

УДК 629.7.05

І. О. ГОМОЗКОВА

DOI: 10.20998/2078-9130.2021.2.240771

ТРЬОХЧАСТОТНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ОРІЄНТАЦІЇ ТВЕРДОГО ТІЛА З УРАХУВАННЯМ ВІБРАЦІЙНОГО ОТОЧЕННЯ

Запропоновано дві нові трьохчастотні еталонні моделі руху твердого тіла з урахуванням вібраційного оточення. Основані вони на чотирьохчастотній еталонній моделі обертання [1], яка реалізує повороти відповідно до кутів Крилова. Для розроблених моделей отримані аналітичні залежності для квазікоординат, проєкцій вектору кутової швидкості і компонент кватерніона орієнтації, що відповідають такому обертовому руху.

Розглянуто актуальність врахування впливу вібрації при моделюванні руху на основі вітчизняних та іноземних літературних джерел в сфері навігації, в тому числі за останні 10 років. Детально описано основні джерела вібрації та яким саме типам коливань вони відповідають – гармонійні коливання виникають в рухомих елементах бортових систем, наприклад роторі двигуна, а в двигуневій установці та її агрегатах виникають коливання, що мають характер випадкового широкополосного шуму. Проаналізовано методи корекції такого впливу для підвищення точності визначення орієнтації об'єкта. Розглянуто, як розташування компонент безплатформної інерціальної навігаційної системи відносно джерел вібрації пов'язане з силою впливу вібраційного оточення на точність отриманих даних.

Отримані чисельні реалізації моделей і проведено оцінку похибки дрейфу для алгоритму орієнтації третього порядку при кількох наборах певним чином заданих параметрів. Параметри обираються довільно, але з урахуванням існуючих обмежень на кутовий рух. На відповідних рисунках наведено результат для одного з таких наборів числових значень (який найбільш детально демонструє результат досліджень). Проведено порівняння отриманих результатів з відповідними результатами для чотирьохчастотної моделі обертання [1]. Показано доцільність використання за певних умов нових трьохчастотних моделей.

Ключові слова: кватерніон, вібрація, гіроскоп, квазікоординати, траєкторії в конфігураційному просторі, алгоритм орієнтації.

Предложены две новые трехчастотные эталонные модели движения твердого тела с учетом вибрационного окружения. Основанные они на четырехчастотной эталонной модели вращения [1], которая реализует повороты в соответствии с углами Крылова. Для разработанных моделей получены аналитические зависимости для квазикоординат, проекций вектора угловой скорости и компонент кватерниона ориентации, соответствующие такому вращательному движению.

Рассмотрено актуальность учета влияния вибрации при моделировании движения на основе отечественных и иностранных литературных источников в сфере навигации, в том числе за последние 10 лет. Подробно описаны основные источники вибрации и каким именно типам колебаний они отвечают - гармонические колебания возникают в подвижных элементах бортовых систем, например в роторе двигателя, а в двигательной установке и ее агрегатах возникают колебания, имеющие характер случайного широкополосного шума. Проанализированы методы коррекции такого влияния для повышения точности определения ориентации объекта. Рассмотрено, как расположение компонент безплатформной инерциальной навигационной системы относительно источников вибрации связано с силой воздействия вибрационного окружения на точность полученных данных.

Получены многочисленные реализации моделей и проведена оценка погрешности дрейфа для алгоритма ориентации третьего порядка при нескольких наборах определенным образом заданных параметров. Параметры выбираются произвольно, но с учетом существующих ограничений на угловое движение. На соответствующих рисунках приведены результат для одного из таких наборов числовых значений (который наиболее детально демонстрирует результат исследований). Проведено сравнение полученных результатов с соответствующими результатами для четырехчастотной модели вращения [1]. Показана целесообразность использования при определенных условиях новых трехчастотных моделей.

Ключевые слова: кватернион, вибрация, гироскоп, квазикоординаты, траектории в конфигурационном пространстве, алгоритм ориентации.

Two new three-frequency reference models of solid motion taking into account the vibrational environment are proposed. They are based on a four-frequency reference model of rotation [1], which implements rotations according to Krylov angles. For the developed models the analytical dependences for quasi-coordinates, projections of the angular velocity vector and components of the quaternion of orientation corresponding to such rotational motion are obtained.

The urgency of taking into account the influence of vibration in traffic modeling on the basis of domestic and foreign literature in the field of navigation, including for the last 10 years. The main sources of vibration are described in detail and what types of oscillations they correspond to - harmonic oscillations occur in moving elements of onboard systems, such as the engine rotor, and in the engine unit and its units there are oscillations that have the character of random broadband noise. Methods of correction of such influence for increase of accuracy of definition of orientation of object are analyzed. The location of the components of the platformless inertial navigation system relative to the vibration sources is considered to be related to the strength of the influence of the vibration environment on the accuracy of the obtained data.

Numerical implementations of the models are obtained and the drift error for the third-order orientation algorithm is estimated for several sets of specified parameters in a certain way. The parameters are chosen arbitrarily, but taking into account the existing restrictions on angular motion. The corresponding figures show the result for one of these sets of numerical values (which shows the result of the research in the most detail). The obtained results are compared with the corresponding results for the four-frequency rotation model [1]. The expediency of using new three-frequency models under certain conditions is shown.

Key words: quaternion, vibration, gyroscope, quasicordinates, trajectories in configuration space, algorithm of orientation

Вступ. Визначення поточної орієнтації в безплатформних інерціальних навігаційних системах (БІНС) є досить актуальною задачею. Зазвичай вона вирішується за допомогою спеціальних алгоритмів,

орієнтованих на використання первинної інформації з гіроскопів, що вимірюють інтеграли від проєкцій кутової швидкості на такті обчислень $[t_{n-1}, t_n]$ у вигляді квазікоординат (1):

$$\theta_{ni}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i(t) dt, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

де $\omega_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ – проекції вектора абсолютної кутової швидкості об'єкта $\vec{\omega}$ на осі зв'язаної системи координат.

