

УДК 621.928.3

*С.П.ИГЛИН*, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

## **ВЕСОВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РОТОРОВ ЦЕНТРИФУГ ПРИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ПРОЧНОСТНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ**

Розв'язується задача мінімізації маси ротора центрифуги. Змінюється його геометрія в заданих границях при обмеженні на максимальне еквівалентне напруження. Використовується квазіньютонівський метод оптимізації, для якого необхідний градієнт цільової функції та нелінійних обмежень. Лінійні обмеження враховуються шляхом зменшення кроку одновимірного пошуку. Задача аналізу розв'язується за допомогою МСЕ, використовується двовимірний осесиметричний скінченний елемент трикутного перерізу. Градієнти цільової функції на нелінійних обмежень знаходяться аналітично, без чисельного диференціювання. Наведений приклад.

The minimization problem for masse of rotor of centrifuge is solved. It's geometry changes in the defined limits with restriction on maximal equivalent stress. A quazi-Newton optimization method is used, for which it's necessary the gradient of the objective function and nonlinear restrictions. Linear restrictions are considered by reduction of a step of 1D search. The analysis problem is solved by FEM, 2D axisymmetrical finite element of triangular intersection is used. Gradients of the objective function and nonlinear restrictions is found analytically, without numerical differentiation. The example is presented.

**1. Постановка задачі.** Ротор центрифуги представляет осесимметричную конструкцию [1]. На рис. 1 показано его сечение. Конструктивно ротор состоит из трех частей: днища, обечайки и крышки. При работе в него загружается фугуемый

материал (обычно это суспензия), и при вращении ротора происходит фильтрация или осаждение отдельных фракций. Роторы изготавливаются из дорогостоящей легированной стали. Снижение их материалоемкости приводит к уменьшению расходов на производство и эксплуатацию, что является актуальной задачей.

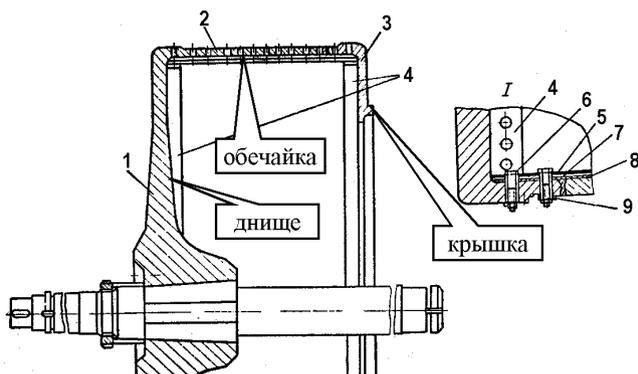


Рисунок 1 – Сечение ротора центрифуги

Достигнуть такого снижения можно за счет изменения геометрии сечения, но изменять ее можно лишь в заданных пределах. Эти ограничения (их называют конструктивными) обычно задаются в явном виде. Чаще всего они являются линейными функциями варьируемых параметров. Но даже в случае нелинейных зависимостей их аналитический вид известен.

Кроме конструктивных, есть еще ограничения по прочности, жесткости, надежности, вибрациям и т.д. Такие ограничения (их можно обобщенно назвать прочностными) в явном виде записаны быть не могут, так как они являются следствием решения задач о напряженно-деформированном состоянии, надежности, свободных или вынужденных колебаниях и т.п. В общем случае эти ограничения являются нелинейными.

Таким образом, имеем задачу оптимизации при линейных и нелинейных ограничениях. При этом целевая функция (масса или объем) вычисляется быстро, конструктивные ограничения также, а для вычисления прочностных ограничений нужно решать соответствующую задачу анализа, поэтому они вычисляются медленнее.

Первые попытки решения данной задачи для роторов центрифуг были приняты автором в работах [2, 3] и др. с использованием поисковых методов оптимизации и конечного элемента в виде тонкой осесимметричной конической оболочки. Однако не все конструктивные части ротора могут быть адекватно описаны этим типом элемента. Например, ступица (место насадки ротора на вал) не является тонкой оболочкой, а именно там, возможно, и кроются значительные резервы снижения веса. Поэтому в данной статье для решения задачи анализа применяется осесимметричный кольцевой элемент треугольного сечения [4].

