

А.А. ЛАРИН, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
А.А. ВОДКА, аспирант, НТУ «ХПИ»

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА КОНСТРУКЦИЙ ПРИ МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ С УЧЕТОМ ДЕГРАДАЦИИ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА

У роботі запропонований новий підхід до прогнозування ресурсу при багатоцикловій втомі, який виконаний в імовірнісній постановці та дозволяє врахувати природну деградацію властивостей матеріалу. Отримані розв'язувальні рівняння для визначення математичного очікування, кореляційної функції й дисперсії пошкоджуваності.

Ключові слова: пошкоджуваність, ресурс, багатоциклова втома, природна деградація матеріалу.

В работе предложен новый подход к прогнозированию ресурса при многоцикловой усталости, который выполнен в вероятностной постановке и позволяет учесть естественную деградацию свойств материала. Получены разрешающие уравнения для определения математического ожидания, корреляционной функции и дисперсии повреждаемости.

Ключевые слова: повреждаемость, ресурс, многоцикловая усталость, естественная деградация материала.

The paper deals with the development of a new approach for high-cycle fatigue lifetime prediction, which is made in the stochastic framework and allows to take into account the natural degradation of the material properties. A mathematical expectation, correlation function and a variance of the continuum damage function has been obtained.

Keywords: continuum damage, lifetime, high-cycle fatigue, natural degradation of the material properties.

Ведение. При проектировании большинства машиностроительных конструкций анализ надежности выполняется по характеристикам статического и динамического напряженно-деформированного состояния, которые реализуются на номинальных режимах работы. При этом также закладывается запасы по прочности, которые обеспечивают высоконадежность работы конструкции на этих режимах работ. В связи с этим ресурс таких систем определяется их работой не на номинальных, а на опасных режимах, то есть всплесками или выбросами напряжений при пусках и остановках или при резких изменениях в условиях эксплуатации. Естественно, что ресурс при этом зависит от частоты возникновения переходных режимов, которая определяется особенностями эксплуатации, а поэтому способна меняться в процессе функционирования конструкции и имеет случайную природу.

В силу, относительно невысокой частоты возникновения переходных режимов, а также наличия запаса по прочности, который закладывается на этапе проектирования, ресурс эксплуатации рассматриваемых машинострои-

тельных конструкциях становится соизмеримым со временем протекания естественных деградационных процессов в материалах. Деградация, как совокупность необратимых микроструктурных и физико-химических изменений в материале, оказывает влияние на его механические свойства и особенно существенно на прочностные характеристики. Изучение этих процессов выполняют экспериментально. При этом, как правило, информация сильно ограничена, а получаемые данные имеют значительный разброс. Последнее определяет необходимость вероятностных постановок при моделировании деградации механических свойств материалов.

Таким образом, актуальной задачей представляется разработка моделей и подходов к анализу надежности и прогнозу ресурса машиностроительных конструкций со значительным проектным сроком службы в вероятностной постановке с учетом деградации прочностных свойств материала и случайного разброса во времени частоты нагрузки.

Постановка задачи. В данной работе рассматривается прогнозирование ресурса много-циклового усталости машиностроительных конструкций. Ресурс определяется по степени накопления не локализованной повреждаемости накопление которой предполагалось в соответствии с гипотезой линейного суммирования. Для рассматриваемого класса задач вводится гипотеза о том, что накопление усталости происходит в результате циклического изменения напряжений с фиксированным уровнем амплитуд и случайной во времени частотой. Деградация свойств учитывается, как снижение во времени предела усталостной прочности.

Таким образом, кинетика роста повреждаемости описывается уравнением [1]:

$$\frac{d}{dt} D(t) = \frac{\omega(t) \cdot \sigma_a^m}{N_0 \cdot \sigma_{-1}^m(t)}, \quad (1)$$

где $D(t)$ – функция меры повреждаемости, $\omega(t)$ – частота процесса, N_0 – базовое число циклов до разрушения, m – параметр кривой Веллера (в работе рассматривается $m = 4$), σ_a – амплитудные напряжения цикла, $\sigma_{-1}(t)$ – предел усталости, t – время. В работе необходимо определить вероятностные характеристики повреждаемости, принимая, что $\omega(t)$ и $\sigma_{-1}(t)$ – случайные функции времени. При этом вводится гипотеза о статистической независимости функции частоты и процесса деградации.

