

*Д.В. БРЕСЛАВСЬКИЙ, А.В. СЕНЬКО, О.А. ТАТАРИНОВА*

### МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РУЙНУВАННЯ ПРИ ПОВЗУЧОСТІ У ПЛАСТИНІ З КОЛОВИМ ВИРІЗОМ

Статтю присвячено опису результатів, отриманих при комп'ютерному моделюванні процесів накопичення пошкоджуваності при повзучості та подальшого руйнування при плоскому напруженому стані. Для моделювання залучено скінченноелементний підхід, побудований на прямому інтегруванні системи диференціальних рівнянь, що отримується при застосуванні інкрементальної теорії повзучості з описом пошкоджуваності за моделлю Работнова-Качанова. Руйнування описується шляхом перебудови скінченноелементної моделі з виключенням елементів, в яких параметром пошкоджуваності досягнуто свого критичного значення. Як приклад, розглянуто руйнування при розтягу у пластинах з коловим центральним вирізом. Обговорюється підхід, що дозволяє отримувати рівняння для опису руху макроскопічних дефектів, що утворюються при руйнуванні на поверхні отворів. Наведено форму диференціального рівняння, яким моделюється коловий рух макродефекту у пластині з центральним вирізом.

**Ключові слова:** повзучість, пошкоджуваність, руйнування, пластина з вирізом, програма.

*Д.В. БРЕСЛАВСКИЙ, А.В. СЕНЬКО, О.А. ТАТАРИНОВА*

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ В ПЛАСТИНЕ С КРУГОВЫМ ВЫРЕЗОМ

Статья посвящена описанию результатов, полученных при компьютерном моделировании процессов накопления повреждаемости при ползучести и дальнейшего разрушения при плоском напряженном состоянии. Для моделирования привлечен конечноэлементный подход, построенный на прямом интегрировании системы дифференциальных уравнений, получаемой при применении инкрементальной теории ползучести с описанием повреждаемости по модели Работнова-Качанова. Разрушение описывается путем перестроения конечноэлементной модели с исключением элементов, в которых параметр повреждаемости достигает своего критического значения. В качестве примера рассмотрено разрушение при растяжении в пластинах с круговым центральным вырезом. Обсуждается подход, позволяющий получать уравнения для описания движения макроскопических дефектов, образующихся при разрушении на поверхности отверстий. Приведена форма дифференциального уравнения, которым моделируется движение макродефектов в окружном направлении в пластине с центральным вырезом.

**Ключевые слова:** ползучесть, повреждаемость, разрушения, пластина с вырезом, программа.

*D. V. BRESLAVSKY, A. V. SENKO, O. A. TATARINOVA*

### MODELING THE CREEP FRACTURE PROCESSES IN PLATE WITH ROUND HOLE

The paper is devoted to the description of the results obtained in computer modeling of the processes of damage accumulation during creep and further fracture under a plane stress state. For modeling, a Finite Element approach was used, built on the direct integration of the system of differential equations obtained by applying the incremental creep theory with a damage description according to the Rabotnov-Kachanov model. The full system of equations describing the Finite Element simulation of the creep-damage process in two-dimensional solid is presented. Fracture is described by rebuilding the Finite Element model with the exclusion of elements in which the damage parameter reaches its critical value. As an example, tensile fracture in plates with a circular central hole is considered. The shape of the macroscopic defect is obtained by use of the analysis of current shape of a plate, in which elements with critical damage parameter value were excluded. It was found that during the basic part of a fracture time the macroscopic defect is moving in the circumferential direction along the border of the inner central hole. Then it turns and starts to run inside a plate. The fracture finishes by division the plate into two parts. The time of varying the direction of macroscopic defect development as well as the time of full fracture of a plate for two tensile loads were determined. An approach is discussed that makes it possible to obtain equations for describing the motion of formed macroscopic defects during fracture process. The form of this differential equation, which simulates the motion of macroscopic defects in the circumferential direction in a plate with a central hole, is presented.

