

левого желудочка. – К., 1991. – 212 с. 2. Кантор Б.Я., Мисюра Е.Ю. Напряженно-деформированное состояние модели левого желудочка сердца при инфаркте миокарда // Пробл. машиностроения. – 2002. – № 4, т. 5. – С. 92-101. 3. Кантор Б.Я., Мисюра Е.Ю. Метод конечных элементов в задачах биомеханики сердца // Медицина и ... – 2004. – № 1(10). – С. 23-31. 4. Lowe T.E., Love E.R. Cardiac aneurysms: a mechanical analysis of their deformation // J. Exp. Biol. Med. Sci. – 1948. – Vol. 26. – P. 497-513. 5. Mirsky I., McGill R.F., et. al. Mechanical behavior of ventricular aneurysms // Bull. Math. Biophys. – 1978. – Vol. 40. – P. 451-464. 6. Radhakrishnan S., Ghista D. N., et. al. Mechanical analysis of development of left ventricular aneurysms // J. Biomech. – 1980. – № 13. – P. 1031-1039. 7. Janz R. F, Waldron R.J. Predicted effect of chronic apical aneurysms on the passive stiffness of the human left ventricle // Circ. Res. – 1978. – Vol. 42. – P. 255-263. 8. Taber L.A., Podszus W. W. A laminated shell model for the infarcted left ventricle // Int. J.Solid and Structures. – 1997. – Vol. 34. № 2. – P. 223-241. 9. Usyk T.P., Mazhari R., et. al. Effect of laminar orthotropic myofiber architecture on regional stress and strain in the canine left ventricle // In: Cowin S.C., Humphrey J.D., eds. Cardiovascular Soft Tissue Mechanics, Dordrecht / Boston / London: Kluwer academic publishers. – 2001. – P. 143-164. 10. Снеддон И.Н., Берри Д.С. Классическая теория упругости / Под ред. Э.И. Григолюка. – М., 1961. – 219 с. 11. Кантор Б.Я., Яблунчанский Н.И. и др. Неинвазивная диагностика нарушений биомеханики левого сердца. – К., 1992. – 219 с.

*Поступила в редколлегию 29.04.04*

УДК 539.3

**Г.И.ЛЬВОВ**, докт.техн.наук; **В.И.ТАРАНЮК**, НТУ «ХПИ».

## **АНАЛИЗ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В АВТОФРЕТИРОВАННОМ ТОЛСТОСТЕННОМ ЦИЛИНДРЕ ПОСЛЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ.**

У даній роботі розглядається визначення залишкових напружень в автофретованому товстостінному циліндрі після механічної обробки. Приводиться аналітична постановка задачі. Чисельна реалізація проводиться в скінчено-елементному програмному комплексі ANSYS.

The paper discusses the common statement of problems of determination of residual stresses after autofrettage of a thick-walled cylinder and additional machining. Analytical statement of the given problem is resulted. Numerical realization is carried out in finite-element program complex ANSYS.

Остаточные напряжения могут возникать в твердых телах в результате различных физических процессов, связанных с изготовлением и обработкой изделий. Проблемам исследования остаточных напряжений уделяется значительное внимание [1-4].

Предметом исследования в рамках настоящей работы являются процессы предварительного упруго-пластического деформирования твердых тел с целью получения таких полей остаточных напряжений, которые позволяют снизить максимальные напряжения в условиях эксплуатации.

Для получения необходимого уровня остаточных напряжений, детали в процессе автофретирования подвергают пластическому деформированию, которому соответствуют значительные необратимые деформации. Это приводит к тому, что

размеры заготовок существенно меняются, и возникает необходимость последующей механической обработки изделия для достижения заданной точности.

Удаление части материала при механической обработке после автофретирования вызывает перераспределение остаточных напряжений. Математическое моделирование всех стадий таких процессов автофретирования и механической обработки требует постановки специальных задач упруго-пластического деформирования для тел с изменяющимися границами.

### 1. Постановка задачи автофретирования

Рассмотрим в геометрически линейной постановке задачу нахождения остаточных напряжений возникающих в результате упруго-пластического деформирования и разгрузки твердого тела.