Такі алгоритми дозволяють отримати інформацію про поточне положення рухомого об'єкта (РО) у вигляді кватерніонів орієнтації. На даний час розроблено значну кількість алгоритмів визначення кватерніонів орієнтації різних порядків [2-8] до яких в БІНС пред'являються жорсткі вимоги по точності визначення параметрів і завантаженню автономного обчислювача на такті. Доволі актуальним стає обрати достатньо простий алгоритм орієнтації, що забезпечив би в умовах високої тактової частоти необхідну точність. При цьому слід враховувати, що алгоритм застосовує для обчислень дані, що надходять зі спеціальних датчиків (гіроскопів та акселерометрів) без попередньої перевірки. Тобто, дані під дією зовнішніх факторів можуть зашумлюватись, а тому й результат роботи алгоритму буде вельми неточним.

Загалом, можна виділити кілька таких факторів. Так в роботі [9] описано похибки, викликані зміщенням нульових сигналів (неточною початковою виставкою), похибкою масштабного коефіцієнта, зміщенням осей чутливості та дрейфом гіроскопів.

Суттєвий вплив на точність визначення параметрів орієнтації мають зовнішні фактори, до яких можна віднести вібрації окремих складових РО, температуру, вологість та інші. Окремим є питання про зіткнення РО з іншим об'єктом, також рухомих або ні.

Вплив вібрації на точність визначення орієнтації в БІНС представлено в роботах [10-16]. В [10] показано, що головними джерелами вібрації можуть бути рухомі елементи бортових систем РО, наприклад ротор двигуна, тоді вібрації будуть гармонійними, а їх частота відповідатиме частоті обертання ротора. Характер випадкового широкополосного шуму матимуть вібрації, які виникають в двигуневій установці та її агрегатах. А допустимі амплітуди вібрації для лазерного гіроскопа в БІНС детально досліджені в [11]. Взагалі, методи покращення даних, які надходять з лазерних та резонансних гіроскопів за рахунок корекції вібраційного впливу на дані датчики запропоновані в [11-13]. Врахування дії вібрації описано в алгоритмах БІНС в роботах [14-16]. Наведені методики дозволяють визначити тип коливання (лінійне або випадкове) та відповідним чином їх корегувати, що суттєво підвищує точність визначення орієнтації в РО. А методика, описана в [16] дозволяє при достатній точності результатів знизити енерговитрати.

В попередніх роботах, в тому числі [1, 17] були розглянуті випадки, в яких передбачалось, що БІНС і його окремі елементи працюють без помилок, а початкові умови вводились ідеальним чином. Такий випадок вважається ідеальним. Однак в реальних

системах завжди присутні похибки і такий випадок руху БІНС є обуреним. Велика увага при вирішенні завдань навігації приділяється на знаходження відхилення обуреного руху від необуреного. Знайшовши дане відхилення можна розрахувати похибки в БІНС і в подальшому зробити поправку в алгоритмах з урахуванням цих похибок. Іншим варіантом є задати певну точність для БІНС. Це дозволить поставити відповідні вимоги до чутливих елементів системи або до початкової виставки параметрів. Тобто, якісний аналіз похибок БІНС дозволяє в значній мірі спростити алгоритми роботи обчислювальних пристроїв і виробити обґрунтовані вимоги до корекції системи

Вибір найкращого алгоритму для реалізації в автономному обчислювачі конкретного рухомого об'єкта зазвичай здійснюється на основі застосування так званих тестових обертальних рухів, для яких оптимізуються коефіцієнти алгоритмів орієнтації. Тестові рухи – це фактично відомі розв'язки сукупності динамічних і кінематичних рівнянь твердого тіла, які лежать в основі неперервних еталонних моделей обертання (моделі кінцевого руху та регулярної прецесії). Також, існують і дискретні еталонні моделі обертання, але їх суттєвим недоліком можна назвати наявність похибки від обраного методу чисельного інтегрування. Оскільки реальний рух об'єкта в багатьох випадках суттєво відрізняється від класичних та є значно складнішим, то розширення класу неперервних еталонних моделей є актуальною задачею точного аналізу при розробці систем навігації.

Постановка задачі.

Зазвичай, для відпрацювання алгоритмів, в тому числі і їх вдосконалення, а також дослідження похибок в аналітичному вигляді, застосовують еталонні моделі обертання твердого тіла.

Методика отримання аналітичних еталонних моделей ґрунтується на тому, що обертальний рух твердого тіла навколо його центру мас описується системою динамічних рівнянь Ейлера:

$$I_1 \dot{\omega}_1(t) - (I_2 - I_1) \omega_2(t) \omega_3(t) = M_1(t), \quad (1, 2, 3) \quad (2)$$

і кінематичним кватерніонним рівнянням

$$\dot{\Lambda}(t) = 0,5 \Lambda(t) \circ \omega(t), \quad (3)$$

де I_i , $i = 1, 2, 3$ – головні центральні моменти інерції твердого тіла, M_i , $i = 1, 2, 3$ – проекції вектору головного моменту, $\omega(t) = (0, \omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t))$, $(1, 2, 3)$ – символ кругової перестановки індексів.

Для того, щоб отримати еталонні моделі необхідно отримати відповідні аналітичні розв'язки рівнянь (2), (3).

Виходячі з цього, задача побудови неперервних еталонних моделей цілком базується на вдалому представленні компонент кватерніона орієнтації $A(t) = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$ за виконання умови нормування $\|A(t)\| = 1$, що в більшості випадків забезпечується

використанням тригонометричних функцій кутів (синусів і косинусів).