Характеристики нагружения. В данной работе рассматриваются конструкции, находящиеся под действием циклических нагрузок с фиксированным детерминированным уровнем амплитуд напряжений и случайной частотой. Такая ситуация способна реализоваться в системах для которых хорошо известны и изучены наиболее опасные режимы работы, но присутствует неопределенность с проявлением данных режимов. Например, это режимы пуска и остановки и др.

Будем предполагать, что частота возникновения данных режимов есть стационарный случайный процесс, то есть вероятностные характеристики этого процесса не зависят от начала отсчета времени (от начала наблюдения за данным процессом). Вероятностные характеристики данного процесса следует определять из данных статистики по эксплуатации данной конструкции или ее прототипа. При этом необходимо знать математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию частоты. Достоверное определение последней характеристики требует значительного числа статистических данных, что часто приводит к существенным трудностям. Поэтому на практике имеет смысл априорно постулировать вид корреляционной функции, и определять только ее параметры.

В данной работе предлагается воспользоваться в качестве такой аппроксимации экспоненциальным законом [2], параметрами которого являются дисперсия (σ_ω^2) и интенсивность (λ_ω) частоты возникновения опасного режима

$$K_\omega(t_1, t_2) = \sigma_\omega^2 \cdot \exp(-\lambda_\omega \cdot |t_2 - t_1|). \quad (2)$$

Параметр интенсивности определяется исходя из времени корреляции, то есть промежутка времени за который предполагается исчезающим статистическое влияние частоты возникновения опасного режима имевшей место к моменту времени t_1 на частоту возникновения этого режима к моменту времени t_2 . Таким образом, время корреляции может быть задано исходя из особенностей эксплуатации конструкции или для стационарного случайного процесса вычислено по формуле [2]:

$$\tau_{ок} = \frac{1}{\sigma^2} \cdot \int_0^\infty K(\tau) d\tau, \quad \tau = t_2 - t_1. \quad (3)$$

Таким образом, априорно задавшись временем корреляции для частоты возникновения опасного режима и учитывая принятый вид корреляционной функции, можно определить интенсивность частоты возникновения опасного режима:

$$\lambda_\omega = 1/\tau_{ок}. \quad (4)$$

В данной статье при вычислениях конкретных примеров интенсивность полагалась равной единицы, что не уменьшает общности рассуждений и результатов в силу произвольности выбора масштаба времени.

Моделирование деградации как постепенного снижения во времени предела усталостной прочности. Из литературы известны работы, посвященные экспериментальному изучению процессов естественного старения различных материалов [3-7].

Наиболее детально изучаются деградационные процессы в эластомерах, в силу относительно небольшого времени, за которое происходит заметное изменение их механических и прочностных свойств. Так, в работах [3,4] приведены результаты для резиноподобных материалов применяемых в шинной промышленности. При этом получено, что естественное старение резины в

течении 4 лет приводит к уменьшению ее статической и усталостной прочности более чем в 3 раза. В [3] выявлена гиперболическая зависимость процесса снижения прочности.

Работы [5-8] посвящены изучению старения металлов и сплавов. При этом определено, что естественное старение металла слабо сказывается на его статической прочности и упругих характеристиках, но существенно изменяет параметры длительной прочности (сопротивление усталости). Так, в работе [5] для стали 45 получено, что естественное старение материала в течении 50 лет приводит к изменению статических прочностных характеристик лишь в пределах 5%, но снижает предел усталости на 44%. При этом в статье показано, что поля разбросов экспериментальных данных для не деградированных и деградированных образцов не пересекаются. Более того детальный анализ структуры изломов образцов позволил авторам выявить принципиальные структурные изменения в характере процессов зарождения усталостных трещин для деградированного материала. Аналогичные результаты получены в работе [6] для стали 20 – при этом определено, что старение в течении 15 лет снижает предел усталости на 38 %.

Обобщая данные, приведенные в литературе по процессам деградации, в данной статье предлагается рассматривать процесс снижения предела усталостной прочности по гиперболической зависимости вида:

$$\sigma_{-1}(t) = \sigma_{-1}^* \cdot \left[\beta_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2 + \beta_3 \cdot t^p} \right] = \sigma_{-1}^* \cdot \varphi(t), \quad (5)$$

где β_i – параметры аппроксимации, p – степень аппроксимации, σ_{-1}^* – предел усталостной прочности для не деградированного материала.