Все соотношения МКЭ могут быть аналитически продифференцированы [5, 6], поэтому вместо поисковых методов оптимизации можно применить более

эффективные методы, использующие градиент. В настоящее время наилучшими среди них признаны квазиньютоновские методы, или методы переменной метрики с использованием различных формул для аппроксимации гессиана [7, 8]. В своей классической постановке эти методы являются методами оптимизации без ограничений. В [7] предложен метод учета линейных ограничений-неравенств путем уменьшения шага одномерного поиска и скольжения вдоль активных ограничений. Использование этого подхода в данной статье обусловлено тем, что линейные конструктивные ограничения не должны нарушаться ни в конечном проекте, ни в процессе оптимизационного поиска, так как иначе можно получить физически не реализуемую конструкцию. Но нелинейные прочностные ограничения на промежуточных итерациях могут нарушаться. Главное, чтобы они выполнялись в окончательном проекте. Поэтому в данной статье для учета нелинейных прочностных ограничений применяется метод проекции квазиньютоновского направления [8].

Таким образом, целью настоящей статьи является решение задачи весовой оптимизации роторов центрифуг при линейных конструктивных и нелинейных прочностных ограничениях с использованием современных методов оптимизации.

**2. Метод оптимизации.** Основная идея квазиньютоновских методов заключается в том, что нелинейная целевая функция  $y(\mathbf{x})$  аппроксимируется на каждом шаге оптимизации квадратичной моделью:

$$y = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + (\mathbf{g}, \mathbf{x}) + b, \quad (1)$$

где  $\mathbf{g}$  – градиент, а  $\mathbf{H}$  – гессиан. Направление одномерного поиска и величина шага задаются исходя из решения задачи на экстремум для этой модели:

$$\mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{g} = 0. \quad (2)$$

Перед началом  $(k+1)$ -го шага у нас есть значение целевой функции  $y_{k+1}$  и ее градиента  $\mathbf{g}_{k+1}$  в точке  $\mathbf{x}_{k+1}$ . Если бы был известен еще и положительно-определенный гессиан  $\mathbf{H}_{k+1}$ , то из решения системы (2) мы бы нашли новую точку  $\mathbf{x}_{k+2}$ . В квазиньютоновских методах гессиан не вычисляется, а аппроксимируется на каждом шаге по значениям аргументов и градиентов на двух предыдущих шагах. Различные авторы предлагают разные формулы для обновления гессиана. В настоящее время лучшей признана BFGS-формула, названная так по первым буквам фамилий авторов: Broyden, Fletcher, Goldfarb и Shanno. Согласно ей гессиан для следующего шага  $\mathbf{H}_{k+1}$  вычисляется так:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{s}_k} - \frac{\mathbf{H}_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \mathbf{H}_k}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{s}_k}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k \quad (4)$$

– последнее приращение аргументов; а

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k \quad (5)$$

– последнее приращение градиента. Эта формула обеспечивает симметричность и положительную определенность гессиана на каждом шаге оптимизации. Перед первым шагом гессиан  $\mathbf{H}_1$  задается в виде диагональной матрицы с положительными (обычно достаточно большими) элементами. Тогда первый шаг фактически

проводится в направлении антиградиента, и он будет малым по величине. После каждого следующего шага проводится обновление гессиана по формуле (3).

Различные реализации метода отличаются, в частности, разными схемами проведения одномерного поиска в квазиньютоновском направлении  $\mathbf{d}$ , которое получается из решения уравнения (2):

$$\mathbf{d} = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}. \quad (6)$$

Так как мы можем вычислять и целевую функцию, и ее градиент, то целесообразно использовать эту информацию и в процессе одномерного поиска. Зная в двух точках  $x_1$  и  $x_2$  значения функции и ее производной в направлении  $\mathbf{d}$  (4 параметра), строим по ним кубическую параболу и находим ее минимум  $x_3$ , как показано на рис. 2. Здесь через  $g_1$  и  $g_2$  обозначены производные от целевой функции  $y$  по направлению одномерного поиска  $\mathbf{d}$  в точках  $x_1$  и  $x_2$ .