Представим в системе криволинейных координат  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) тело, занимающее в исходном состоянии объем  $V$  с границей  $S = S_u \cup S_p$ , где  $S_u$  – часть поверхности, на которой заданы перемещения,  $S_p$  – часть поверхности с заданными внешними нагрузками. Нагружение тела и разгрузка при автофретировании рассматриваются как единый процесс во времени. Программа изменения внешних сил при автофретировании разбивается на ряд бесконечно малых приращений поверхностных  $dP_i$  и объемных  $dX_i$ .

Приращения внутренних напряжений  $d\sigma_{ij}$ , деформаций  $d\epsilon_{ij}$  и перемещений  $dU_i$  на каждом этапе времени  $dt$  должны удовлетворять системе уравнений

$$\begin{aligned} \nabla_i d\sigma_{ij} + dX_j &= 0 \\ d\epsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (\nabla_i dU_j + \nabla_j dU_i) \quad x \in V \\ d\epsilon_{ij} &= (C_{ijkl}^e + C_{ijkl}^p) d\sigma_{kl} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $\nabla_i$  - символ ковариантного дифференцирования в выбранной системе координат,  $C_{ijkl}^e$  - тензор упругих постоянных,  $C_{ijkl}^p$  - тензор пластической податливости, значения которого определяются на каждом этапе времени выбранной теорией пластичности.

Процессы деформирования при автофретировании являются весьма сложными. Возможны перемены знака напряжений и появление вторичных пластических деформаций.

Физические соотношения должны адекватно отражать количественные характеристики и качественные особенности процесса развития пластических деформаций, в частности, направленный характер упрочнения и эффект Баушингера. Этим требованиям удовлетворяет теория пластичности с трансляционным упрочнением [5-7]. Уравнение поверхности пластичности принято в виде:

$$f \equiv \frac{3}{2} (s_{ij} - ce_{ij}^p)(s_{ij} - ce_{ij}^p) - \sigma_T^2 = 0, \quad (1.2)$$

где  $s_{ij}$  – девиатор напряжений,  $e_{ij}^p$  – тензор пластических деформаций,  $C$ ,  $\sigma_T$  – механические характеристики материала.

Тензор пластической податливости для выбранного варианта теории пластичности имеет вид при активном нагружении:  $f = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$ :

$$C_{ijkl} = \frac{(s_{kl} - ce_{kl}^p)}{c(s_{mn} - ce_{mn}^p)(s_{mn} - ce_{mn}^p)} (s_{ij} - ce_{ij}^p). \quad (1.3)$$

Пластические деформации не возникают при нейтральном нагружении и разгрузке

$$C_{ijkl}^p = 0; \quad \begin{cases} f < 0; \\ f = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \leq 0. \end{cases} \quad (1.4)$$

Граничные условия определяются схемами закрепления и нагружения изделия в процессе автофретирования.

В результате численного анализа процесса нагружения и снятия внешней нагрузки можно получить распределение остаточных напряжений, сохраняющихся в теле после процесса автофретирования.

## 2. Изменение остаточных напряжений при механической обработке.

Построим математическую модель перераспределения остаточных напряжений после удаления части объема при механической обработке после автофретирования.

Удаление части объема детали в реальных технологических процессах происходит малыми порциями, что позволяет рассматривать этот процесс как непрерывный. Для многих видов механической обработки (резанье, шлифование) можно пренебречь на макро уровне дополнительными остаточными напряжениями, которые могут возникать при механической обработке.

Это позволяет считать, что единственной причиной изменения остаточных напряжений является удаление части объема, находящегося в напряженном состоянии. Пусть на интервале времени  $dt$  процесса механической обработки из тела удаляется малый объем  $dV$ , который имеет общую граничную поверхность  $dS^*$  с основным объемом тела.