Степень аппроксимации p определяет характер падения предела усталости. Так, при $p = 1$ наблюдается монотонное равномерное снижение предела усталости, что характерно для полимерных материалов. Для металлов и сплавов в начальные моменты времени падение характеристик не наблюдается, а при достижении критического значения времени деградация проявляется более интенсивно. Соответствующую аппроксимацию можно получить при увеличении порядка p . Характерные кривые, описывающие деградацию предела усталости с разными степенями аппроксимации приведено на рис. 1. В качестве исходных данных использовались результаты, приведенные в работе [5]. Следует отметить, что с увеличением порядка аппроксимации наблюдаются существенные разбросы в значениях величин β_i , что способно негативно отразится на численных процедурах при использовании выражения (5) при решении практических задач.

Следует отметить необходимость учета разброса в значениях предела усталости. Очевидно, что в процессе старения материала данная неопределенность сохраняется или даже увеличивается. Поэтому будем полагать, что предел усталости представляет собой произведение нормированной к единице функции времени аппроксимирующей процесс деградации $\varphi(t)$ и значения предела усталости в начальный момент времени являющейся случайной ве-

личной, которая предполагается (согласно рекомендациям работ [9,10]) подчиняющейся логарифмически-нормальному закону распределения плотности вероятности:

$$f_1(\sigma_{-1}^*) = \frac{1}{\sigma_{-1}^* s \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left[\frac{\ln(\sigma_{-1}^*) - \mu}{2s}\right]^2\right), \quad (6)$$

где s и μ – параметры распределения, которые определяются из значений математического ожидания и дисперсии или коэффициента вариации предела усталости

$$\langle \sigma_{-1}^* \rangle = \exp\left(\mu + \frac{s^2}{2}\right),$$

$$Var[\sigma_{-1}^*] = [\exp(s^2) - 1] \cdot \langle \sigma_{-1}^* \rangle^2, \quad V_{\sigma_{-1}^*} = \frac{\sqrt{Var[\sigma_{-1}^*]}}{\langle \sigma_{-1}^* \rangle} = [\exp(s^2) - 1]^{1/2}. \quad (7)$$

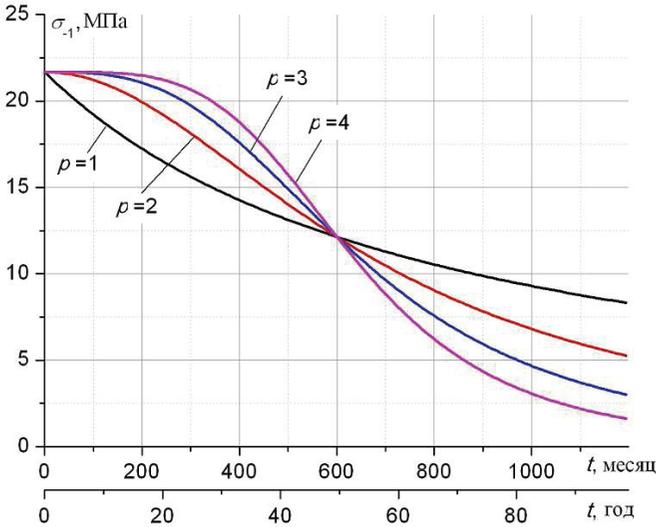


Рисунок 1 – Аппроксимации падения предела усталости в результате естественного старения (аппроксимация построена для характеристик стали 45 по данным, приведенным в работе [5])

В формулах введено обозначения: $\langle \dots \rangle$ – оператор математического ожидания, $Var[\dots]$ – оператор взятия дисперсии, $V_{\sigma_{-1}^*}$ – коэффициент вариации.

Таким образом, изменение предела усталости представляет собой случайный нестационарный процесс. Одномерная плотность вероятности этого процесса представляется, как линейное функциональное преобразование (5) случайной величины σ_{-1}^* и имеет вид:

$$f(\sigma_{-1}, t) = \frac{1}{\sigma_{-1} s \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left[\frac{\ln(\sigma_{-1}) - \mu - \ln \varphi(t)}{2s}\right]^2\right). \quad (8)$$

На рис. 2 графически представлена одномерная плотность вероятности случайного процесса падения предела усталостной прочности во времени. Графики построены для нормированной функции аппроксимирующей процесс деградации $\varphi(t)$ с показателем аппроксимации $p = 2$.