Для знаходження проекцій вектору модельної кутової швидкості обертального руху в аналітичному вигляді диференціюємо вирази для компонент кватерніону орієнтації і використаємо обернене кінематичне рівняння [2]:

$$\tilde{\omega}(t) = 2\tilde{\Lambda}(t) \circ \dot{\Lambda}(t), \quad (4)$$

де $\tilde{\Lambda}(t)$ – спряжений кватерніон.

$$\begin{aligned} \lambda_0(t) &= \cos^2(k_1 t) \cdot \cos(k_2 t) - \sin^2(k_1 t) \cdot \sin(k_2 t); \\ \lambda_1(t) &= -\cos(k_4 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \sin(k_1 t) - \sin(k_4 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \cos(k_1 t); \\ \lambda_2(t) &= \cos(k_4 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \cos(k_1 t) - \sin(k_4 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \sin(k_1 t); \\ \lambda_3(t) &= \sin(k_1 t) \cdot \cos(k_1 t) (\cos(k_2 t) + \sin(k_2 t)), \end{aligned} \quad (5)$$

де k_1, k_2, k_4 – невідомі частоти (різні).

Проекції вектора кутової швидкості для

В даній роботі запропоновано дві нові трьохчастотні моделі обертання твердого тіла, основані на чотирьохчастотній еталонній моделі обертання [1]. Особливість даних моделей полягає в тому, що вони частково враховують вібраційне оточення РО. Відбувається це завдяки певним чином заданим частотам k_1, k_2, k_3, k_4 , які відповідають кутам повороту об'єкта навколо відповідних осей.

Група нових трьохчастотних моделей вібраційного руху. Кватерніон орієнтації для першого випадку тестового руху, коли частота $k_3 = -k_1$, набуває вигляду:

представлення кватерніону орієнтації (3) отримано з оберненого кінематичного рівняння (2) у вигляді:

$$\begin{aligned} \omega_1(t) &= -2k_1 \cdot \cos((k_1 - k_4)t) + \frac{1}{4} \cdot (k_1 + k_4) (\cos(3k_1 - 2k_2 - k_4)t + \cos(3k_1 + 2k_2 - k_4)t) - \\ &\quad - \cos((k_1 - 2k_2 + k_4)t) - \cos((k_1 + 2k_2 + k_4)t) + 2\sin((k_1 - 2k_2 - k_4)t) - \\ &\quad - 2\sin((k_1 + 2k_2 - k_4)t) + k_2 (\sin(3k_1 - k_4)t - \sin((k_1 + k_4)t)); \\ \omega_2(t) &= 2k_1 \cdot \sin((k_1 - k_4)t) + \frac{1}{4} \cdot (4k_2 (\cos(3k_1 - k_4)t + \cos((k_1 + k_4)t)) + \\ &\quad + 2(k_1 + k_4) (\cos((k_1 - 2k_2 - k_4)t) - \cos((k_1 + 2k_2 - k_4)t)) - \\ &\quad - (k_1 + k_4) (\sin(3k_1 - 2k_2 - k_4)t + \sin(3k_1 + 2k_2 - k_4)t) + \\ &\quad + \sin((k_1 - 2k_2 + k_4)t) + \sin((k_1 + 2k_2 + k_4)t)); \\ \omega_3(t) &= k_1 - k_4 + \frac{1}{2} (k_1 + k_4) (\cos(2(k_1 - k_2)t) + \cos(2(k_1 + k_2)t)) + \\ &\quad + 2k_2 \sin(2k_1 t). \end{aligned} \quad (6)$$

Друга трьохчастотна модель, для якої $k_4 = -k_1$,

представлена кватерніоном орієнтації (5) у вигляді:

$$\begin{aligned} \lambda_0(t) &= \cos(k_1 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t) + \sin(k_1 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t); \\ \lambda_1(t) &= \cos(k_1 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t) + \sin(k_1 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t); \\ \lambda_2(t) &= \cos(k_1 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t) - \sin(k_1 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t); \\ \lambda_3(t) &= \sin(k_1 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t) - \cos(k_1 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t), \end{aligned} \quad (7)$$

де k_1, k_2, k_3 – невідомі частоти (різні).

Для компонент кватерніону орієнтації (5),

проекції вектору кутової швидкості знайдено у вигляді:

$$\begin{aligned} \omega_1(t) &= 2k_3 \cos(2k_1 t) + k_2 (\sin(2(k_1 - k_3)t) + \sin(2(k_1 + k_3)t)); \\ \omega_2(t) &= k_2 (\cos(2(k_1 - k_3)t) + \cos(2(k_1 + k_3)t)) - 2k_3 \sin(2k_1 t); \\ \omega_3(t) &= 2(k_1 - k_2 \sin(2k_3 t)); \end{aligned} \quad (8)$$

Також, отримані моделі слід доповнити виразами для квазікоординат та конкретними значеннями частот k_1, k_2, k_3, k_4 . Квазікоординати отримуються шляхом інтегрування проекцій вектору кутової швидкості на такті, згідно (1). Значення частот можуть задаватися відносно довільно, тобто враховуючи існуючі обмеження на кутову швидкість обертання об'єкта як

твердого тіла, або бути результатом апроксимацій реального руху об'єкта.

Чисельна реалізація нових еталонних моделей. Нові трьохчастотні еталонні моделі реалізовані при конкретних значеннях частот та такті зчитування інформації на певному проміжку часу. Тестування зазвичай проводиться при кількох наборах

параметрів, які дозволяють перевірити ту, чи іншу гіпотезу

На рисунках 1-2 представлено залежності проєкцій вектора кутової швидкості від часу на

інтервалі $T=2000$ секунд при $k_1=-0.035$, $k_2=-0.073$, $k_3=0.01$, $k_4=0.05$ та такті зчитування інформації $\Delta t = 0,1$ секунда:

