

УДК 539

***Л.В.АВТОНОМОВА***, канд.тех.наук; ***С.Ю.ПОГОРЕЛОВ***, канд.тех.наук;  
***И.Д.ПРЕВО***; ***В.Л.ХАВИН***, канд.тех.наук; НТУ «ХПИ», Харьков

### **ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ФРЕЗЕРОВАНИЯ**

Запропонована уточнена математична модель для розрахунку вібрацій інструмента при фрезеруванні. На відміну від традиційної моделі з двома мірами свободи модель має п'ять мір свободи, що забезпечує більш високу точність розрахунків.

A refined mathematical model for calculating tools selection in milling is suggested. Unlike traditional models with two degrees of freedom this model has five degrees of freedom that allows more precise calculations.

Вибрации, возникающие в процессе обработки металлов резанием, в частности путем фрезерования поверхностей, во многом определяют качество поверхностного слоя.

Вследствие этого большое значение имеет адекватное математическое описание модели самовозбуждающихся вибраций, возникающих в процессе

фрезерования при взаимном влиянии системы инструмента и системы детали и учетом дополнительных степеней свободы колебательной системы, что в отличие от известных моделей [1-3] обеспечивает более высокую точность расчетов характеристик вибрационного процесса.

В настоящей работе предлагается при моделировании вибрационного процесса для фрезы кроме степеней свободы в двух направлениях главных осей, лежащих в плоскости, перпендикулярной оси инструмента, учитывать еще и степени свободы, связанные с инерцией поворота фрезы и возможностью ее кручения. Введение дополнительных степеней свободы позволяет учесть влияние этих видов перемещений на вибрационные процессы для фрез, имеющих существенные инерционные характеристики.

Система дифференциальных уравнений, которые описывают процесс развития вибраций инструмента-фрезы как системы с 5-ю степенями свободы имеет следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} m_x \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \eta_x \frac{\partial x}{\partial t} + C_x x = P_x(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t); \\ m_y \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \eta_y \frac{\partial y}{\partial t} + C_y y = P_y(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t); \\ I_{IHX} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} + \eta_{\psi_x} \frac{\partial \psi_x}{\partial t} + C_{\psi_x} \psi_x = M_x(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t); \\ I_{IHY} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} + \eta_{\psi_y} \frac{\partial \psi_y}{\partial t} + C_{\psi_y} \psi_y = M_y(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t); \\ I_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \eta_\theta \frac{\partial \theta}{\partial t} + C_\theta \theta = M_\theta(x, y, \psi_x, \psi_y, \theta, t), \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $m_x, m_y$  – приведенные массы для направлений  $X, Y$ ;  $x, y, \psi_x, \psi_y, \theta$  – соответственно линейные перемещения, углы поворота относительно главных осей  $X, Y, Z$ ;  $I_x, I_y, I_\theta$  – моменты инерции приведенных масс относительно главных осей  $X, Y, Z$ ;  $\eta_x, \eta_y$  – коэффициенты демпфирования;  $P_x, P_y, M_x, M_y, M_\theta$  – соответственно внешние усилия и моменты относительно главных осей  $X, Y, Z$ ;  $t$  – время.

Нахождение правых частей уравнений системы состоит в определении элементарных силовых и моментных составляющих (составляющих для одного зуба) и их последующего суммирования.

Взаимодействие между системой инструмента и системой детали заменяется действием на систему инструмента сил резания. Рассматривая торцевое встречное фрезерование, выделяют три силы резания: осевую  $P_0$ , радиальную –  $P_R$ , тангенциальную –  $P_\tau$ . Для этих сил на основании экспериментальных результатов, приведенных [3], в зависимости от типа материала и условий обработки имеем следующие соотношения:

$$P_R/P_\tau = 0,3 \div 0,4; \quad P_0/P_\tau = 0,4 \div 0,45. \quad (2)$$

Для определения динамической тангенциальной силы резания использу-

ется следующая формула [1]

$$P_{K\tau} = k_{\tau} a_K(t) b_K(t), \quad (3)$$

где  $k_{\tau}$  – удельная сила резания,  $a_K(t)$  и  $b_K(t)$  – динамическая толщина и ширина среза для  $K$ -го зуба.

На рис. 1 показаны проекции сил резания для направлений  $OX$ ,  $OY$ .

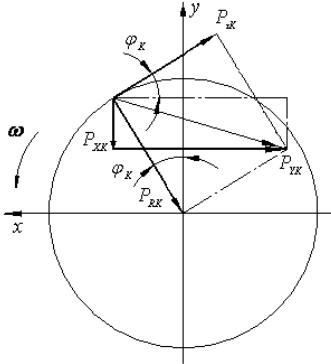


Рисунок 1 – Проекция сил резания

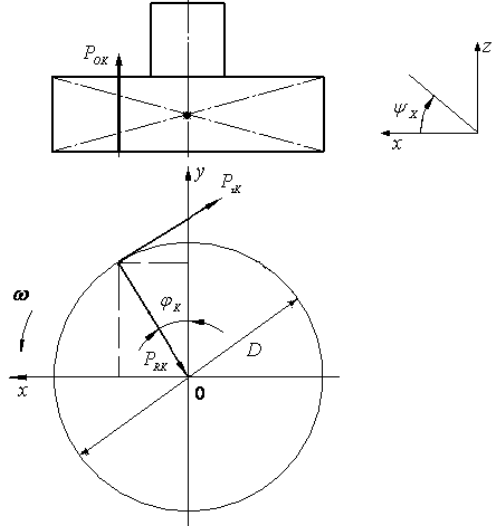


Рисунок 2 – Определение моментов  $M_{XK}$ ,  $M_{YK}$

Проецируя радиальную и тангенциальную составляющие на соответствующие оси (рис. 1), получим