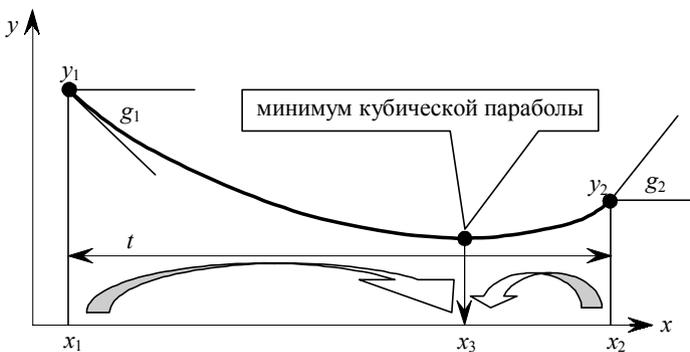


Рисунок 2 – Одномерный поиск минимума целевой функции

Если в начальной точке итерации  $g_1 > 0$ , то данное направление поиска признается неудачным. Возвращаемся к диагональному гессиану, то есть следующий шаг будем проводить в направлении антиградиента, где точно будет  $g_1 < 0$ . Если же  $g_1 < 0$ , проводим шаг длиной  $t$  в направлении  $\mathbf{d}$  – получаем точку  $x_2$ . Вычисляем в этой точке функцию  $y_2$  и ее градиент, по которому находим  $g_2$ . Если выполняются одновременно два условия:  $y_2 < y_1$  и  $g_2 < 0$ , то продолжаем поиск в направлении  $\mathbf{d}$  увеличивающимися шагами (коэффициент увеличения  $t$  можно задать, например, 2), пока хотя бы одно из этих условий не будет нарушено. Теперь точно известно, что между двумя последними точками находится минимум кубической параболы – точка  $x_3$ . Находим в этой точке целевую функцию  $y_3$ , ее градиент, и из трех значений целевой функции  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$  выбираем минимальное – это и будет результат итерации. Если минимальным будет  $y_1$ , то вначале пытаемся вернуться к диагональному гессиану, а если это не помогает, уменьшаем шаг  $t$  вдвое.

Значение шага  $t$ , полученное на данной итерации, будет начальным шагом на следующей итерации. Таким образом, в процессе оптимизационного поиска длина шага  $t$  может как увеличиваться, так и уменьшаться, адаптируясь к поведению целевой функции. Критерий выхода – уменьшение шага  $t$  до заданной малой величины, когда гессиан уже диагональный.

Стандартный квазиньютоновский метод – это метод оптимизации для целевой функции без ограничений. Однако в данной задаче есть линейные конструктивные и нелинейные прочностные ограничения. Конструктивные ограничения в общем случае записываются так:

$$Ax \leq b, \quad (7)$$

где матрица  $A$  и вектор  $b$  считаются заданными. Эти ограничения должны выполняться на любой итерации оптимизационного поиска, так как иначе может получиться физически не реализуемая конструкция.

Для учета ограничений вида (7) применяется метод, основанный на уменьшении шага  $t$  до ближайшего ограничения и скольжении вдоль активных ограничений. Для начала работы требуется стартовать из допустимой точки, которая может находиться внутри или на границе области, заданной ограничениями (7). Мы определяем по (6) направление поиска  $d$  и проводим одномерный поиск, как описано выше. Если он заканчивается во внутренней точке или на границе области (7), то никаких изменений алгоритма нет. Если же он указывает на недопустимую точку, то, чтобы предотвратить выход из области (7), используем такие изменения в алгоритме.

Во-первых, если одномерный поиск дает недопустимую точку, проводим его только до ближайшей границы, как показано на рис. 3 слева. И, во-вторых, если точка  $x_1$  находится на границе, а вектор  $d$  направлен наружу из области, проектируем  $d$  на активные ограничения и движемся по полученному направлению, как показано на рис. 3 справа. При этом предыдущее изменение остается в силе: мы можем двигаться не дальше, чем до следующего ограничения. На рис. 3  $x_1, x_2$  – это направление, вдоль которого проводится одномерный поиск не далее, чем до точки  $x_2$ .

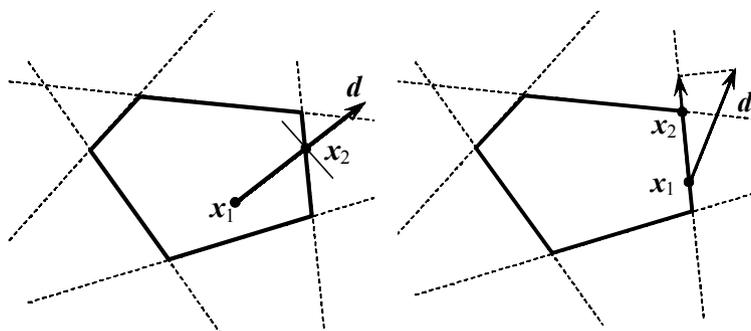


Рисунок 3 – Уменьшение шага до ближайшего линейного ограничения (слева) и скольжение вдоль активных линейных ограничений (справа)

Такая стратегия позволяет уменьшать размерность задачи при движении вдоль линейных ограничений. Кроме того, быстро выявляются угловые точки, если в них достигается минимум целевой функции.