**Key words:** creep, damage, fracture, plate with notch, program.

**Вступ.** Успіхи континуальної механіки пошкоджуваності (КМП) [1, 2] надали можливість ефективного оцінювання прихованого руйнування елементів конструкцій. За підходами КМП вдається визначити час його завершення та місце виникнення макроскопічного дефекту (макродефекту). У багатьох випадках знайдений час прихованого руйнування й визначає довготривалу міцність елемента, що аналізується.

Однак для певної частини матеріалів та форм

конструктивних елементів має місце продовження процесу руйнування при повзучості, яка супроводжується пошкоджуваністю, у решті об'єму [3, 4]. Як правило, виконується оцінювання поточної довжини тріщини [3]. На сьогодні запропоновано ефективний підхід, що дозволяє використовувати переваги методу скінченних елементів (МСЕ) для відтворення поточної геометрії області елемента, що зазнає руйнування, та крайових умов, які могли змінитись внаслідок вилу-

чення частини матеріалу [5-7]. Огляд публікацій, що останнім часом присвячено даній тематиці, наведено у роботі [7].

На сьогодні процес отримання коефіцієнтів, що входять до рівняння, яке описує просування тріщини при повзучості [8], є довготривалим та коштовним процесом, що обумовлюється тривалістю експериментів. У роботі [7] авторами запропоновано альтернативний підхід, в основі якого є попереднє комп'ютерне моделювання повзучості та пошкоджуваності в елементі, що руйнується, та в якому просувається тріщина. Пропонується чисельно визначити поточну довжину тріщини та на основі отриманих даних будувати її залежність від часу для різних значень прикладеного навантаження. Потім вже ці графіки обробляються з метою встановлення значення матеріальних констант, що входять до диференційного рівняння для визначення швидкості руху тріщини.

В даній роботі аналогічну ідею застосовано для отримання рівняння, що описує процес зростання макродефекту, який розвивається на поверхні отвору. Для отримання характеристик його руху розв'язано початково-крайову задачу руйнування при повзучості.

**Опис методу розв'язання задачі руйнування при повзучості.** Розглянемо задачу, що розв'язується для квадратної пластини з центральним отвором. Пластина розтягнута постійним навантаженням у своїй площині з двох боків та знаходиться у неоднорідному температурному полі, яке змінюється від її центру до боків, на яких прикладено навантаження.

Для розв'язання задачі повзучості, яка супроводжується пошкоджуваністю, застосуємо постановку задачі на базі МСЕ та різницевого методу прогнозу корекції, які реалізовано у програмному забезпеченні *FEM Creep* [9]. Остаточно систему диференціальних рівнянь, що розв'язується з метою визначення у будь-який момент часу компонентів векторів напружень  $\{\sigma\}$ , деформацій  $\{\varepsilon\}$ , температурних деформацій  $\{\varepsilon^T\}$ , деформацій повзучості  $\{c\}$ , переміщень  $\{u\}$  та значень скалярного параметру пошкоджуваності  $\omega$ , записано у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 [K]\{\dot{u}\} &= \{\dot{F}\} + \{\dot{F}^T\} + \{\dot{F}^c\}; & (1) \\
 \{\dot{F}\} &= \sum_{N_\beta} \int_{V_\beta} [N^p]^T \cdot \{p\} dS; & \{\dot{F}^T\} = \sum_{N_\beta} \int_{V_\beta} [\bar{B}]^T \cdot [C] \cdot \{\varepsilon^T\} dV; \\
 \{\dot{F}^c\} &= \sum_{N_\beta} \int_{V_\beta} [\bar{B}]^T \cdot [C] \cdot \{\dot{c}\} dV; & \{\dot{c}\} = \frac{3}{2} B \frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^k} [\hat{C}] \{\sigma\}; \\
 \dot{\omega} &= D \frac{\sigma_e^m}{(1-\omega)^k}, & \omega(0) = \omega_0, \quad \omega(t_*) = \omega_*.
 \end{aligned}$$

