


Рис. 2

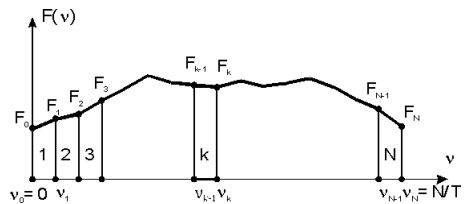


Рис. 3

$$\begin{aligned}
 \Delta t &= \frac{T}{N}; & t_k &= t_0 + k\Delta t, & k &= \overline{0, N}. \\
 \Delta v &= \frac{1}{T}; & v_k &= k\Delta v
 \end{aligned}$$

Вводимо наступні вектори

$$X = [x_0, x_1, x_2 \dots x_{N-1}]^T; \quad Y = [y_0, y_1, y_2 \dots y_{N-1}]^T, \quad (7)$$

де  $x_k = x(t_k)$ ;  $y_k = F(v_k) \cdot q^{-\frac{t_0}{\Delta t} \cdot k}$ .

При використанні Фур'є перетворення виконаємо наступні обчислення

$$F(v_n) = \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) e^{-i2\pi v_n t} dt = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i2\pi v_n t_k};$$

$$x_k = \int_0^{N/T} F(v) e^{i2\pi v t_k} dv = \Delta v \sum_{n=0}^{N-1} F(v_n) \cdot e^{i2\pi v_n t_k}; \quad (k, n = \overline{0, N-1}),$$

або

$$y_n = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} (q^n)^k x_k; \quad x_k = \Delta v \sum_{n=0}^{N-1} (q^{-k})^n y_n, \quad \left( q = e^{-i\frac{2\pi}{N}} \right)$$

Матрична форма запису для прямого перетворення має вигляд

$$\Delta t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & q & q^2 & \dots & q^{N-1} \\ 1 & q^2 & q^4 & \dots & q^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & q^{N-1} & q^{2(N-1)} & \dots & q^{(N-1)^2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{pmatrix}$$

Матриця зворотнього перетворення  $\tilde{W}$  має аналогічну структуру при заміні параметра  $q$  на спряжену величину  $q^{-1}$ . Таким чином, пряме та зворотнє ДПФ мають вигляд

$$\Delta t \cdot W \cdot X = Y; \quad \Delta v \cdot \tilde{W} \cdot Y = X. \quad (9)$$

Враховуючи властивості циклічності комплексного параметру  $q$ , значення всіх елементів матриць  $W$ ,  $\tilde{W}$  можуть бути визначені шляхом обчислення елементів тільки одного рядка. Це той шлях в цьому підході, який приводить до варіанту швидкого перетворення Фур'є. При цьому відсутні недоліки алгоритмів типу Кулі-Т'юкі, в яких розглядаються масиви дискретних вибірок процесу кількістю, що відповідає числам  $2^n$ .

Було написано програму, яка автоматизує приведену вище методику та допомагає візуально спостерігати результати розрахунків. З її допомогою виконано аналіз стаціонарних та нестаціонарних процесів, що мають місце в трансмісіях машин.

На рис. 4а. показано вхідний сигнал, який представляє собою швидкість розгону вала транспортного двигуна до виходу на стаціонарний режим. Процес складний, має чітко виражені явища резонансного характеру на нестаціонарній ділянці руху, та стаціонарний інтервал десь після 4 с. Суцільна лінія (рис. 4а) відповідає „повільній” складовій (сплайн-апроксимації) на всьому інтервалі спостереження  $[0; 6]$ , який розбито на 3 підінтервали. „Швидка” складова всього сигналу дає узагальнену інформацію про його спектральні

складові за цей час (рис. 4б). На мал. 4г приведено частотний спектр лише стаціонарної частини сигналу. Суттєвим моментом аналізу є скоріш дискретний характер спектру з чітко вираженими „сильними” гармоніками. Виділяється основна гармоніка, яка відповідає усталеним обертам колінчатого валу („повільна” складова на рис. 4а) та найближчі до неї. Вони домінують також на узагальненому спектрі (рис. 4б), але відсутні на „миттєвому” (рис 4е).