Определение вероятностных характеристик повреждаемости. В качестве основных характеристик повреждаемости, которые определяют параметры ресурса в данной работе изучаются процессы накопления средней повреждаемости и ее дисперсии. Для определения средней повреждаемости представим выражение (1) в интегральном виде:

$$D(t) = \frac{\sigma_a^m}{N_0} \cdot \int_0^t \frac{\omega(t')}{\sigma_{-1}^m(t')} dt'. \quad (9)$$

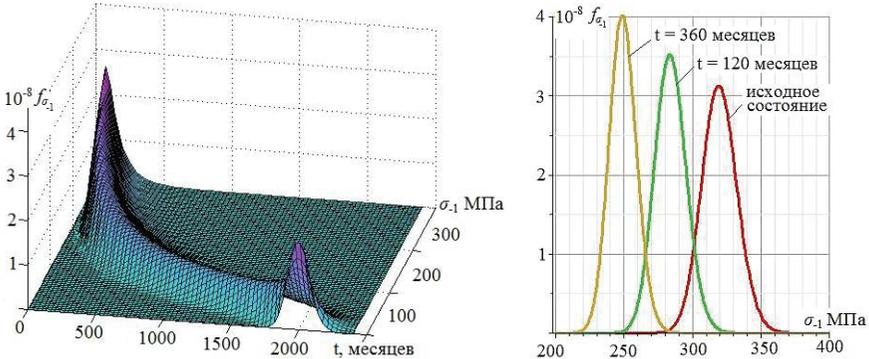


Рисунок 2 – Одномерная плотность вероятности случайного процесса снижения предела усталостной прочности во времени в результате деградации материала

Коэффициент стоящий перед интегралом представляет собой число большого порядка ($>10^{20}$). Так как повреждаемость изменяется в пределах от 0 до 1, то порядок функции в подынтегральном выражении должен быть мал. Операции с числами и функциями таких порядков, как правило, нестабильны. Поэтому целесообразно провести нормализацию предела усталости по математическому ожиданию. Для этого введем замену переменных

$$\sigma_{-1}^* = \langle \sigma_{-1}^* \rangle \cdot \chi, \quad (10)$$

где χ – случайная величина, которая подчиняется логарифмически-нормальному закону, и имеет единичное математическое ожидание, а дисперсию равную коэффициенту вариации предела усталости в не деградированном состоянии

$$\langle \chi \rangle = 1, \quad Var[\chi] = V_{\sigma_{-1}^*}^2. \quad (11)$$

В рамках введенных обозначений:

$$D(t) = \psi \cdot \int_0^t \frac{\omega(t')}{\chi^m \cdot \varphi^m(t')} dt', \quad \psi = \frac{\sigma_a^m}{N_0 \cdot \langle \sigma_{-1}^* \rangle^m} = const. \quad (12)$$

Средняя повреждаемость определяется путем усреднения выражения (11) с учетом введенной гипотезы о статистической независимости процессов нагружения и деградации

$$\langle D(t) \rangle = \psi \cdot \langle \omega \rangle \cdot \langle \chi^{-m} \rangle \cdot \int_0^t \varphi^{-m}(t') dt'. \quad (13)$$

Для определения дисперсии повреждаемости рассмотрим ее корреляционную функцию, которая согласно определению, выражается через второй начальный момент

$$K_D(t_1, t_2) = \langle D(t_1) \cdot D(t_2) \rangle - \langle D(t_1) \rangle \cdot \langle D(t_2) \rangle. \quad (14)$$

Используя интегральное представление повреждаемости (11) и с учетом гипотезы о независимости процессов деградации и нагружения получим выражение связывающее второй начальный момент повреждаемости с вероятностными характеристиками частоты и случайной составляющей предела усталости:

$$\langle D(t_1) \cdot D(t_2) \rangle = \psi^2 \cdot \left\langle \int_0^{t_1} \frac{\omega(t')}{\chi^m \varphi^m(t')} dt' \cdot \int_0^{t_2} \frac{\omega(t'')}{\chi^m \varphi^m(t'')} dt'' \right\rangle, \quad (15)$$

$$\langle D(t_1) \cdot D(t_2) \rangle = \psi^2 \langle \chi^{-2m} \rangle \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{\langle \omega(t') \cdot \omega(t'') \rangle}{\varphi^m(t') \cdot \varphi^m(t'')} dt' dt'', \quad (16)$$

где

$$\langle \chi^{-2m} \rangle = \int_0^\infty \chi^{-2m} \cdot f_\chi(\chi) d\chi, \quad (17)$$

а $f_\chi(\chi)$ – логарифмически нормальный закон математическим ожиданием и дисперсией, которые определяются из выражения (11).