У даній системі застосовано наступні позначення:  $K$  – матриця жорсткості;  $F$  – вектор вузлових навантажень, обумовлених поверхневими силами;  $F^T$  – вектор вузлових навантажень, обумовлених температурними деформаціями;  $F^c$  – вектор вузлових навантажень, обумовлених деформаціями повзучості;  $\bar{B}$  – матриця деформування;  $C$  – матриця пружних констант;  $N$  – матриця форм;  $p$  – поверхневі навантаження;

$\beta$  – номер скінченного елемента;  $V_\beta$  – об'єм скінченного елемента;  $\sum_{N_\beta}$  – підсумовування за всіма скінченими

елементами;  $S$  – площа поверхні, яка знаходиться під дією розподіленого навантаження.

У системі (1) використано інкрементальні співвідношення теорії повзучості з апроксимацією зв'язку між інтенсивністю швидкостей деформацій повзучості та інтенсивністю напружень за законом Нортона, та кінетичне рівняння Качанова-Работнова для скалярного параметру пошкоджуваності. У цих рівняннях  $B$ ,  $D$ ,  $n$ ,  $m$ ,  $k$  – константи, що визначаються експериментально [9].

Розв'язання системи (1) відбувається до моменту досягнення параметром пошкоджуваності свого критичного значення у будь-якому скінченному елементі чи їхній групі. Після цього такі елементи виключаються з розрахункової схеми, уточнюються, за потреби, крайові умови, перебудовується матриця жорсткості  $K$  та задачу продовжують розв'язувати до моменту руйнування в нових елементах. Алгоритм повторюється до моменту досягнення макродефектом свого критичного розміру, який може бути визначений, наприклад, як час розділення конструктивного елемента на декілька частин. Повністю метод описано у роботі [7].

**Чисельне моделювання процесу руйнування у пластині з центральним вирізом.** Наведемо результати розрахунків повзучості, що завершується повним руйнуванням, у квадратній пластині зі стороною 40 мм та центральним коловим вирізом діаметром 3 мм. Її виготовлено з жароміцної сталі SUS 304 (18 C-8 Ni). Пластина знаходиться у нерівномірному температурному полі, яке змінюється за площею пластини з середньою температурою 650 °C. У розрахунках використано константи для цього матеріалу при температурі 650 °C, визначені за результатами експериментів, наведених у роботі [8]:  $n = 7,59$ ;  $m = 5,4$ ;  $B = 1,293 \cdot 10^{-19}$  МПа<sup>-m</sup>/год;  $D = 9,59 \cdot 10^{-15}$  МПа<sup>-m</sup>/год;  $k = 0,35$ . Пластину навантажено постійним навантаженням розтягу 40 та 50 МПа.

Внаслідок симетрії розглядалась четверта частина пластини з відповідними крайовими умовами. Після досліджень збіжності чисельних результатів обрано скінченноелементну модель з 3598 елементів (рис. 1). Розрахунки проведено за допомогою програми *FEM Creep-Damage\_Fracture* [10].

Пружний миттєвий розв'язок у вершині вирізу надав значення коефіцієнта концентрації напружень, що дорівнював 3,11, що означає припустиму похибку у 3 % порівняно з аналітичним розв'язком.

За даними чисельного моделювання повзучості, що супроводжується накопиченням пошкоджуваності, встановлено, що приховане руйнування при навантаженні розтягу 40 МПа закінчується при  $t = 490,2$  год. При цьому руйнування відбувається в околі отвору, в елементі з максимальним значенням інтенсивності напружень. На рис. 1 цей зруйнований елемент виключений з моделі.