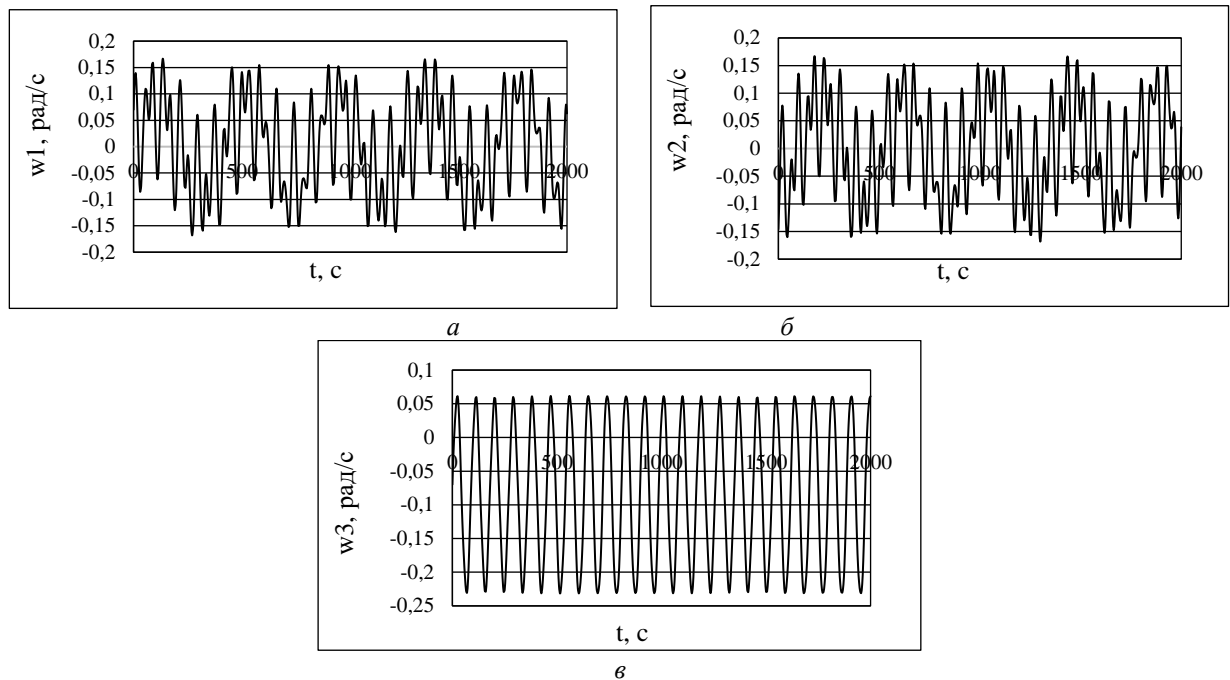


Рис. 1 – проєкції вектору кутової швидкості від часу для еталонної моделі першого трьохчастотного розв'язку при $k_1=-0.035$, $k_2=-0.073$, $k_3=0.035$, $k_4=0.05$ ($k_3=-k_1$)

$a - w_1(t)$; $б - w_2(t)$; $в - w_3(t)$;

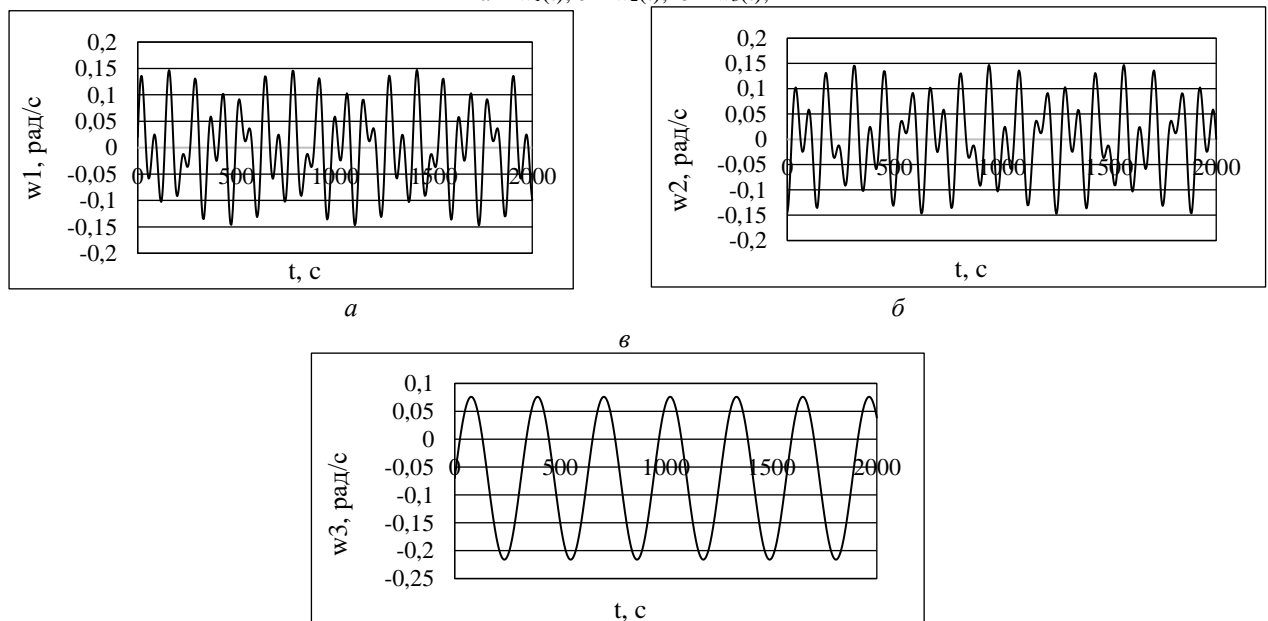


Рис. 2 – проєкції вектору кутової швидкості від часу для еталонної моделі третього трьохчастотного розв'язку при $k_1=-0.035$, $k_2=-0.073$, $k_3=0.01$, $k_4=0.035$ ($k_4=-k_1$)

$a - w_1(t)$; $б - w_2(t)$; $в - w_3(t)$;

На запропонованих рисунках видно, що залежності проєкції вектору кутової швидкості від часу для кожного випадку мають коливальний характер. Проєкції по третій осі для всіх моделей можна назвати гармонійними коливаннями, для яких легко визначити амплітуду та період. Результати

реалізації нових трьохчастотних моделей вібраційного руху у вигляді траєкторій в конфігураційному просторі на інтервалі часу $T=500$ секунд та тактом $\Delta t = 0,1$ секунда, представлені на рис. 3-4 відповідно:

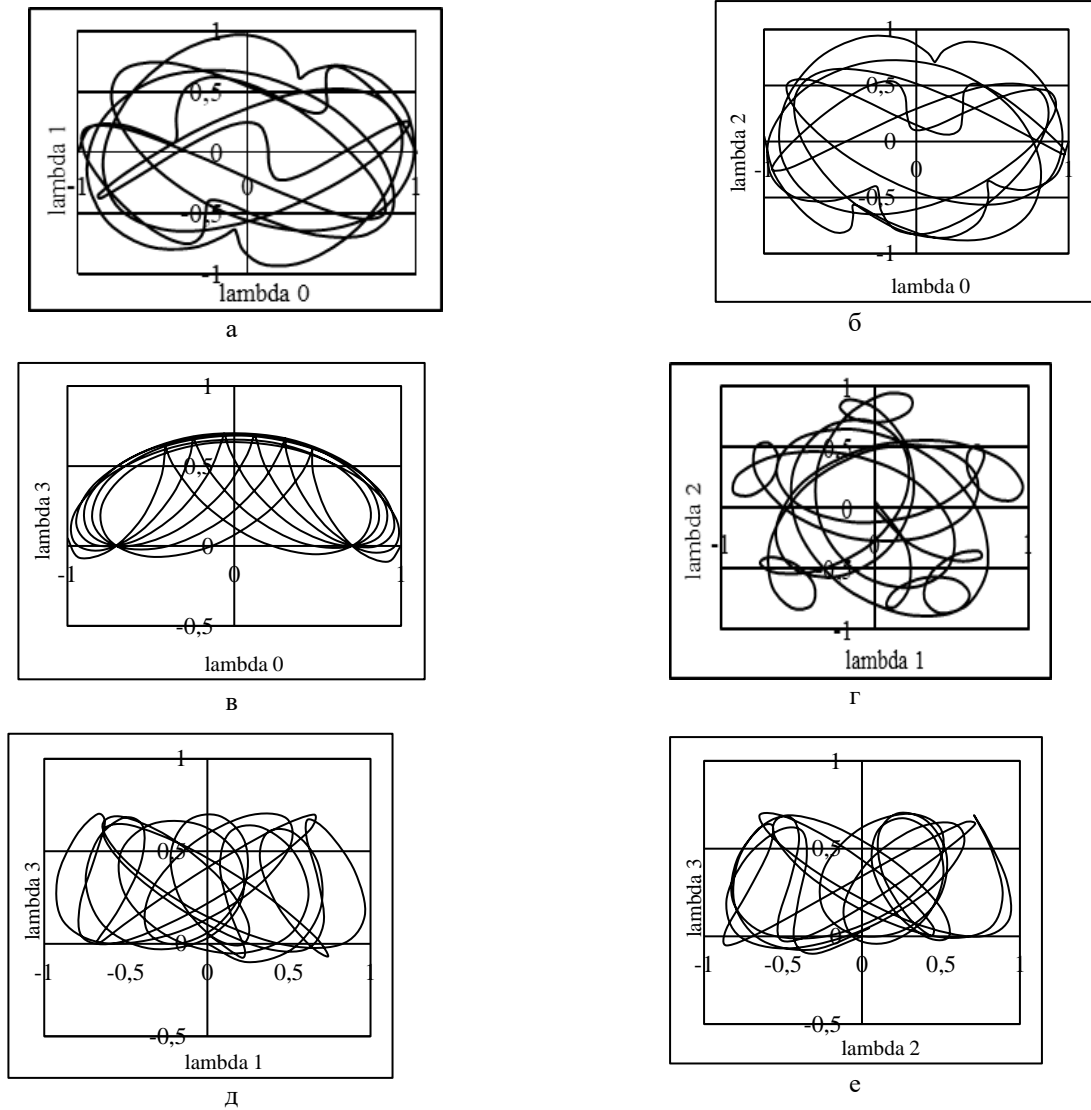


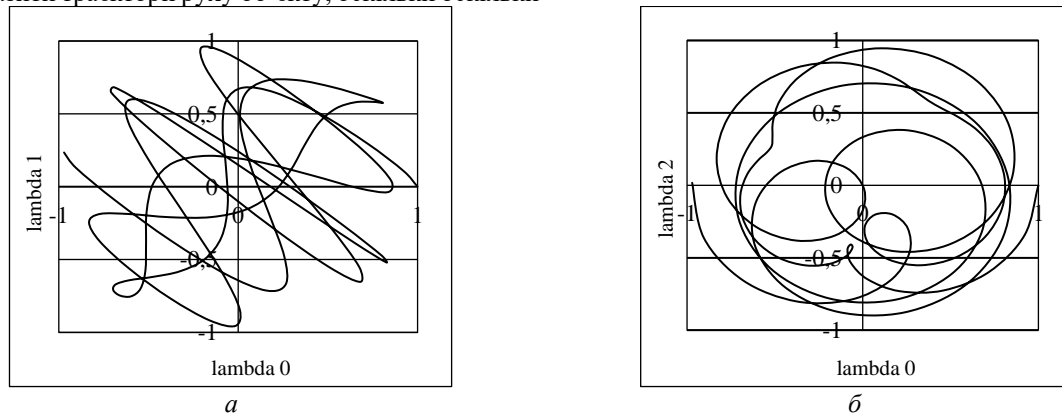
Рис. 3 – Траєкторії в конфігураційному просторі для еталонної моделі першого трьохчастотного розв’язку при $k_1=-0.035$, $k_2=-0.073$, $k_3=0.035$, $k_4=0.05$ ($k_3=-k_1$)

$$a - \lambda_1(\lambda_0); \quad б - \lambda_2(\lambda_0); \quad в - \lambda_3(\lambda_0); \quad г - \lambda_2(\lambda_1); \quad д - \lambda_3(\lambda_1); \quad е - \lambda_3(\lambda_2)$$

Дані графіки показують, що для моделі ми отримали набір нових траєкторій руху, які при порівнянні з класичними випадками руху (регулярна прецесія та конічний рух) є більш складними.