Второй начальный момент от случайной частоты выражается через ее корреляционную функцию и квадрат среднего значения, который является постоянной величиной в рамках предположения о стационарности

$$K_\omega(t_1, t_2) = \langle \omega(t_1) \cdot \omega(t_2) \rangle - \langle \omega \rangle^2; \quad (18)$$

$$K_D(t_1, t_2) = \psi^2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{\langle \chi^{-2m} \rangle \left(K_\omega(t', t'') + \langle \omega \rangle^2 \right) - \langle \omega \rangle^2 \langle \chi^{-m} \rangle^2}{\varphi^m(t') \cdot \varphi^m(t'')} dt' dt'', \quad (19)$$

Дисперсия повреждаемости вычисляется из корреляционной функции и определяет разброс процесса накопления повреждаемости относительно его среднего значения

$$Var[D(t)] = K_D(t_1 = t, t_2 = t). \quad (20)$$

Разброс повреждаемости будем определять как $\pm 3\sqrt{\text{Var}[D(t)]}$ в рамках предположения о том, что плотность вероятности повреждаемости имеет вид близкий к нормальному закону Гаусса в силу выполнения условий центральной предельной теоремы [11].

Выполнение тестовых расчетов. На основе предложенного подхода к определению вероятностных параметров накопления усталостной повреждаемости с учетом естественной деградации свойств материала было проведено серию тестовых расчетов. При этом для определенности предполагалось, что на опасных режимах амплитуда напряжений превышает исходное значение предела усталостной прочности в 2 раза, интенсивность частоты возникновения опасных режимов $\lambda_\omega = 1$, а средняя частота $\langle \omega \rangle = 30$. Вариация частоты равна 0,5, то есть среднеквадратическое отклонение частоты составляет 1/2 от ее среднего значения. Деградация моделировалась в соответствии с данными приведенными в работе [5], то есть считалось, что в течении 50 лет предел усталости снизился на 44 %. Случайный разброс значений предела усталости в каждый момент времени считался фиксированным с коэффициентом вариации 0,05.

Результаты расчетов приведены на рис. 3 и 4. На графиках, также представлено влияние степени аппроксимации в функции снижения предела усталости на процесс накопления повреждаемости.

По заданным характеристикам повреждаемости можно определить характеристики усталостного ресурса. В рамках данного подхода усталостный ресурс может быть определен, как время при котором повреждаемость достигает предельного значения $D = 1$. При этом данные по разбросу повреждаемости позволяют вычислить средний (T_a), гарантированный (T_{gar}) и максимальный (T_{max}) ресурс. На рис. 5 представлены зависимости параметров ресурса от степени аппроксимации в функции, определяющей снижение предела усталости при деградации материала.

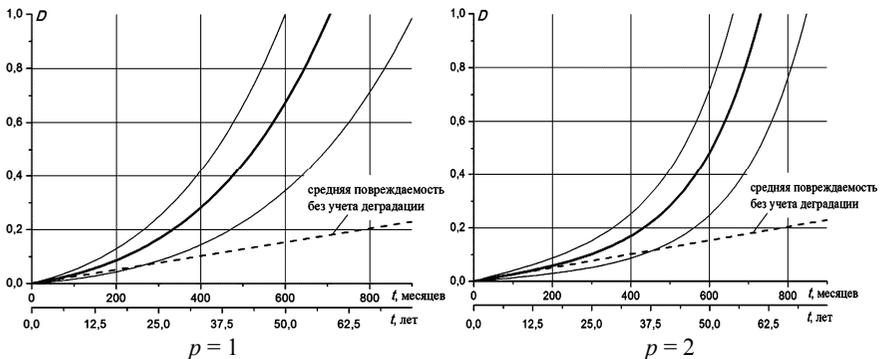


Рисунок 3 – Накопление повреждаемости во времени с учетом деградации материала с разной степенью аппроксимации

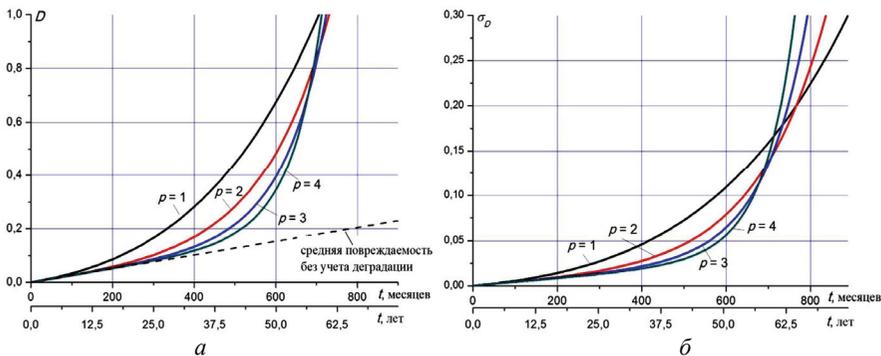


Рисунок 4 – Накопление во времени средней повреждаемости (а) и среднеквадратичного отклонения повреждаемости (б) с учетом деградации материала с разной степенью аппроксимации