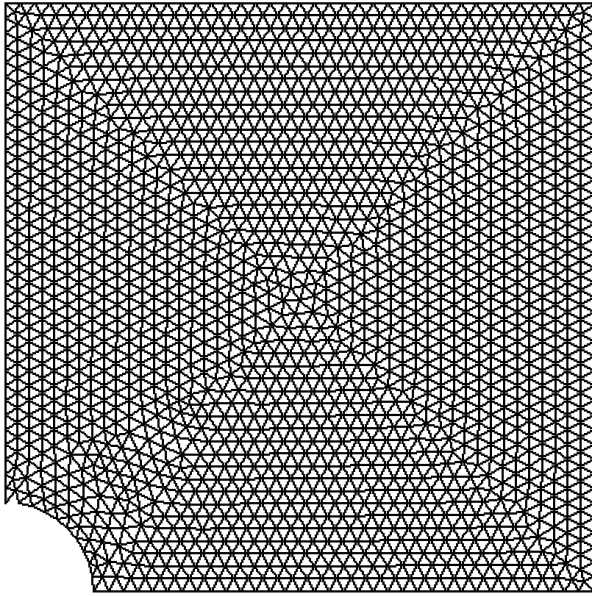


Рисунок 1 – Скінченноелементна сітка для четвертої частини пластини з центральним коловим отвором. Момент закінчення прихованого руйнування  $t = 490,2$  год, виключення першого елемента

Продовження розрахункового аналізу процесу руйнування показало, що руйнування впродовж достатньо тривалого терміну (більше 70000 год) йде в районі вирізу, причому макродефект розвивається в коловому напрямі: руйнування в елементах відбувається далі при  $t = 3583,5$  год;  $t = 14453,3$  год;  $t = 36668,7$  год;  $t = 40589,1$  год;  $t = 69877,1$  год;  $t = 72948,1$  год. На рис. 2. наведено вигляд макродефекту у момент  $t = 72948,1$  год.

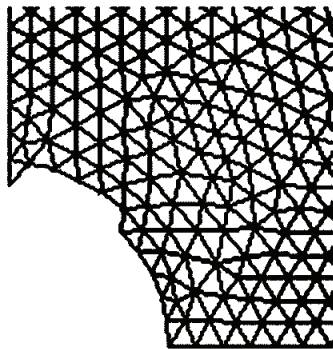


Рисунок 2 – Зруйнована частина пластини в околі вирізу,  $t = 72948,1$  год

При  $t = 75905,1$  год починається швидке, протягом 13 год зростання тріщини. При  $t = 75918,9$  год відбувається руйнування пластини. Вигляд скінченноелементної моделі в момент перед руйнуванням наведено на рис. 3.

Далі розглянемо моделювання процесу руйнування в даній нерівномірно нагрітій пластині при збільшенні навантаження розтягу до 50 МПа. Результати розрахунків свідчать, що якісно процес накопичення пошкоджень відбувається аналогічно розглянутого вище для меншого навантаження: руйнування почина-

ється у вершині вирізу, йде за коловим напрямом переважну частку часу, а потім утворюється тріщина, що прямує під кутом приблизно  $45^\circ$  до координатних осей, як й у попередньому випадку. Кількісно характер деформування істотно відрізняється: приховане руйнування закінчується практично втричі швидше, у момент  $t = 162,529$  год. Далі елементи руйнуються при  $t = 1447,03$  год;  $t = 5245,5$  год;  $t = 12133,3$  год;  $t = 12499$  год;  $t = 21155$  год та  $t = 23324,3$  год, коли форма макродефекту відповідає наведеній на рис. 2. Після цього, при  $t = 24933,8$  год починається розповсюдження тріщини, яке закінчується в момент 24937 год. Таким чином, збільшення навантаження на 25 % призводить до скорочення втричі часу повного руйнування.