Рассмотрим теперь ограничения по прочности. Структура нашей задачи такова, что достаточно задать только одно нелинейное ограничение: на максимальное эквивалентное напряжение. Пусть после старта из допустимой точки, учета линейных ограничений и нахождения точки  $x_2$  в ней нарушается нелинейное огра-

значение, левую часть которого обозначим через  $c(x)$ :

$$c(x) > 0. \tag{8}$$

Эта ситуация показана на рис. 4 слева. Градиент нелинейного ограничения  $h(x)$  известен, поэтому можно вычислить его проекции на  $d$ :  $h_1$  и  $h_2$ . По 4-м значениям:  $c_1$ ,  $h_1$ ,  $c_2$  и  $h_2$  строим кубическую параболу и находим ее корень – точку  $x_3$ , как показано на рис. 5. Затем уточняем полученное значение с помощью последовательной кубической аппроксимации, пока равенство  $c(x)=0$  не начнет выполняться с заданной точностью по аргументам.

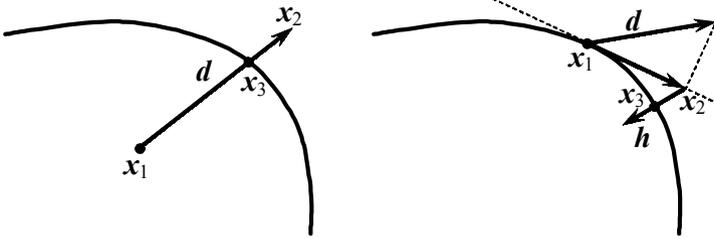


Рисунок 4 – Уменьшение шага до нелинейного ограничения (слева) и скольжение вдоль касательной к нелинейному ограничению (справа)

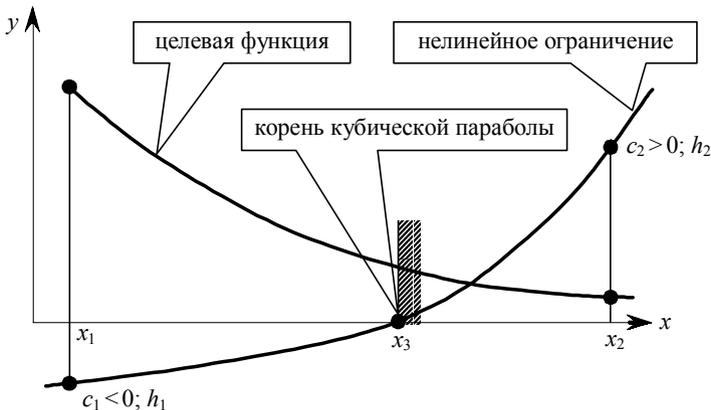


Рисунок 5 – Одномерный поиск при нарушении нелинейного ограничения

На следующем шаге точка  $x_1$  будет находиться на нелинейном ограничении. Если при этом вектор  $d$  будет направлен в сторону увеличения функции  $c(x)$ , как показано на рис. 4 справа, проектируем его на гиперплоскость, касательную к ограничению, и идем в этом направлении. Затем в полученной точке  $x_2$  проводим коррекцию в направлении антиградиента к функции  $c(x)$ , пока не достигнем ограничения. Для этого также используем кубическую аппроксимацию.

**3. Вычисление целевой функции, нелинейного ограничения и их градиентов.** Целевой функцией в данной задаче является объем, занимаемый материа-

лом ротора, а нелинейным ограничением – максимальная интенсивность напряжений. Для расчетов используется МКЭ. Конечный элемент – кольцевой треугольного поперечного сечения. Функции перемещений задаются линейными по осевой  $x$  и радиальной  $r$  координатам. По окружной координате нагружение и все параметры считаются осесимметричными.