При спробі збільшити час роботи алгоритму, отримані графіки вже не дозволяють так наглядно відобразити траєкторії руху об’єкту, оскільки оскільки

починають накладатися один на одного. Зменшення такту зчитування інформації в даному випадку (дослідження проводилось для 0.05 та 0.01 секунди) графіки руху в конфігураційному просторі не зазнавали жодних змін.



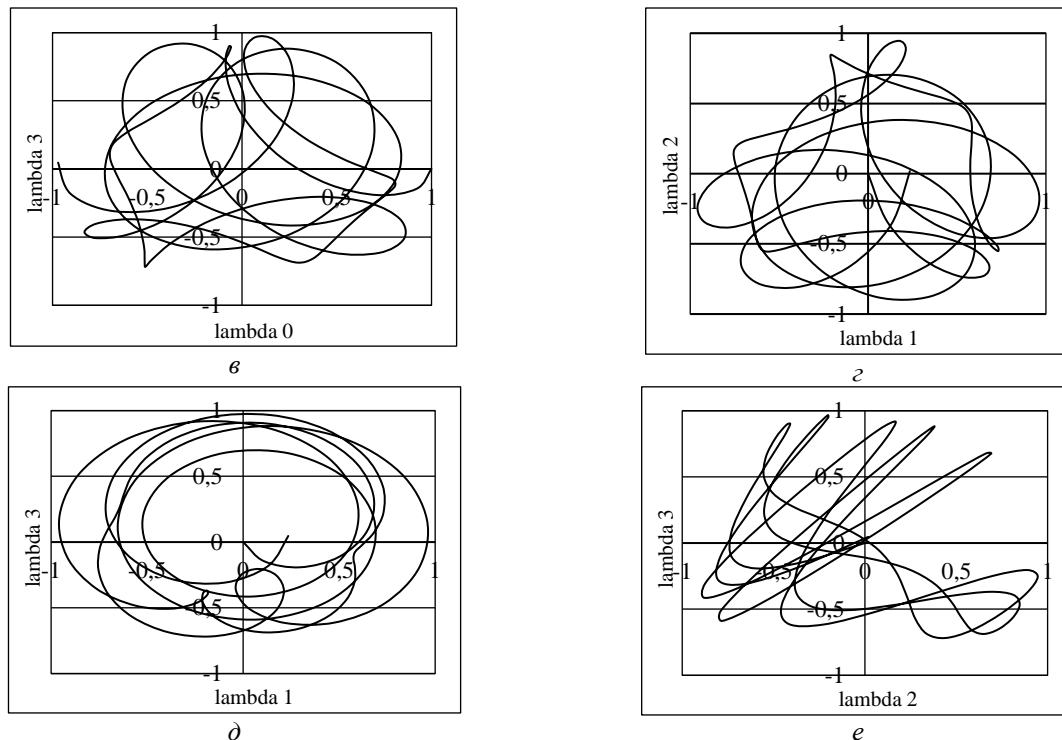


Рис. 4 – Траєкторії в конфігураційному просторі для еталонної моделі другого трьохчастотного розв’язку при $k_1=-0.035$, $k_2=-0.073$, $k_3=0.01$, $k_4=0.035$ ($k_4=-k_1$)

$$a - \lambda_1(\lambda_0); \text{ б} - \lambda_2(\lambda_0); \text{ в} - \lambda_3(\lambda_0); \text{ г} - \lambda_2(\lambda_1); \text{ д} - \lambda_3(\lambda_1); \text{ е} - \lambda_3(\lambda_2)$$

Отримана група нових еталонних моделей реалізує різні траєкторії руху, які є складнішими, ніж класичні випадки тестових рухів (регулярна прецесія та кіничне обертання). Також, отримані траєкторії суттєво відрізняються від траєкторій для початкової, чотирьохчастотної моделі [1]. На рисунках 3-4 добре видно, що траєкторії для різних моделей не повторюються та мають доволі хаотичний вигляд.

Дослідним шляхом було доведено, що при розробці моделей даного типу важливим є задавати кут обертання (одну з частот) саме як поворот навколо певної осі в зворотному напрямку ($k_3=-k_1$, $k_4=-k_1$) ще на початковому етапі. Якщо виконати дану підстановку в компонентах еталонного кватерніону орієнтації, то інша розрахунки дадуть нові формули з коректним результатом. При спробі виконати дану заміну на етапі чисельної реалізації в чотирьохчастотній [1] моделі, результат буде некоректним. В деяких випадках будемо мати $\sin(0)=0$, що не є правильним.

Точносний аналіз алгоритмів орієнтації.

Чисельні реалізації отриманих тестових рухів застосовано для отримання оцінки точності алгоритма визначення кватерніонів орієнтації третього порядку.

Кватерніон повороту $\Delta \lambda_n^* = (\Delta \lambda_{n0}^*, \Delta \lambda_n^*)$ для такого алгоритму, згідно [3] має вигляд:

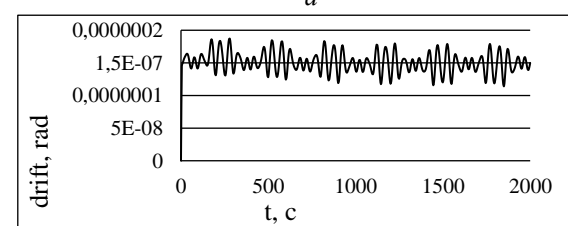
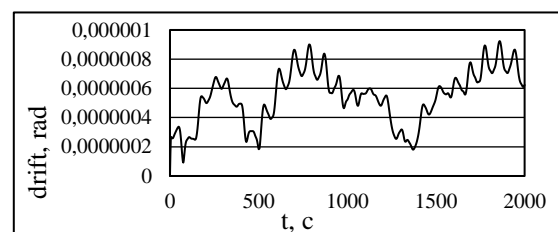
$$\Delta \lambda_{n0}^* = 1 - \frac{1}{8} \theta_n^{*2}$$

$$\Delta \lambda_n^* = \frac{1}{2} \bar{\theta}_n^* \left(1 - \frac{1}{24} \theta_n^{*2} \right) + \frac{1}{24} (\bar{\theta}_{n-1}^* \times \bar{\theta}_n^*) \quad (9)$$

$$\text{де } \theta_n^{*2} = \theta_{n1}^{*2} + \theta_{n2}^{*2} + \theta_{n3}^{*2}$$

Оцінювання точності даного алгоритма будемо проводити шляхом визначення неусувної похибки – накопиченого дрейфу, застосовуючи методику, запропоновану в [2]. Дрейф – накопичений малий кут повороту обчисленого базису відносно його істинного положення, яке задається еталонною моделлю.