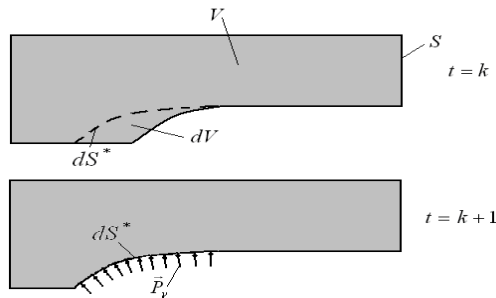


Рисунок 1 – Схема процесса удаления материала

На поверхности  $dS^*$  до удаления элементарного объема действуют внутренние остаточные напряжения  $\sigma_{ij}^k$ . В результате удаления объема  $dV$  в остающемся объеме  $V - dV$  возникает добавочное поле напряжений  $\sigma_{ij}^*$ . Это поле находится в результате решения краевой задачи для уравнений (1.1) для объема  $V - dV$  с нагрузкой на части поверхности  $dS^*$ . Вектор этой нагрузки

$$dP_{is} = -\sigma_{ij}^k n_j; \quad x \in dS^* \quad (2.1)$$

противоположен по направлению к внутреннему напряжению на поверхности  $dS^*$ .

В результате удаления элементарного объема  $dV$  остаточные напряжения изменяются на величину  $d\sigma_{ij}^*$

$$\sigma_{ij}^{(k+1)} = \sigma_{ij}^k + d\sigma_{ij}^*. \quad (2.2)$$

Здесь  $\sigma_{ij}^k, \sigma_{ij}^{k+1}$  остаточные напряжения в начале и в конце интервала времени  $dt$ , на котором удаляется объем  $dV$ .

### 3. Численные результаты.

В качестве примера использования предложенного метода рассматривается процесс автофреттирования с последующей механической обработкой толстостенного цилиндра переменной толщины представленного на рис. 2.

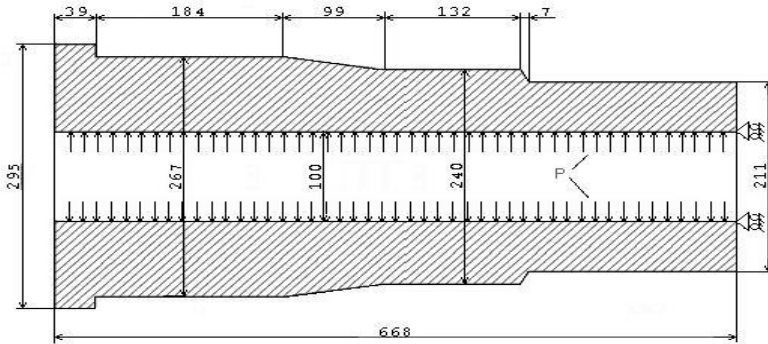


Рисунок 2 – Модель толстостенного цилиндра

Расчет производится в конечно-элементном программном комплексе ANSYS. На рис. 3 изображена конечно-элементная модель толстостенного цилиндра включающая в себя 10710 элементов PLANE 42, жирными линиями показаны три сечения с координатами  $y_1 = 552$  мм,  $y_2 = 396$  мм и  $y_3 = 136$  мм для которых в дальнейшем приводятся результаты расчета и строятся графики.

Технологический процесс автофреттирования производится внутренним

гидравлическим давлением по всей поверхности трубы за исключением крайних кольцевых поверхностей шириной 0,004 м. После автофретирования производится механическая обработка внутренней поверхности, заключающаяся в увеличении внутреннего радиуса цилиндра на 10 мм.

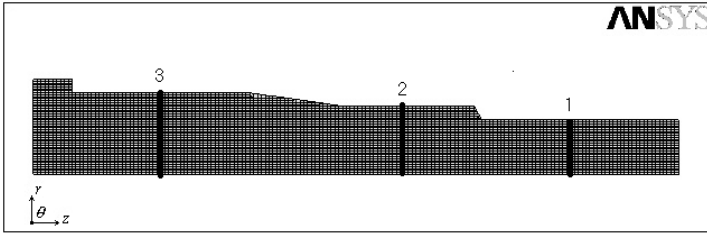


Рисунок 3 – Конечно-элементная модель с тремя контрольными сечениями

Для выполнения численных расчетов были приняты следующие характеристики материала цилиндра: модуль упругости  $E = 0,21 \cdot 10^6$  МПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,29$ ; предел текучести  $\sigma_T = 1200$  МПа; предел прочности  $\sigma_B = 1500$  МПа. Диаграмма деформирования  $\sigma(\varepsilon)$  аппроксимируется двумя линейными участками и учитывается идеальный эффект Баушингера.