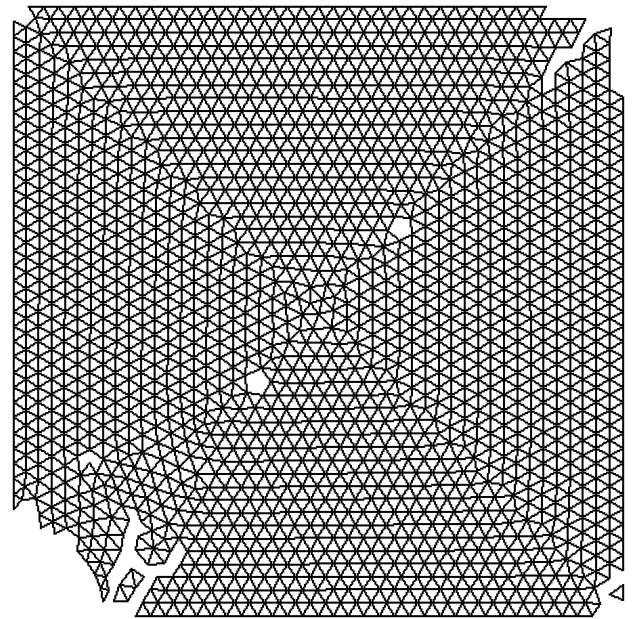


Рисунок 3 – Вигляд тріщини перед закінченням руйнування,  $t = 75918,9$  год

**Побудова диференційного рівняння руху поверхневого макродефекту.** Як відзначалось вище, повне дослідження руйнування у загально прийнятих підходах [5, 6, 8] включає аналіз швидкості руху тріщини та часу до закінчення повного руйнування, яке розуміється як поділення конструктивного елемента на дві чи декілька частин. На сьогодні для подібного моделювання залучають диференційні рівняння першого порядку, в яких залежність першої похідної за часом від функції довжини тріщини формулюють за допомогою отриманих експериментальних даних :

$$\frac{dl}{dt} = F(I_2, K_\sigma, C^*, p, T, t \dots), \quad (2)$$

де  $l$  – довжина тріщини,  $I_2$  – другий інваріант тензору напружень,  $K_\sigma$  – коефіцієнт інтенсивності напружень,  $C^*$  –  $C$  інтеграл для випадку повзучості, що не встановилась [8],  $p$  – діюче навантаження розтягу зразків з надрізами. У функцію  $F$  включають залежність також й від експериментально визначених властивостей матеріалу, що розглядається – значення деформації повзучості у момент руйнування, характеристики руху

тріщини тощо [8].

У роботі [7] використано рівняння типу (2) для опису руху тріщини у зразках з надрізами, при цьому коефіцієнти, що входять до нього, визначались за новим підходом. Він полягав в обробці чисельних даних, одержаних з допомогою розробленого програмного засобу [10], та отриманні значень поточної довжини тріщини для фіксованого часу.

Аналіз руйнування, що має місце у розглянутому у попередньому підрозділі прикладі, свідчить, що в даному випадку руйнування протягом основного часу відбувається не в формі розвитку тріщини, а у вигляді зростання поверхневого макродефекту. Далі розглянемо підхід, що дозволяє створити рівняння, аналогічне (2), та визначити значення констант, що до нього входять, для опису процесу зростання поверхневого дефекту.

Припустимо, за даними розрахунків, що руйнування починається на внутрішній поверхні колового отвору прямокутної пластини. При використанні розробленого скінченноелементного підходу для встановлення характеру руйнування вважатимемо, як це встановлено чисельним моделюванням, що воно йде по елементах вздовж колового напрямку. Тому для оцінювання часу та геометрії розвитку макродефекту будемо описувати рух точок центрів мас трикутних елементів, що використовуються у ПК *FEM Creep* [9, 10].

Розглянемо рух точки за коловим напрямком. Поточний її стан опишемо у полярній системі координат радіусом-вектором  $r$  та кутом  $\varphi$ . Зміна розміру поверхневого макродефекту характеризуватиметься зростанням даного куту  $\varphi$ , а швидкість цього змінювання  $\omega_m$  (кутова швидкість) – відповідно значенням похідної за часом  $d\varphi/dt$ .

Вважаємо, що рух починається з точки в околі отвору, що характеризується кутом  $\varphi_0$ . У цьому випадку поточне значення куту у момент  $t$  буде наступним:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_m t. \quad (3)$$

Для роботи у декартовій системі координат здійснюємо перехід від полярної та отримуємо вираз, що пов'язує значення координат точок  $(x_1, x_2)$ :

$$x_2 = x_1 \tan(\varphi_0 + \omega_m t). \quad (4)$$

Основною задачею при цьому є знаходження виразу для кутової швидкості  $\omega_m$ . Вочевидь, заздалегідь, без проведення попереднього чисельного моделювання його вигляд встановити неможливо.