Обозначим координаты узлов  $k$ -го элемента, перенумерованные против часовой стрелки, через  $M_1(x_{k1}, r_{k1})$ ,  $M_2(x_{k2}, r_{k2})$ ,  $M_3(x_{k3}, r_{k3})$ . Тогда целевая функция – объем, занимаемый материалом ротора, подсчитывается по формуле:

$$y = V = \frac{\pi}{3} \sum_{k=1}^m (r_{k1} + r_{k2} + r_{k3}) \begin{vmatrix} 1 & x_{k1} & r_{k1} \\ 1 & x_{k2} & r_{k2} \\ 1 & x_{k3} & r_{k3} \end{vmatrix}, \quad (9)$$

где  $m$  – количество конечных элементов. Для вычисления нелинейного ограничения  $c(x)$  строятся матрица жесткости конструкции  $K$ , вектор узловых усилий конструкции  $f$  и решается основное уравнение МКЭ:

$$Ku = f, \quad (10)$$

из которого находятся узловые перемещения  $u$ . После этого находится вектор, состоящий из компонент тензора напряжений  $\sigma$  в серединах элементов:

$$\sigma = Gu, \quad (11)$$

где  $G$  – матрица перехода от узловых перемещений к компонентам тензора напряжений. В задачах механики обычно интересуются не отдельной координатой вектора напряжений  $\sigma$ , а некоторым эквивалентным напряжением, которое характеризует уровень напряженного состояния в данной точке. В наиболее часто употребляемых теориях прочности квадрат эквивалентного напряжения в элементе номер  $k$ , который мы обозначим через  $\sigma_{eqk}^2$ , можно представить в виде квадратичной формы координат вектора  $\sigma$ :

$$\sigma_{eqk}^2 = (A_k \sigma, \sigma), \quad (12)$$

где  $A_k$  – положительно определенная или полуопределенная числовая матрица, которая зависит от теории прочности и точки, в которой вычисляется координата вектора  $\sigma_{eq}^2$ . Роторы центрифуг изготавливаются из легированной стали, поэтому в данной статье используется наиболее подходящая для этого материала гипотеза прочности, связанная с вычислением интенсивности напряжений. Тогда нелинейное ограничение  $c(x)$  в нашей задаче – это максимальная интенсивность напряжений минус допускаемая:

$$c(x) = \max_{\forall k} \sigma_{eqk} - \sigma_0. \quad (13)$$

Рассмотрим вычисление градиента целевой функции (9) и нелинейного ограничения (13). Изменение формы конструкции (в нашей задаче – изменение профиля сечения ротора центрифуги) сводится к изменению линейных или угловых размеров, радиусов закруглений и т.д. Эти изменения могут быть формализованы и представлены вектором варьируемых переменных  $x$ , координаты которого изменяются в пределах ограничений (7).

Обозначим какую-либо координату вектора  $x$  через  $b$ . Изменение  $b$  приводит к изменению координат узлов некоторых элементов. Производные по  $b$  могут

быть выражены через производные по этим координатам из геометрических соотношений. На рис. 6 показаны две типичные ситуации: когда изменяется линейный размер (слева) и угловой (справа). Изменение  $b$  вызывает изменение положения узлов 1, 2, 3. Если  $b$  – линейный размер, то частная производная по  $b$  связана с производными по  $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$  соотношением:

$$\frac{\partial}{\partial b} = \left( \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \cos \alpha + \left( \frac{\partial}{\partial r_1} + \frac{\partial}{\partial r_2} + \frac{\partial}{\partial r_3} \right) \sin \alpha, \quad (14)$$

а если угловой – то:

$$\frac{\partial}{\partial b} = \left( \frac{\partial}{\partial r_1} (x_1 - x_0) + \frac{\partial}{\partial r_2} (x_2 - x_0) + \frac{\partial}{\partial r_3} (x_3 - x_0) \right) - \left( \frac{\partial}{\partial x_1} (r_1 - r_0) + \frac{\partial}{\partial x_2} (r_2 - r_0) + \frac{\partial}{\partial x_3} (r_3 - r_0) \right), \quad (15)$$

где  $(x_0, r_0)$  – координаты центра, от которого измеряется угол  $b$ . Аналогично формулам (14, 15) можно вывести производные по другим размерам: радиусу окружности, полуосям эллипса и т.д. Входящие в (14, 15) производные по любым координатам любых узлов от целевой функции  $V$  находятся дифференцированием выражения (9), которое может быть проведено аналитически.