$$P_{XK} = P_{RK} \sin(\phi_K + \theta) + P_{\tau K} \cos(\phi_K + \theta); \quad (4)$$

$$P_{YK} = P_{RK} \cos(\phi_K + \theta) - P_{\tau K} \sin(\phi_K - \theta), \quad (5)$$

где  $K$  – определяет номер данного зуба фрезы.

Выражения для моментов  $M_{XK}$ ,  $M_{YK}$  и крутящего момента (рис. 2):

$$M_{XK} = \frac{D}{2} P_{OK} \sin(\phi_K + \theta); \quad (6)$$

$$M_{YK} = \frac{D}{2} P_{OK} \cos(\phi_K + \theta). \quad (7)$$

Для получения обобщенных сил и моментов необходимо провести суммирование по всем зубьям фрезы, которые находятся в данный момент времени в контакте.

$$\begin{aligned} P_X &= \sum_{K=1}^N P_{XK}; & P_Y &= \sum_{K=1}^N P_{YK}; & M_{XK} &= \sum_{K=1}^N M_{XK}; \\ M_{YK} &= \sum_{K=1}^N M_{YK}; & M_{\theta} &= \sum_{K=1}^N M_{\theta K}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $N$  – число зубьев фрезы, находящихся в контакте с обрабатываемым материалом.

Степени свободы  $x, y, \Psi_x, \Psi_y, \theta$  изменяют начальную толщину и ширину среза, а, следовательно, и усилие резания. Изменение толщины  $a(t)$  и ширины  $b(t)$  среза обуславливается также влиянием следа обработки от прохода предыдущего зуба. Следует также отметить, что при их определении необходимо учитывать инерционность самого процесса резания. Инерционность выражается в том, что изменение силы резания отстает во времени на некоторую величину  $\tau_0$  от изменения толщины слоя, который срезается [1].

Значение мгновенной толщины среза вычисляется следующим образом (рис. 3)

$$a_{\varphi K}^D = a_{\varphi K} + y(t - \tau_0) \cos(\varphi_K + \theta) + x(t - \tau_0) \sin(\varphi_K + \theta) - y(t - T - \tau_0) \cos(\varphi_K + \theta) - x(t - T - \tau_0) \sin(\varphi_K + \theta), \quad (10)$$

где

$$a_{\varphi K} = s_z \sin(\varphi_K + \theta). \quad (11)$$

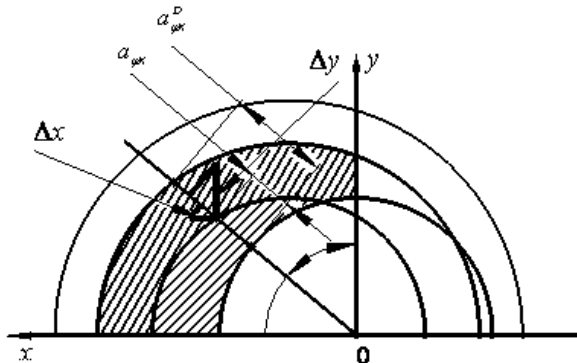


Рисунок 3 – Определение мгновенной толщины среза

Мгновенная глубина среза определяется по формуле

$$b_K(t) = b_0 + [\psi_x(t - \tau_0) \sin(\varphi_K + \theta) + \psi_y(t - \tau_0) \cos(\varphi_K + \theta) - \psi_x(t - T - \tau_0) \sin(\varphi_K + \theta) - \psi_y(t - T - \tau_0) \cos(\varphi_K + \theta)] * \frac{D}{2}. \quad (12)$$

Подставляя выражения (10) и (12) в формулу (3) получим значение для тангенциальной силы резания для одного зуба  $P_{K\tau}$ . Используя (2) вычислим осевую и радиальную составляющую для данного зуба. Рассматривая все зубья фрезы, которые находятся в данный момент времени в контакте с обрабатываемым материалом, определяем правые части для системы уравнений (1) по формулам (9).