Основною задачею є моделювання процесу збільшення кута  $\varphi$  у виразі (3) та встановлення його критичного значення  $\varphi_{cr}$ , при якому починається швидкоплинне зростання тріщини, що за порівняно малий час призводить до повного руйнування пластини.

Розрахунками отримано, що для обох варіантів (навантаження розтягу 40 та 50 МПа) руйнування йде за однаковим напрямком. Форма макродефекту тож виявляється тотожною, але час її набуття при  $p = 50$  МПа є значно меншим.

За даними чисельних розрахунків визначено критичне значення куту  $\varphi_{cr}$ , при якому починається швидкоплинне зростання тріщини, що йде всередину

пластини:  $\varphi_{cr} = 56^\circ$ . Завдяки застосованій рівномірній скінченноелементній сітці відомим є кут, що займає кожен трикутник  $\varphi_{tr} = 8^\circ$ . У зв'язку з цим можливо виконати нормування значення куту, який внаслідок виключення скінченного елемента зростає дискретно:

$$m = \frac{\varphi}{\varphi_{tr}}. \quad (5)$$

Тоді для випадку даної пластини з отвором при розтягу критичне значення параметру  $m_{cr} = 7$ .

Рис. 4 містить порівняння скінченноелементних та чисельних результатів. Тут точками надано значення скінченноелементних розрахунків. Крива 1 відповідає даним руйнування для навантаження розтягу 50 МПа, крива 2 – 40 МПа.

Аналізуючи вигляд кривих руйнування 1 та 2 на рис. 4, можливо помітити, що вони описують схожий процес зростання розмірів макродефектів, що відбувається з різними швидкостями. Так, наприклад, для пластини з навантаженням розтягу 40 МПа має місце уповільнення процесу руйнування між моментами 14543 год та 36668 год, між 40589 год та 69877 год. Аналогічна ситуація спостерігається й для пластини, навантаженою значенням 50 МПа. У зв'язку з тим, що основною метою є побудова рівняння, за допомогою якого можливо прогнозувати час набуття макродефектом свого критичного значення розміру, при його формулюванні будемо нехтувати такими уповільненнями, намагаючись інтегрально описати криві.

За розглядом графіків рис. 4 видно, що криві можливо умовно представити двома ділянками – швидкого зростання у часі для перших трьох точок та поступового уповільнення для решти. Завдяки такому характеру кривих як залежність функції  $m$  від часу було обрано комбінацію степеневих функцій з нецілими від'ємною та додатною степеню. За результатами чисельних експериментів встановлено її вигляд:  $t^{0,35} (1 - t^{-0,00075})$ . Очевидно, що при розгляді процесу руйнування, обумовленого механізмами повзучості, які йдуть у зоні помірних напружень, побудований вираз має мати степеневу залежність від них [8]. Нарешті, рівняння має мати можливість застосування при різних значеннях навантажень. При побудові рівняння було обрано його вигляд, в якому до нього безпосередньо входять значення саме навантажень розтягу. Це обрано з точки зору більшої зручності практичного використання: завдяки добре відомому розв'язку задачі Кірша не має труднощів його перебудувати для випадку значення інтенсивності напружень в концентраторі або коефіцієнта інтенсивності напружень. Остаточне рівняння для швидкості зростання нормованого значення куту макродефекту прийняло наступний вигляд:

$$\frac{d\left(\frac{\varphi}{\varphi_{tr}}\right)}{dt} = A p_{ap}^n \left(\frac{p_{in}}{p_{ap}}\right)^n \left(\frac{p_{ap}}{p_{in}}\right)^3 \times \left(0,35 t^{-0,65} + 0,0000265 t^{-1,0000265}\right), \quad (6)$$

де  $p_{in}$  – початкове значення навантаження (обрано  $p_{in} = 40$  МПа),  $p_{ap}$  – значення навантаження, при якому аналізується розвиток макродефекту,  $A$ ,  $n$  – матеріальні константи. Обробкою кривих рис. 4 було знайдено значення матеріальних констант, які входять до рівняння (6)  $A = 1,4 \cdot 10^{-70}$  (МПа) $^{-n}$ /год;  $n = 5,025$ .