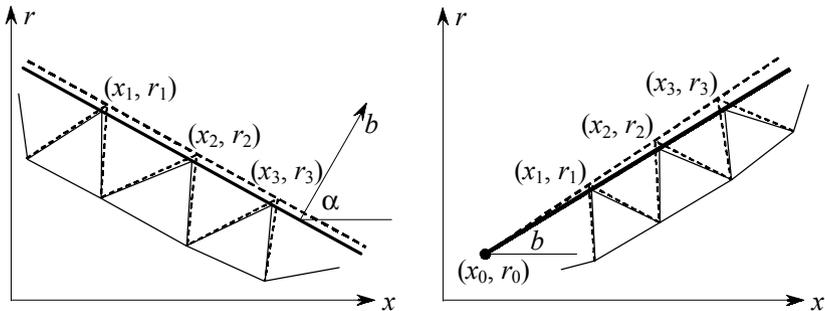


Рисунок 6 – Изменение линейного размера сечения (слева) и углового (справа)

Для вычисления производных от нелинейного ограничения (13) нужно дифференцировать соотношения МКЭ. Матрицы жесткости, перехода от перемещений к напряжениям и вектор узловых усилий конечного элемента вычисляются по заданным формулам. Компоненты этих матриц и векторов зависят от координат узлов, и аналитический вид этих зависимостей известен. Их можно аналитически продифференцировать и тем самым вычислить производные от этих матриц и векторов по координатам узлов. Теперь, используя (14, 15) и аналогичные формулы, находим производные от матриц и векторов элемента по любому изменяемому размеру конструкции  $b$ .

Матрицы и векторы-производные для всей конструкции получаются суммированием матриц и векторов-производных отдельных элементов. Это суммирование выполняется быстрее, чем для исходных матриц, так как от данного параметра

обычно зависят координаты не всех, а только некоторых узлов. Например, если мы варьируем границу, как показано на рис. 6, то изменятся координаты только тех узлов, которые на ней находятся. Таким образом, мы можем без численного дифференцирования вычислять производные по параметру  $b$  от матрицы жесткости  $\partial K/\partial b$ , вектора узловых усилий  $\partial f/\partial b$  и матрицы перехода от перемещений к напряжениям  $\partial G/\partial b$ .

Дифференцируя основное уравнение МКЭ (10), находим производную от вектора узловых перемещений  $\mathbf{u}$  из решения системы:

$$\mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial b} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial b} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial b} \mathbf{u}. \quad (16)$$

Далее дифференцируем (11):

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial b} = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial b} \mathbf{u} + \mathbf{G} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial b} \quad (17)$$

и находим из этого уравнения  $\partial \boldsymbol{\sigma}/\partial b$ . Потом дифференцируем (12):

$$\frac{\partial \sigma_{eq_k}}{\partial b} = \frac{1}{\sigma_{eq_k}} \left( A_k \boldsymbol{\sigma}, \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial b} \right). \quad (18)$$

Выбирая из этого вектора координату  $k$ , соответствующую  $\max_{\forall k} \sigma_{eq_k}$ , получим производную от нелинейного ограничения (13) по варьируемому параметру  $b$ .

**4. Численный пример.** На рис. 7 изображена расчетная модель ротора центрифуги ФГН-1800. Закрепление – жесткая заделка на валу. Материал – легированная сталь: модуль Юнга  $2 \times 10^{11}$  Па, коэффициент Пуассона 0,3; плотность 7800 кг/м<sup>3</sup>. Ротор нагружен 700 кг суспензии и вращается с угловой скоростью 720 об/мин. При работе возникают объемные и поверхностные нагрузки от центробежных сил. Объемные силы действуют в каждом конечном элементе, а поверхностные – на внутренней поверхности обечайки. Нагружение считаем осесимметричным.

При показанных на рис. 7 размерах объем  $V$ , занимаемый материалом ротора, составляет 0,6203 м<sup>3</sup>. Попытаемся за счет перераспределения материала уменьшить объем (то есть вес) ротора, не выходя за допускаемую интенсивность напряжений  $\sigma_0 = 160$  МПа.