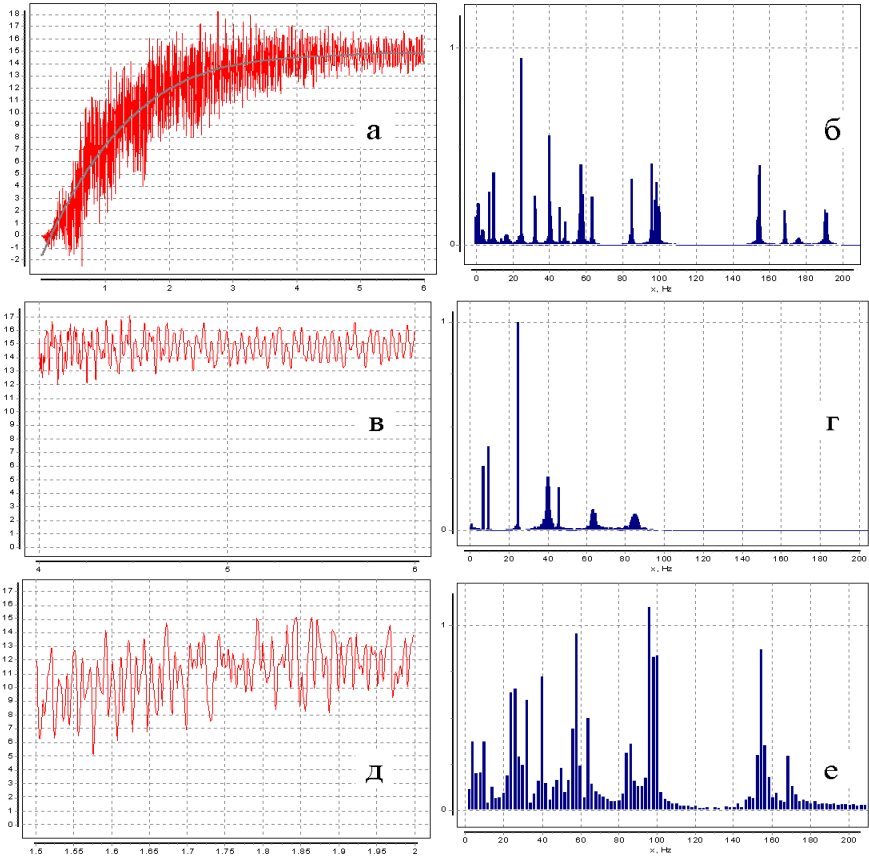


Рис. 4

Результати обчислення „миттєвого” спектру одержані, як приклад, для інтервалу [1,5; 2] і приведені на мал. 4е. Про апроксимаційні якості отриманої інформації можна судити з мал. 4в та 4д, на яких відтворено частини вхідного сигналу з використанням сплайн-апроксимації та 10 найбільш „сильних” гармонік „швидкої” складової і відповідних рис 4г та 4е.

Таким чином, приведена в роботі методика може бути корисною в сукупності з іншими засобами аналізу динамічної поведінки трансмісійних машин з ДВЗ.

**Список літератури:** 1. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения, Мир, 1990. 2. Харкевич А.А. Спектры и анализ, ГИТТЛ, М.:1957.

Надійшла до редколегії 10.04.2002.

УДК 629.7.02-192: 629:8.015.13

**П.Д.ДОЦЕНКО**, д-р.техн.наук, НАКУ “ХАИ”;  
**В.О.ПОВГОРОДНИЙ**, АПБУ

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПРИБОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

В цій статті розроблено методи аналізу надійності приладових конструкцій літальних апаратів з метою підвищення їх якості, виходячи з розрахунку параметрів динаміки цих конструкцій. Конструкції літальних апаратів знаходяться під впливом випадкових навантажень. Ці методи розрахунку необхідні для сертифікації приладових конструкцій, що встановлюються на літак АН-140.

Схемы современных конструкций приборов летательных аппаратов (ЛА) состоят из неоднородных тонкостенных элементов (пластин, оболочек, стержней), которые являются очень восприимчивыми к акустическим воздействиям, представляющим случайное поле. Высокие уровни этих воздействий, которые особенно характерны для космических ЛА, приводят к интенсивным вибрациям элементов панелей и во многом определяют усталостную прочность рассматриваемых конструкций. К настоящему времени уровень акустических воздействий может превосходить 170 дБ; в ближнем акустическом поле зарегистрированы давления до 180 дБ.

Предполагается, что блок воздушных параметров (БВП) находится при комплексном внешнем воздействии, которое включает:

- статическую нагрузку, представляющую распределенные усилия в средней поверхности;
- акустическое воздействие, представляющее случайное по пространственным координатам и времени поле пульсаций давления звукового диапазона частот.

Случайное поле считается стационарным по времени и однородным по пространственным координатам. В этом случае его спектральная плотность может быть представлена в виде

$$S_x(\xi, \eta, \omega) = S(\omega) \exp(-\alpha|\xi|) \cdot \exp(-\beta|\eta|), \quad (1)$$

где  $S(\omega)$  – спектральная плотность пульсаций давления однородного поля, представленная на рис.;

$\alpha, \beta$  – коэффициенты, характеризующие степень уменьшения корреляционной связи пульсаций вдоль координатных осей  $x$  и  $y$ ;

$$\xi = x - x'; \quad \eta = y - y'.$$