Результати розрахунків за допомогою рівняння (6) представлено на рис. 4 суцільними лініями. Аналіз отриманих результатів свідчить, що за винятком точок, які відповідають зонам переходу від швидкого до уповільненого темпу зростання, дані чисельного моделювання за допомогою рівняння (6) є близькими до скінченноелементних. Навіть з їхнім врахуванням максимальна різниця не перевершує 20 %.

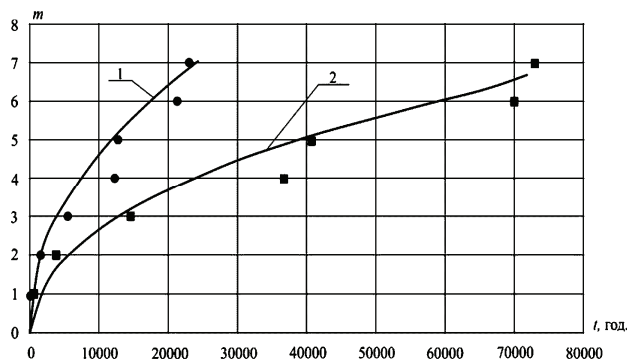


Рисунок 4 – Порівняння скінченноелементних та чисельних результатів, отриманих за рівнянням (6)

Отже, результати порівняння свідчать, що побудоване рівняння типу (6) є спроможним до моделювання кутового руху макродефекту у коловому напрямі. Його інтегрування має проводитись до моменту набуття параметром  $m$  значення, що дорівнює 7. Цей час й буде визначати з запасом термін життя пластини: за даними чисельного моделювання остаточний час, в який йде розвиток тріщини всередині матеріалу пластини, є порівняно малим (2970 год у порівнянні з 72948 год для навантаження 40 МПа, (1613 год у порівнянні з 23324 год для навантаження 50 МПа).

**Висновки.** У статті представлено результати чисельного моделювання процесу руйнування пластини з центральним коловим отвором, повзучість якої відбувається в умовах розтягу та неоднорідного температурного поля. Наведено результати розрахунків у формі вигляду макродефектів у різні моменти часу, визначено час повного руйнування.

Запропоновано нове рівняння, яке дозволяє в аналітичному вигляді проводити оцінювання поточного розміру поверхневих макродефектів та визначати час безпечного їхнього розвитку. Дані скінченноелементного моделювання залучено до визначення значень констант, що входять до цього рівняння.

Застосування запропонованого підходу для опису руху поверхневого макродефекту передбачається більшою мірою для визначення часу безпечного його існування, хоча у деяких випадках оцінка поточної

форми зруйнованого отвору, наприклад з метою контролю щільності, може бути доречною.

#### Список літератури

1. *Lemaitre J., Chaboche J.L.* Mechanics of solid materials. Cambridge: Universitypress, 1994. 556 p.
2. *Chaboche J.L.* Damage Mechanics. In Comprehensive Structural Integrity. Pergamon Press. 2002. Vol. 2. P. 213-284.
3. *Riedel H.* The Extension of a Macroscopic Crack at Elevated Temperature by the Growth and Coalescence of Microvoids. Creep in Structures, 3rd Symposium, Leicester, UK, September 8-12, 1980. Springer, 1981. P. 504-519.
4. *Hayhurst D.R., Horison C.J., Brown P.R.* Creep Crack Growth. Creep in Structures, 3rd Symposium, Leicester, UK, September 8-12, 1980. Springer, 1981. P. 564-575.
5. *Perrin I.J., Hayhurst D.R.* Continuum damage mechanics analyses of type IV creep failure in ferritic steel cross weld specimens. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 1999. Vol.76. P. 599-617.
6. *Zhao L., Xu L., Nikbin K.* Predicting Failure Modes in Creep and Creep-Fatigue Crack Growth Using a Random Grain. Grain Boundary Idealised Microstructure Meshing System. Materials Science and Engineering. 2017. Vol. 704. P. 274-86.
7. *Breslavsky D., Kozlyuk A., Tatarinova O.* Numerical simulation of two-dimensional problems of creep crack growth with material damage consideration. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 7 (92). P. 27-33.
8. *Тайра, С., Отани Р.* Теория высокотемпературной прочности материалов. Москва: Металлургия, 1986. 280 с.
9. *Бреславський Д.В., Коритко Ю.М., Татарінова О.А.* Проектування та розробка скінченноелементного програмного забезпечення. Харків: Підручник НТУ «ХПІ», 2017. 232 с.
10. А.с. № 83455. Україна. Комп'ютерна програма «Розв'язання двовимірних задач повзучості, пошкоджуваності та розповсюдження тріщини» ("FEMCreep-Damage-Fracture") / Д.В. Бреславський, А.В. Сенько, О.А. Татарінова. Заявл. 12.11.18, № 82758.