Варьируемые параметры (они показаны на рис. 7) и границы их изменения были взяты следующие:

- $x_1 = 0,05 \in [0; 0,05]$  – аксиальная координата точки излома усиливающей ступицы;
- $x_2 = 0,4 \in [0,15; 0,4]$  – ее же радиальная координата;
- $x_3 = -0,1 \in [-0,1; -0,02]$  – аксиальная координата толстой части днища;
- $x_4 = -0,07 \in [-0,07; -0,02]$  – аксиальная координата тонкой части днища;
- $x_5 = 0,07 \in [0,02; 0,07]$  – толщина части обечайки, прилегающей к днищу;
- $x_6 = 0,07 \in [0,02; 0,07]$  – толщина части обечайки, прилегающей к крышке;
- $x_7 = 0,05 \in [0,02; 0,05]$  – толщина средней части обечайки;
- $x_8 = 0,05 \in [0,02; 0,05]$  – толщина крышки.

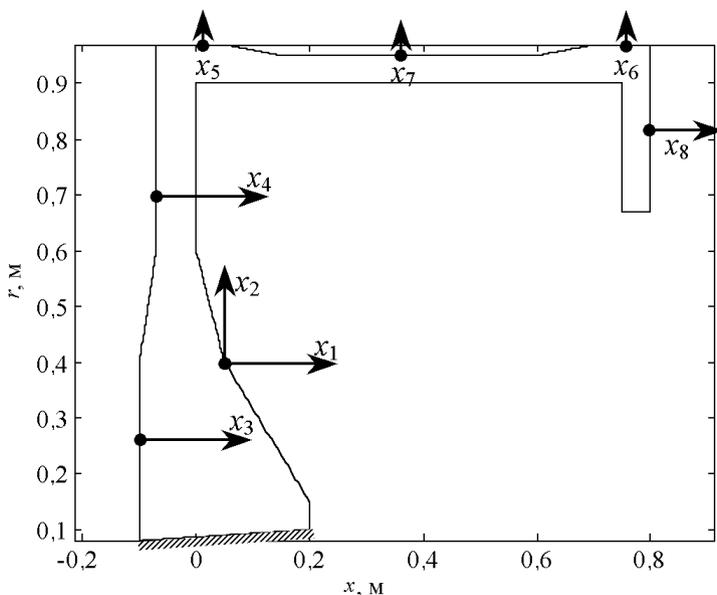


Рисунок 7 – Модель ротора центрифуги ФГН-1800

Кроме указанных выше границ изменения переменных, из конструктивных соображений имеют место ограничения:

$$x_3 \leq x_4; \quad x_5 \geq x_7; \quad x_6 \geq x_7. \quad (19)$$

Разбивка исходного сечения на конечные элементы и перемещения (в масштабе) показаны на рис. 8. В исходной модели максимальная интенсивность напряжений почти равна допустимой: 159,59 МПа, и она достигается в середине обечайки на ее внутренней поверхности.

За 14 вычислений целевой функции (объема) и нелинейного ограничения (максимальной интенсивности напряжений) удалось уменьшить объем ротора в 2 раза, до значения 0,3089 м<sup>3</sup>. При этом линейные и нелинейное ограничения не нарушились. Максимальная интенсивность напряжений в оптимизированном варианте приблизилась к 160 МПа. Найденные значения аргументов:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0; & x_5 &= 0,04942; \\ x_2 &= 0,15; & x_6 &= 0,04942; \\ x_3 &= -0,02; & x_7 &= 0,04942; \\ x_4 &= -0,02; & x_8 &= 0,02. \end{aligned} \quad (20)$$

Сечение и линии уровня интенсивностей напряжений в оптимизированном варианте показаны на рис. 9.

**5. Выводы и направление дальнейших исследований.** В статье рассматривается актуальная проблема: снижение расхода дорогостоящей легированной стали при производстве роторов центрифуг без ущерба их прочности. Для этого

решается задача весовой оптимизации при линейных (конструктивных) и нелинейных (прочностных) ограничениях. Варьируется (в заданных пределах) форма сечения ротора.