Автофретирование производится давлением  $P = 1000$  Мпа. При этом давлении область пластических деформаций развивается на 60 % толщины стенки цилиндра для 1-го, 40 % для 2-го и 20 % для 3-го сечений, это можно видеть на рис. 4 из графика распределения окружных напряжений –  $\sigma_\theta^L$ . Перелом графика  $\sigma_\theta^L$  в точке перехода зоны пластических деформаций в упругие связан с описанием различными функциями упругого и пластического деформирования материала.

Следующим шагом расчета после нагружения является разгрузка, которая заключалась в снятии всех внешних нагрузок. В результате разгрузки в цилиндре образовались остаточные напряжения, возникающие из-за того, что деформирование при нагружении и разгрузке идет по различным законам. На рис. 4  $\sigma_r^{UL}$ ,  $\sigma_\theta^{UL}$  – графики распределения радиальных и окружных напряжений после разгрузки для 1-го сечения. Максимум окружных напряжений достигается на внутренней поверхности цилиндра при этом на участке с наименьшей толщиной (1-е сечение) величина радиальных и окружных напряжений самая высокая и составляет  $\sigma_r^{UL} = -133$  Мпа,  $\sigma_\theta^{UL} = -941$  Мпа. На участке с наибольшей толщиной (3-е сечение) напряжения минимальные  $\sigma_r^{UL} = -103$  Мпа и  $\sigma_\theta^{UL} = -784$  Мпа.

На последнем этапе расчета было получено распределение остаточных напряжений после расточки автофретированного толстостенного цилиндра.

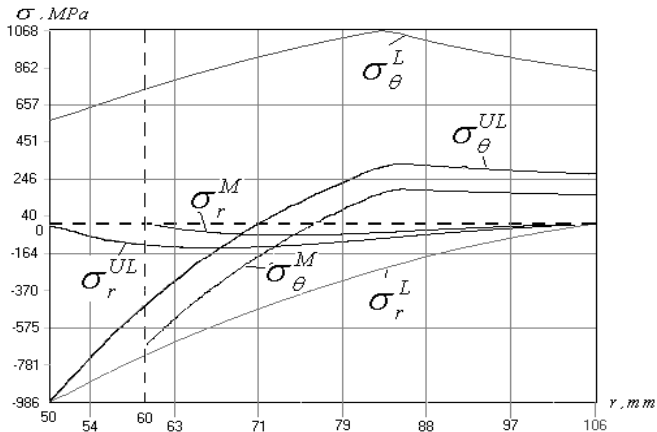


Рисунок 4 – Распределение напряжений в 1-м радиальном сечении

Проанализировав результаты можно сделать вывод о том, что деформации, возникающие в модели после расточки, направлены на восстановление ее прежней конфигурации, это связано с тем, что радиальные напряжения, возникающие при обработке, являются растягивающими, т.е. противоположно направленными к тем, которые имеются в модели. Максимальные значения напряжений достигаются, также как и после автофреттирования, на участке с наименьшей толщиной и составляют: радиальные  $\sigma_r^M = -63$  Мпа, окружные  $\sigma_\theta^M = -614$  Мпа, что на 52,5 % и 35 % меньше, чем до обработки.

**Список литературы:** 1. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 231 с. 2. Пономарев С.Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. 2. – М.: Машгиз, 1958. 3. M. Perl, R. Arony. An Axisymmetric Stress Release Method for Evaluating Autofrettage Level in Thick-Walled Cylinders, Part I -Basic Concept and Numerical Simulation // Trans. of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, 116 (4), 1994. – P. 384-388. 4. H. Jahed, R.N. Dubey. An Axisymmetric Method of Elastic-Plastic Analysis Capable of Predicting Residual Stress Field // Trans. of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, 119, 1997. – P. 264-273. 5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 399 с. 6. A.P.Parker, J.H.Underwood, D.P.Kendall Bauschinger Effect Design Procedures for Autofrettaged Tubes Including Material Removal and Sachs' Method // Trans. of the ASME, J. of Pressure Vessel Technology, 121, 1999. – P. 430-437. 7. Jiang W. The elastic-plastic analysis of tubes. 1. General theory. 2. Variable loading. 3. Shakedown analysis. 4. Thermal ratchetting. // Trans. ASME. J. Pressure Vessel tecnol. – 1992. – 114. № 2. – P. 213-245.

Поступила в редколлегию 05.06.04