#### References (transliterated)

1. *Lemaitre J., Chaboche J.L.* Mechanics of solid materials. Cambridge: Universitypress, 1994. 556 p.
2. *Chaboche J.L.* Damage Mechanics. In Comprehensive Structural Integrity. Pergamon Press. 2002. Vol. 2. P. 213-284.
3. *Riedel H.* The Extension of a Macroscopic Crack at Elevated Temperature by the Growth and Coalescence of Microvoids. Creep in Structures, 3rd Symposium, Leicester, UK, September 8-12, 1980. Springer, 1981. P. 504-519.
4. *Hayhurst D.R., Horison C.J., Brown P.R.* Creep Crack Growth. Creep in Structures, 3rd Symposium, Leicester, UK, September 8-12, 1980. Springer, 1981. P. 564-575.
5. *Perrin I.J., Hayhurst D.R.* Continuum damage mechanics analyses of type IV creep failure in ferritic steel cross weld specimens. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 1999. № 76. P. 599-617.
6. *Zhao L., Xu L., Nikbin K.* Predicting Failure Modes in Creep and Creep-Fatigue Crack Growth Using a Random Grain. Grain Boundary Idealised Microstructure Meshing System. Materials Science and Engineering. 2017. № 704. P. 274-86.
7. *Breslavsky D., Kozlyuk A., Tatarinova O.* Numerical simulation of two-dimensional problems of creep crack growth with material damage consideration. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 7 (92). P. 27-33.
8. *Tajra, S., Otani R.* Teoriya vysokotemperaturno-jprochnosti materialov. [Theory of high-temperature strength of materials]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1986. 280 p.
9. *Breslavskiy D.V Korytko Yu.M. Tatarinova O.A.* Proek-

tuvannya ta rozrobka skinchennoelementnoho prohramnoho zabezpechennia [Design and development of finite element software]. Kharkiv: Pidruchnyk NTU «KhPI» Publ., 2017. 232 p.

10. *Breslavskiy D.V., Senko A.V., Tatarinova O.A.* Komp'uterna Prohrama «Rozv'iazannia dvovymirnykh zadach povzuchosti poshkodzhuvanosti ta rozpovsiudzhennia trish-

chyny» («FEM Creep-Damage-Fracture»). [Computer program "Solution of two-dimensional problems of creep, damageability and crack propagation" ("FEMCreep-Damage-Fracture")]. A.s. № 83455, Ukraine.

*Надійшла (received) 17.08.2020*

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Бреславський Дмитро Васильович (Бреславский Дмитрий Васильевич, Breslavsky Dmytro Vasylovych)** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем. Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». Тел.: (057)-707-64-54. E-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

**Сенько Альона Володимирівна (Сенько Алена Владимировна, Senko Alyona Volodymyrivna)** – аспірантка. Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». Тел.: (057)-707-64-54. E-mail: alyonassenko@gmail.com

**Татарінова Оксана Андріївна (Татаринова Оксана Андреевна, Tatarinova Oksana Andriivna)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». Тел.: (057)-707-64-54. E-mail: ok.tatarinova@gmail.com