Начальные условия для системы (1) принимаются в виде (13). Следует отметить, что влияние фазовой характеристики начинается через  $\tau_0$ , а влияние работы по следу – через  $\tau_0 + T$ .

$$\begin{cases} x(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ y(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ x(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ y(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ \psi_x(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ \psi_y(t-\tau) = 0 & \text{при } t-\tau \leq 0; \\ \psi_x(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ \psi_y(t-T-\tau) = 0 & \text{при } t-T-\tau \leq 0; \\ \theta(0) = 0; \\ \dot{\theta}(0) = 0. \end{cases}$$

Интегрирование системы (1) осуществлялось при помощи псевдоаналогового моделирования – подсистемы Simulink библиотеки Matlab. Для расчетов была разработана соответствующая структурная схема. В ее состав входят две подсистемы для интегрирования дифференциальных уравнений второго порядка Ploshost X и Ploshost Y, две системы для замедления сигналов Zamedlen X и Zamedlen Y, мультипликатор на 6 сигналов, два блока функций Matlab, обеспечивающих получение динамических усилий в двух направлениях, а также блоки задания начальных условий и представления результатов.

В качестве тестового примера рассматривается расчет вибраций для процесса обработки сплава АК32ПКМ торцевым фрезерованием [3]. Инструмент – торцевая фреза диаметром  $D = 125$  мм, ширина фрезерования  $B = 110$  мм, скорость фрезерования  $v = 110$  м/мин, удельная сила резания  $k = 3580$  Н/м<sup>3</sup>, фазовая характеристика  $\tau = 0,001$  с, количество зубьев  $z = 6$ , подача на зуб  $S_z = 0,1$  мм/зуб.

Характеристики тестовой динамической модели с двумя степенями свободы приведены в таблице.

Исходные данные

Направление	Частота $f_b, \text{с}^{-1}$	Жесткость $c, \text{Н/м} \cdot 10^6$	Масса $m, \text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}$	Демпфирование $\eta, \text{Н} \cdot \text{с}/\text{м} \cdot 10^3$
X	213	3,7	20,6	2,3
Y	200	3,2	20,3	1,9

Были проведены расчеты по определению средней амплитуды вибрационных процессов. В качестве метода интегрирования был выбран метод од 113 (Matlab) с переменным шагом интегрирования, абсолютная погрешность интегрирования  $E_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ . Результаты расчетов в виде зависимости средней амплитуды колебаний от осевой глубины резания представлены на рис. 4 и рис. 5, где верхняя кривая получена в работе [3], нижняя – результаты вычислений, проведенных в данной работе. Отличие результатов не превышает 10 %.

Бо́лее низкие значения амплитуд вибраций, полученных в настоящей работе можно объяснить тем, что в [3] учитывалась третья степень свободы перемещения системы в направлении оси инструмента Z.

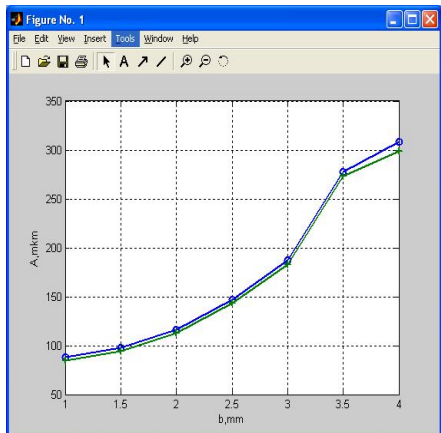


Рисунок 4 – Зависимость амплитуды вибраций от ширины среза в направлении  $OX$

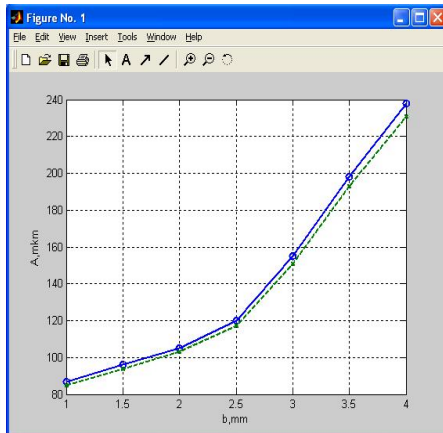


Рисунок 5 – Зависимость амплитуды вибраций от ширины среза в направлении  $OY$

### Выводы:

- 1 Предложена динамическая модель инструмента(фрезы) для расчета вибраций при фрезеровании, имеющая 5 степеней свободы.
- 2 На основе псевдоаналогового моделирования при помощи подсистемы Simulink библиотеки создано программное обеспечение, позволяющее путем численного интегрирования получить характеристики вибраций инструмента в реальном времени.
- 3 Для системы с двумя степенями свободы проведено сравнение с результатами работы [3], показавшее совпадение результатов с точностью 10 %, что связано с учетом в [3] массово-жесткостных характеристик инструмента в направлении его оси.

**Список литературы:** 1. Жарков Г.И. Вибрації при обробці лезвийним інструментом. – Ленінград: Машиностроение, 1986. – 178 с. 2. Yusuf Altintas Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design // Cambridge University press, Australia. – 2000. – 282 p. 3. Подураев В.М., Малигін В.И., Кремльова Л.В. Динамічна модель елементів технологічної системи з урахуванням кінематичної нестабільності процесу різання // Вісник машинобудування. – 1996. – № 6. – С. 18-23.

Поступила в редакцію 07.11.2008