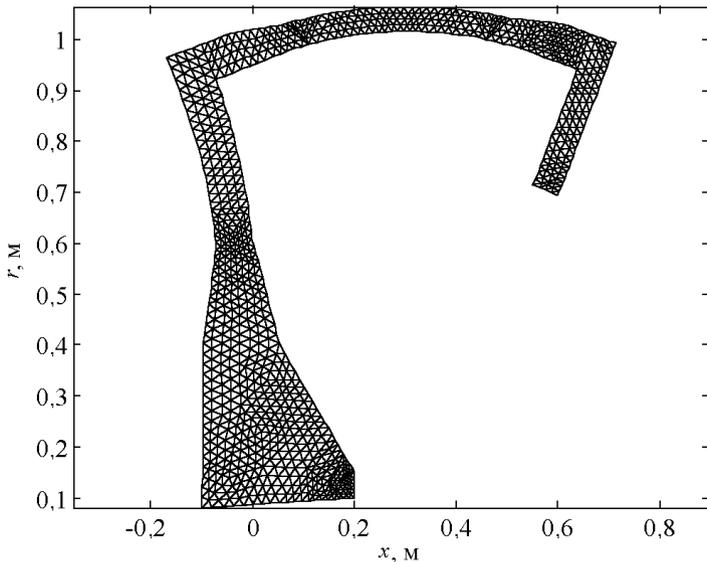


Рисунок 8 – Разбивка на конечные элементы и перемещения

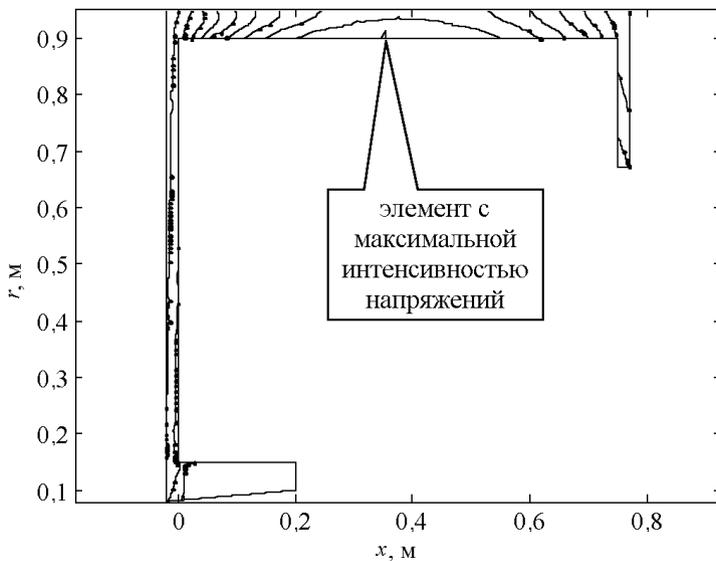


Рисунок 9 – Интенсивности напряжений в оптимизированном варианте модели ротора центрифуги

Структура целевой функции и ограничений позволяют без численного дифференцирования вычислять их градиенты. Это дает возможность применить при решении эффективный метод оптимизации.

Численный пример показывает большие резервы снижения веса роторов за счет уменьшения толщины ступицы, днища, крышки и торцов обечайки. В дальнейшем предполагается учесть несимметричную природу нагружения, ее случайный характер и реальные конструктивные ограничения.

**Список литературы:** 1. Лукьяненко В.М., Таранец А.В. Промышленные центрифуги. – М.: Химия, 1974. – 376 с. 2. Богомолов С.И., Жовдак В.А., Иглин С.П. Весовая оптимизация роторов центрифуг с учетом случайного нагружения // Динамика и прочность тяжелых машин. – Вып. 4. – Днепропетровск, 1979. – С. 127-131. 3. Иглин С.П. Весовая оптимизация осесимметричных оболочек при ограничении на перемещения // Динамика и прочность машин. – Вып. 41. – Харьков, 1985. – С. 93-99. 4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 318 с. 5. Harscher P., Amari S., Vahldieck R. etc. Analytical gradient evaluation of cost functions in general field solvers // A novel approach for optimization of microwave structures. IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium MTT-S, Boston, June 2000. 6. Симсон Э.А., Назаренко С.А., Зюзин А.Ю., Любецкая В.Б. Анализ чувствительности при комбинированном статико-динамическом нагружении конструкций // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – № 12. – Харьков, 2003. – С. 125-129. 7. Иглин С.П. Оптимизация формы осесимметричных конструкций по прочностным и динамическим критериям // Складні системи і процеси. – № 2. – Запоріжжя, 2002. – С. 67-77. 8. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: В 2-х кн. – М.: Мир, 1986. – 352+320 с.

*Поступила в редколлегию 05.03.2008.*