Залежності похибки дрейфу від часу на інтервалі часу $T=2000$ секунд наведено на рис. 5. Значення квазікоординат (1) в даному випадку отримані інтегруванням на такті $\Delta t = 0,1$ с для еталонних моделей обертання, які основані на першому (3) – (4) та, другому (5) – (6) трьохчастотних розв’язках.



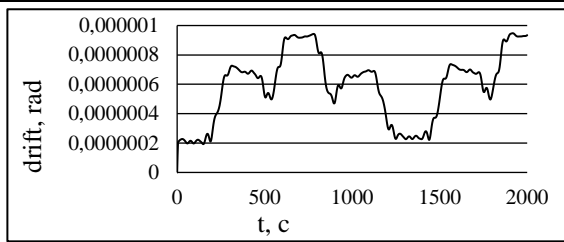


Рис. 5 – Залежності похибки дрейфу від часу для алгоритма 3-го порядку, отримані при $k_1=-0.035$, $k_2=-0.073$, $k_3=0.01$, $k_4=0.035$:

a – на еталонній моделі першого трьохчастотного розв'язку;
 b – на еталонній моделі другого трьохчастотного розв'язку;
 c – на чотирьохчастотній еталонній моделі [1]

Наведені на рис. 5 графіки показують, що для кожної з отриманих моделей, похибка дрейфу буде різною. Найменше значення похибки буде у другій моделі ($k_4 = -k_1$). При цьому характер зростання похибки для трьохчастотних моделей має коливальний характер. Отримана раніше чотирьохчастотна модель при таких самих значеннях частот має трохи більше значення даної похибки.

Висновки. Запропоновано дві нові трьохчастотні еталонні моделі вібраційного руху твердого тіла, в основі яких лежить реалізація чотирьохчастотного тестового руху [1]. Дані моделі було чисельно реалізовано і показано, що при однакових значеннях частот для обох моделей, траєкторії руху в конфігураційному просторі відрізняються між собою. На даних моделях було проведено аналіз алгоритмів визначення кватерніонів орієнтації шляхом оцінювання похибки дрейфу для алгоритма третього порядку точності. Найменшою є похибка для другого випадку моделі. Експериментально показано, що доцільною є підстановка відповідного значення для четвертої частоти ще в компоненті еталонного кватерніону, а не на етапі чисельної реалізації.

Дані моделі є початком роботи над вивченням впливу вібрації на точність визначення параметрів орієнтації, що отримуються у вигляді кватерніону орієнтації.

Список літератури:

1. Плаксі́й Ю.А., Гомозкова І.О. Аналіз точності алгоритма орієнтації Р. Міллера на чотирьохчастотній еталонній моделі обертання твердого тіла // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2019. – №22 (1347). – С.82–88.
2. Бранець В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Наука, 1973. – 320 с.
3. Бранець В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.
4. Панов А.П. Оптимизация высокоточных алгоритмов вычисления кватернионов в случае прецессии твердого тела // Кибернет. и вычисл. техн. – К., 1987. – Вып. 73. – С. 3–9.
5. Miller R.B. A new strapdown attitude algorithm. // Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 6, No 4, 1983. P.287–291.
6. Панов А.П. Математические основы теории инерциальной навигации. – К.: Наук. думка, 1995. – 280 с.
7. Musoff H., Murphy J.H. A Study of strapdown integration algorithms. // Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 18, No 2, 1995. P.287–290.
8. Savage P. G. Improved strapdown inertial system calibration procedures part 1 – procedures and accuracy analysis/ P. G. Savage //WBN-14020-1, Strapdown Associates, Inc., October 20, 2017, freeaccessavailableat www.strapdownassociates.com.
9. Спосарь В.М. Актуальные вопросы проектирования алгоритмов ориентации БИНС Часть 3. Динамическое обобщение задачи проектирования алгоритмов //Гироскопия и навигация. 2006. № 4.
10. Лобусов Е. С., Чулин А. Н. Моделирование вибрационной обстановки на борту космического аппарата с оценкой кинематической погрешности определения его угловой ориентации //Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Приборостроение». – 2011. – №. 3.
11. Погорелов С. Ю., Счастливец К. Ю. Определение допустимых амплитуд вибраций для лазерной бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин, 2003, 1.12: 99-103.
12. Lin Wang, Wenqi Wu, Geng Li, Xianfei Pan and Ruihang Yu Ring Laser Gyro G-Sensitive Misalignment Calibration in Linear Vibration Environments, Sensors, 2018, 18, 2: 601
13. Z. Xiao-gang, T. Ji-wen, S. Bin and L. Qing-Kai, "Application of a new denoising algorithm in hemispherical resonant gyro vibration signal processing," 2017 3rd IEEE International Conference on Control Science and Systems Engineering (ICCSSE), 2017, pp. 535-538
14. YUE, Tongyao, et al. A new method to improve the navigation performance of SINS in vibration environment. IEEE Sensors Journal, 2020.
15. LAL, Jizhou, et al. Noncommutativity error analysis of strapdown inertial navigation system under the vibration in UAVs. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2012, 9.4: 136.
16. Jinglong Wen and Bin Zheng. Target Method Approaching Green Computing for Active Vibration Control in the Strapdown Inertial Navigation System'. 1 Jan. 2018 : 1003 – 1012.
17. Плаксі́й Ю.А. Еталонна модель обертання твердого тіла на основі представлення кватерніона орієнтації в функціях кутів Крилова, що змінюються у часі/ Ю. А. Плаксі́й// Вісник Нац. техн. ун-ту ХПІ; : зб. наук. пр. Темат. вип.: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2015. – № 18 (1127). – С. 120-130.