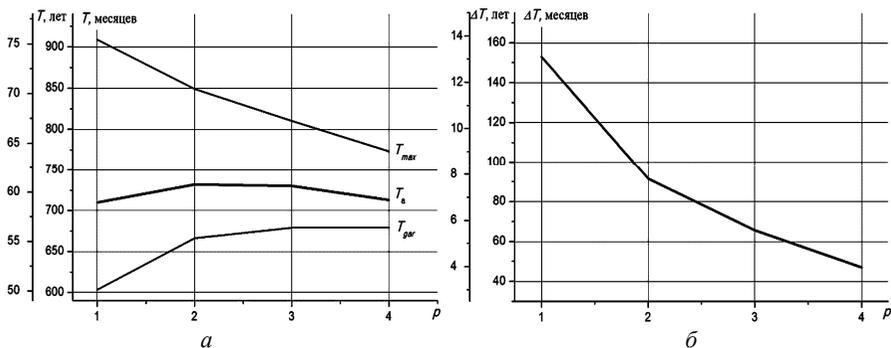


Рисунок 5 – Зависимость характеристик ресурса от степени аппроксимации снижения предела усталости при деградации материала: а – характеристики ресурса (средний, гарантированный и максимальный); б – средний разброс ресурса: $(T_{max} - T_{gar})/2$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что средний ресурс слабо зависит от параметра ρ , а разброс в определении ресурса достаточно существенно зависит от этого параметра. Особенно большим получает разброс в определении ресурса при $\rho = 1$.

Выводы. В работе предложен новый подход к прогнозированию ресурса при многоцикловой усталости, который выполнен в вероятностной постановке и позволяет учесть естественную деградацию свойств материала. Получены разрешающие уравнения для определения математического ожидания, корреляционной функции и дисперсии повреждаемости. Предложенный подход позволяет проводить анализ надежности и прогноз ресурса конструкций рассчитанных на длительный срок службы, накопление повреждаемости в которых происходит только при реализации опасных режимов, возникновение которых носит случайный характер.

Список литературы: 1. Жовдак В.А. Прогнозирование надежности механических систем / В.А. Жовдак, Л.Ф. Тарасова. – Х.: НТУ «ХПИ», 2007. – 108 с. 2. Свейников А.А. Прикладные методы теории случайных функций / А. А. Свейников. – М.: Наука, 1968. – 464 с. 3. Baldwin J.M. Rubber aging in tires. Part 1: Field results / J. M. Baldwin, D. R. Bauer, K. R. Ellwood // Polymer Degradation and Stability. – 2007. – № 92. – P. 104-109. 4. Roland C. M. Aging of natural rubber in air and seawater / P. H. Mott, C. M. Roland // Rubber Chemistry and Technology. – 2007. – Vol. 74. – P. 79-88. 5. Ботвина Л.Р. Влияние длительного старения на характеристики усталости стали 45 / И. М. Петрова, И.В. Гадолina, Л.Р. Ботвина и др // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2011. – № 1, Т. 77. – С. 58-61. 6. Botvina L. R. High-Cycle Fatigue Failure of Low-Carbon Steel after Long-Term Aging / L. R. Botvina, I. M. Petrova, I. V. Gadolina et al. // Inorganic Materials. – 2010. – Vol. 46, No. 14. – P. 134-141. 7. Zaletelj H. High cycle fatigue of welded joints with aging influence / H. Zaletelj, V. Haesen, L. Dedene et al. // Materials and Design. – 2013. – No. 45. – P. 190-197. 8. Singh S. Influence of thermomechanical aging on fatigue behaviour of 2014 Al-alloy / S. Singh, B. Goel // Bulletin of Materials Science. – 2005. – Vol. 28. Issue 2. – P. 91-96. 9. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках / А.С. Гусев. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с. 10. Козаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени / В.П. Козаев.– М.: Машиностроение, 1977. – 232 с. 11. Ларин А.А. Прогнозирование и анализ надежности машиностроительных конструкций / А.А. Ларин. – Х.: НТУ «ХПИ», 2011. – 128 с.

Поступила в редколлегию 25.12.2012.