References (transliterated)

1. Plaksii Yu.A., Homozkova I. O. Analiz tochnosti algoritma orientatsii R. Millera na chotirohchastotnoy etalonniy modeli obertania tverdego tela [The error analysis of R. Miller orientation algorithm on a four-frequency reference model of a rigid body rotation]// Visnyk NTU «KhPI». Seriya: Matematychnе modeliuвання v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Mathematical modeling in engineering and technologies], Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2019, no 22 (1347), pp.81–89.
2. Branets V.N., Shmyiglevskiy I.P. *Primenenie kватernionov v*

- zadachah orientatsii tverdogo tela* [The use quaternions in problems of a rigid body orientation]. M.: Nauka. 1973. 320 p.
3. *Branec V. N., Shmyglevskij I. P. Vvedenie v teoriju besplatformennykh inercial'nykh navigacionnykh sistem.* [Introduction to the theory of strapdown inertial navigation systems] – M.: Nauka, 1992. – 280 s.
 4. *Panov A.P. Optimizacija vysokotochnykh algoritmov vychislenija kvaternionov v sluchae precessii tverdogo tela* [Optimization of high-precision algorithms for computing quaternions in the case of a precession of a rigid body]. *Kibernetika i vychislitel'naya tehnika*. K. 1987. Vyp. 73, pp. 3 - 9.
 5. *Miller R.B.* A new strapdown attitude algorithm. // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 6, No 4, 1983. P.287–291.
 6. *Panov A.P. Matematicheskie osnovy teorii inertsialnoy navigatsii.* [Mathematical foundations of the theory of inertial navigation] – K.: Nauk. dumka, 1995. – 280 s.
 7. *Musoff H., Murphy J.H.* A Study of strapdown integration algorithms. // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 18, No 2, 1995. P.287–290.
 8. *Savage P. G.* Improved strapdown inertial system calibration procedures part 1 – procedures and accuracy analysis/ P. G. Savage //WBN-14020-1, Strapdown Associates, Inc., October 20, 2017
 9. *Slyusar V.M.* Aktual'ni py'tannya proektuvannya algorytmiv oriyentatsiyi BY'NS Chasty'na 3. Dy'namiczne uzagal'nennya zavdannya proektuvannya algorytmiv // *Giroskopia i navigaciya*.2006. № 4.
 10. *Lobusov Ye. S., Chulin A. N.* Modelirovaniye vibratsionnoy obstanovki na bortu kosmicheskogo apparata s otsenkoy kinemacheskoy pogreshnosti opredeleniya yego uglovyoy oriyentatsii [Modeling the vibration environment on board the spacecraft with an estimate of the kinematic error in determining its angular orientation]// *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. NE Baumana. Seriya «Priborostroyeniye»*. – 2011. – №. 3.
 11. *Pogorelov S. YU., Schastlivets K. YU.* Opredeleniye dopustimykh amplitud kolebaniy lazernoy besplatformennoy inertsial'noy navigatsionnoy sistemy [Determination of permissible vibration amplitudes for a laser strapdown inertial navigation system]// *Visnyk NTU «KhPI»*. Seriya: Dynamika ta mitsnist' mashyn [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Mathematical modeling in engineering and technologies], Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2003, 1.12: S. 99-103.
 12. *Lin Wang, Wenqi Wu, Geng Li, Xianfei Pan and Ruihang Yu* Ring Laser Gyro G-Sensitive Misalignment Calibration in Linear Vibration Environments, *Sensors*, 2018, 18, 2: 601
 13. *Z. Xiao-gang, T. Ji-wen, S. Bin and L. Qing-Kai,* "Application of a new denoising algorithm in hemispherical resonant gyro vibration signal processing," 2017 3rd IEEE International Conference on Control Science and Systems Engineering (ICCSSE), 2017, pp. 535-538
 14. *YUE, Tongyao, et al.* A new method to improve the navigation performance of SINS in vibration environment. *IEEE Sensors Journal*, 2020.
 15. *LAI, Jizhou, et al.* Noncommutativity error analysis of strapdown inertial navigation system under the vibration in UAVs. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2012, 9:4: 136.
 16. *Jinglong Wen and Bin Zheng.* Target Method Approaching Green Computing for Active Vibration Control in the Strapdown Inertial Navigation System. 1 Jan. 2018 : 1003 – 1012.
 17. *PlaksIy Yu.A.* Etalonna model' obertannya tverdoho tila na osnovi predstavleniya kvaterniona oriyentatsiyi v funktsiyakh kutiv Krylova, shecho zminyuyut'sya u chasi [The standard model of solid body wrapping on the basis of the representation of the quaternion of organization in the functions of the kutiv of Krilov, which changes by the hour]// *Visnyk NTU «KhPI»*. Seriya: Matematychni modeliuvannia v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Mathematical modeling in engineering and technologies], Kharkiv, NTU «KhPI» Publ.– 2015. – № 18 (1127). – S. 120-130.

Надійшла до редколегії 26.09.2021

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Відомості про автора / Сведения об авторе / Information about author

Гомозкова Ірина Олександрівна – аспірант кафедри комп'ютерного моделювання процесів і систем, Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, м. Харків; тел.: (057) 707-64-54, 097-28-59-510; email: arinhomozkova@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1524-170X>

Гомозкова Ірина Александровна – аспірант кафедры компьютерного моделирования процессов и систем, Национальный технический университет “Харьковский политехнический институт”, г. Харьков; тел.: (057) 707-64-54, 097-28-59-510; email: arinhomozkova@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1524-170X>

Homozkova Iryna Oleksandrivna – PhD student of the department of computer modeling of processes and systems, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv; tel.: (057) 707-64-54, 097-28-59-510; email: arinhomozkova@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1524-170X>